

## Математическое и компьютерное моделирование

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 531.1

doi: 10.30987/2658-6436-2023-3-42-48

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

**Михаил Иванович Вольников**

Пензенский государственный технологический университет, г. Пенза, Россия

vmi1972@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9747-6667>

**Аннотация.** Актуальность обусловлена недостаточной изученностью и разработанностью моделей движения беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), к которым относятся все возможные дроны и, в частности, различные коптеры в подвижной и турбулентной атмосфере. Беспилотные летательные аппараты применяются как в мирных отраслях промышленности, так и в военном деле [1 – 4]. При эксплуатации БПЛА в реальных условиях на их движение оказывают воздействия возмущения со стороны воздушных масс [5, 6], носящие в общем случае случайный характер. При этом оператор сталкивается с неадекватным поведением БПЛА, вызванным возмущениями, что затрудняет его управление. Целью статьи является моделирование сложного движения БПЛА, в основном квадрокоптеров, в пространстве для понимания динамики полета БПЛА под действием нескольких сил. Модели базируются на кинематике и динамике материальной точки, в виде которой представлен БПЛА, участвующей в сложном: относительном и переносном движениях. Описаны кинематические модели движения дронов на основе преобразования координат. Представлены плоскостные и пространственные траектории движения БПЛА.

**Ключевые слова:** беспилотные летательные аппараты, траектория движения, преобразование координат, модели движения

**Для цитирования:** Вольников М.И. Моделирование движения беспилотных летательных аппаратов // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2023. №3 (21). С. 42-48. doi: 10.30987/2658-6436-2023-3-42-48.

Original article

Open Access Article

### MODELLING THE MOVEMENT OF UNMANNED AERIAL VEHICLES

**Mikhail I. Volnikov**

Penza State Technological University, Penza, Russia

vmi1972@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9747-6667>

**Abstract.** The relevance is due to insufficient knowledge and development of movement patterns for unmanned aerial vehicles (UAVs), which include all possible drones and, in particular, various copters in mobile and turbulent atmosphere. Unmanned aerial vehicles are used both in civilian industries and in military affairs [1 – 4]. When operating UAVs in real conditions, their movement is affected by disturbances from air masses [5, 6], which are generally random in nature. At the same time, the operator is faced with inadequate UAV behaviour caused by disturbances, which makes it difficult to control. The aim of the article is to simulate the complex movement of UAVs, mainly quadcopters, in space to understand the dynamics of UAV flight under the influence of several forces. The models are based on kinematics and dynamics of a material point, in the form of which the UAV is represented, involved in complex relative and translational movements. Kinematic models of drone movement patterns based on coordinate transformation are described. Planar and spatial trajectories of UAV movement are presented.

**Keywords:** unmanned aerial vehicles, movement trajectory, coordinate transformation, movement pattern

**For citation:** Volnikov M.I. Modelling the Movement of Unmanned Aerial Vehicles. Automation and modeling in design and management, 2023, no. 3 (21). pp. 42-48. doi: 10.30987/2658-6436-2023-3-42-48.

## Ведение

В настоящее время применение и эксплуатация БПЛА носит повсеместный характер: от мирного гражданского назначения в виде картографов, опылителей полей, для определения очагов пожаров, мини почталыонов до средства технической разведки или ударной силы в армии. Беспилотные летательные аппараты стремительно совершенствуются, требуя новых подходов к эксплуатации в любых условиях, что побуждает необходимость подготовки людей, которые будут их эксплуатировать.

В работе рассматривается эксплуатация БПЛА (дронов) в реальных условиях, когда на их движение оказывают воздействия перемещения воздушных масс, носящие в общем случае случайный характер. Причины таких случайных воздействий – многосторонние. Это могут быть резкие изменения скорости воздушных поток, вызванных разницей в давлениях в атмосфере при циклонических вихрях, или смена направления движения воздушных масс на различных высотах. Другой причиной может являться подветренный ротор [7], представляющий собой завихрение воздуха за препятствием по направлению ветра. Выпадающие осадки, изменяя плотность атмосферы, также воздействуют на траекторию движения дрона.

В то же время в работе не рассматриваются возмущения в виде природных или искусственных аномалий, вызванных воздействием электромагнитного излучения (средств радиоэлектронной борьбы [8, 9]) или терриконов с высоким содержанием металлических примесей, способных изменить траекторию движения дрона, вплоть до его падения, вследствие отказа электронной части. Это вопрос другой темы.

Учет всех возможных причин, влияющих на траекторию БПЛА, позволит создавать алгоритмы для корректирования управляющих воздействий на объект управления, при наличии внешних возмущений, разрабатывая более совершенные летательные аппараты с компенсацией возмущений для чего необходим синтез системы активной автоматической стабилизации беспилотника [10].

Для стабилизации траектории движения дронов необходимо понять возможные варианты их движения, чтобы определить наиболее уязвимые места, приводящие к потере управляемости [11]. Для этого необходимо разработать модели их движения, что является основной задачей данной статьи.

### Модели движения беспилотных летательных аппаратов

На первом этапе проведем анализ и моделирование движения дронов. Сложное движение дронов, представленных в виде материальной точки  $M$  и попадающих в вихревую турбулентную субстанцию, представляет собой движение по окружности радиуса  $R$  с угловой скоростью  $\omega$  в некотором сечении облака турбулентности, которое само совершает вращательное движение с угловой скоростью  $\omega_1$  относительно оси, параллельной плоскости окружности вращения БПЛА и касающейся окружность в некоторой точке  $B$  (рис. 1).

Движение дрона – сложное, его движение по окружности радиуса  $R$  относительно, а вращение его плоскости – переносное [12]. Абсолютная скорость дрона определяется выражением:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}, \quad (1)$$

$$\text{где } v_{\text{отн}} = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\phi}{dt} - \text{относительная скорость,} \quad (2)$$

$$\text{а } v_{\text{пер}} = R_1 \cdot \omega_1 - \text{переносная скорость дрона,} \quad (3)$$

где  $R_1$  – радиус окружности, описываемой той точкой окружности радиуса  $R$ , с которой совпадает в данный момент  $t$ .  $M$  (расстояние от  $t$ .  $M$  до оси вращения воздушных масс).

$$R_1 = 2R + R(1 + \cos\beta) = R(1 + \cos\beta);$$

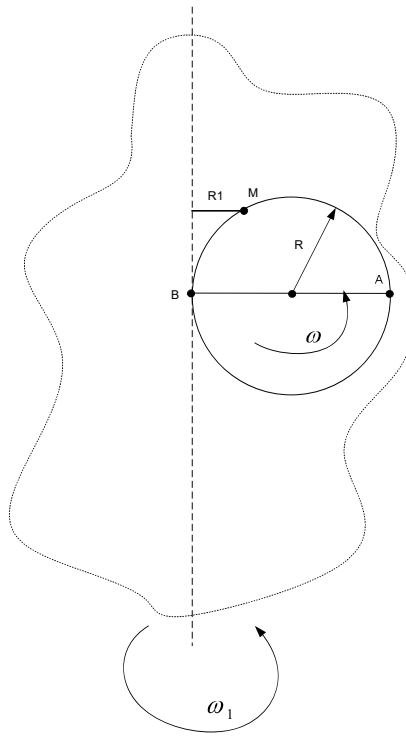
а  $\omega_1$  – модуль угловой скорости плоскости окружности радиуса  $R$ :

$$\omega_1 = |\vec{\omega}_1| = \frac{d\phi}{dt} \text{ и } v_{\text{пер}} = R(1 + \cos\beta) \cdot \frac{d\phi}{dt}. \quad (4)$$

$$\text{Модуль переносной скорости: } v_{\text{пер}} = R_1 \cdot \omega_1 = R_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}.$$

Вектор  $\vec{v}_{\text{пер}}$  направлен по касательной к окружности в сторону вращения тела.

Абсолютная скорость  $t$ .  $M$  – геометрическая сумма относительной и переносной скоростей  $\vec{v} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$ . Векторы  $\vec{v}_{\text{отн}}$  и  $\vec{v}_{\text{пер}}$  взаимно перпендикулярны.



**Рис. 1. Сложное движение БПЛА в вихревом облаке**  
**Fig. 1. Complex drone movement in a swirling cloud**

Модуль абсолютной скорости найдем как геометрическую сумму относительной и переносной скоростей:

$$v = \sqrt{v_{\text{отн}}^2 + v_{\text{пер}}^2}, \quad (5)$$

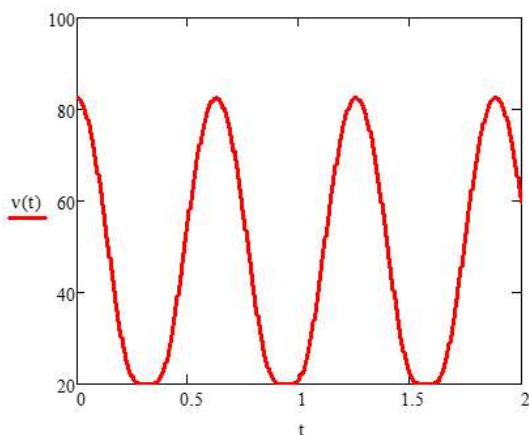
тогда подставив выражения (2) и (4) в (5), получим:

$$v = \sqrt{\left(R \frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(R(1 + \cos\beta) \cdot \frac{d\varphi}{dt}\right)^2} = R \sqrt{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left((1 + \cos\beta) \cdot \frac{d\varphi}{dt}\right)^2}.$$

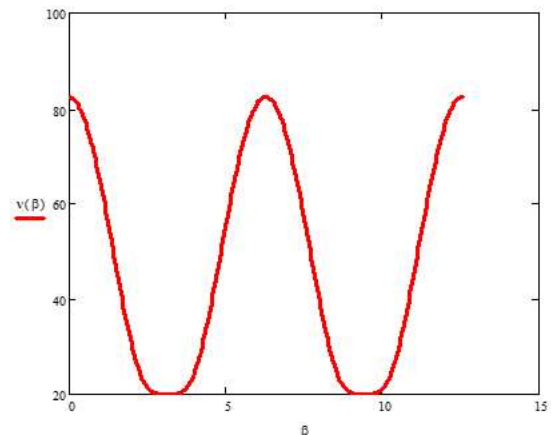
Угол  $\beta$  определяется угловой скоростью дронов, т.е.  $\beta = \omega t$ .

### Моделирование условий

При  $\omega = 10$ ,  $\omega_1 = 20$ ,  $R = 2$  и при  $t = 0$ ,  $\beta = 0$  зависимость абсолютной скорости дронов от времени и угла поворота приведены на рис. 2 и 3.



**Рис. 2. Зависимость абсолютной скорости дронов от времени**  
**Fig. 2. Dependence of the absolute speed of drones on time**



**Рис. 3. Зависимость абсолютной скорости дронов от угла поворота**  
**Fig. 3. Dependence of the absolute speed of drones on the angle of rotation**

## Моделирование траектория движения

Траектория движения разведывательных дронов строится путем преобразования координат при движении плоскости вращения дрона относительно оси  $O_1O_2$ , приняв за неподвижную систему, начало которой совпадает с точкой касания плоскости вращения БПЛА и оси вращения воздушных масс.

Преобразование координат имеет вид [13]:

$$\begin{cases} z' = z \\ x' = x \cos \psi - y \sin \psi \\ y' = x \sin \psi + y \cos \psi \end{cases} \text{ — координаты в неподвижной системе отсчета при вращении плоскости дрона,}$$

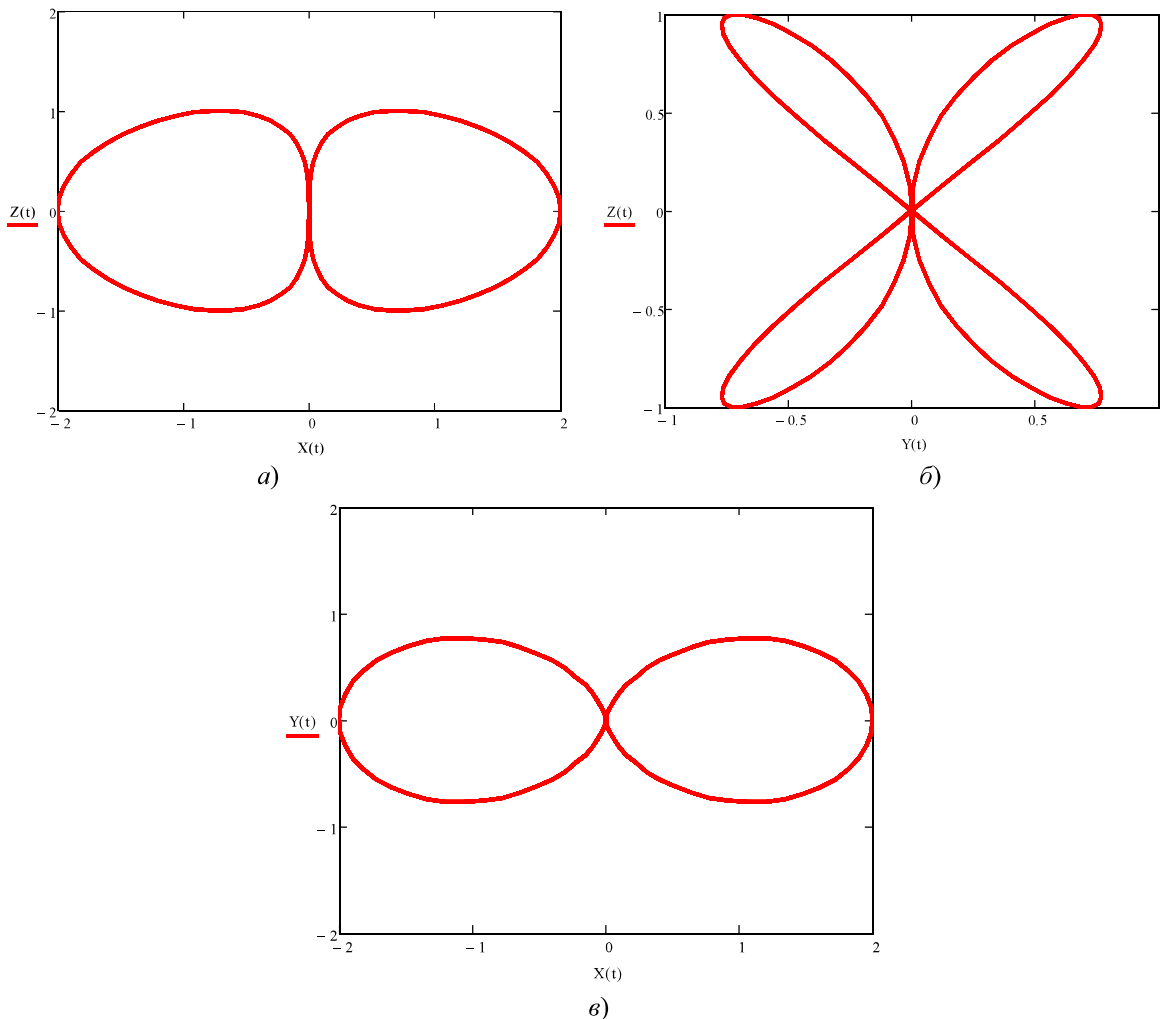
где

$$\begin{cases} z = R \sin \varphi \\ x = R(1 + \cos \varphi) \\ y = 0 \end{cases} \text{ — координаты в неподвижной системе отсчета при отсутствии поворота.}$$

Здесь  $\varphi = \omega t$ , а  $\psi = \omega_1 \cdot t$  и

$$\begin{cases} z' = z = R \sin \omega t \\ x' = R(1 + \cos \omega t) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) - y \sin(\omega_1 \cdot t) \\ y' = R(1 + \cos \omega t) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) + y \cos(\omega_1 \cdot t) \end{cases} \quad (6)$$

При  $\omega_1 = \pi$ ,  $\omega = 2\pi$  и  $R = 1$  и начальном положении дрона в т.  $A$  (см. рис. 1) проекции его траекторий на плоскости  $XY$ ,  $XZ$  и  $YZ$  приведены на рис. 4 на основе использования (6).



**Рис. 4. Проекция траектории дрона на плоскость:**  
*a* – XZ, *б* – YZ, *в* – XY  
**Fig. 4. Projection of the drone trajectory onto the plane:**  
*a* – XZ, *b* – YZ, *c* – XY

Пространственная траектория дрона строится с использованием функции MATHCAD, программа расчета приведена ниже:

$$\begin{aligned} \omega &:= 2\pi & \omega_1 &:= \pi \\ y &:= 0 & r &:= 1 \\ y_1(t) &:= r \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ x_1(t) &:= r \cdot (1 + \cos(\omega \cdot t)) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) - y \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \\ y_1(t) &:= r \cdot (1 + \cos(\omega \cdot t)) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) + y \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \\ R(t) &:= \begin{pmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ y_1(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$M := \text{GreateSpace}(R, 0, 2, 200),$$

где  $R(t)$  – вектор параметрических уравнений координат.

Здесь числа 0 и 2 отвечают за нижнюю и верхнюю границы переменной,  $tgrid = 200$  – число линий сетки CreateSpace [14].

Траектории БПЛА в пространстве приведены на рис. 5.

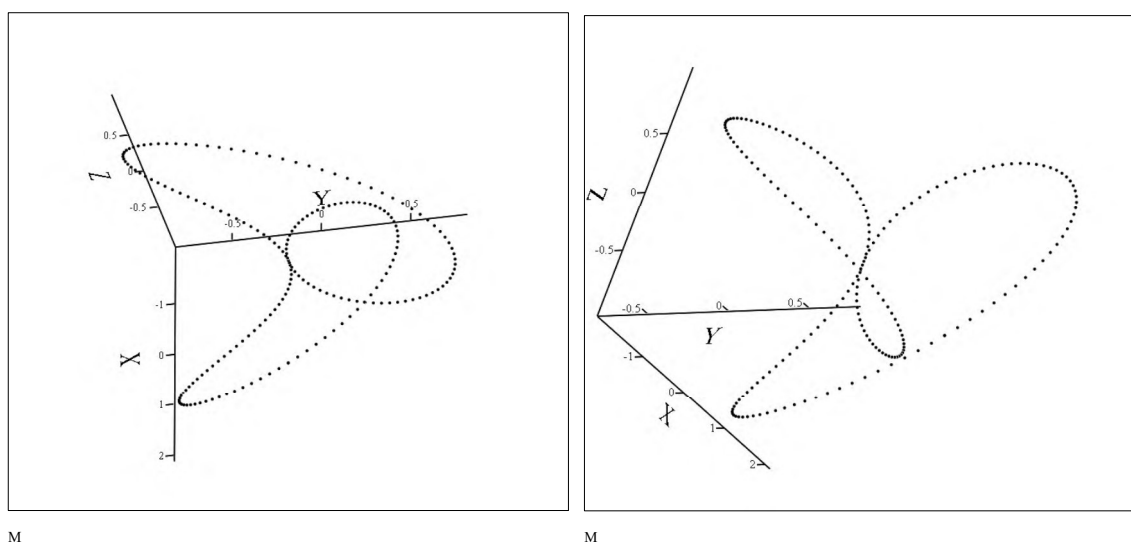


Рис. 5. Траектории дрона в пространстве  
*Fig. 5. Drone trajectories in space*

### Перспективы исследований

Перспективы использования рассмотренных моделей движения дронов просматриваются как в интересах оборонного ведомства, сельского хозяйства, геодезии, так и фундаментальных и прикладных исследований беспилотных летательных аппаратов.

Применение разработанных моделей в сочетании с искусственным интеллектом на базе нейронных сетей позволит избежать сложностей для оператора при управлении БПЛА [15], когда основную часть расчетов по корректированию траектории движения дрона при возмущениях будет производить нейронная сеть, программа функционирования которой должна быть заложена в контроллер управления беспилотников [16], а задача оператора заключалась бы только в управлении перемещением дрона по намеченному пути.

В дальнейшем предлагается продолжить работу в рамках совершенствования математических моделей БПЛА, для учета влияния природных или искусственных аномалий, вызванных воздействием электромагнитного излучения, чтобы добиться наилучших динамических характеристик беспилотника при полете с учетом многомерного вектора возмущений.

### Выводы

1. Получены и изучены кинематические модели движения дронов в пространстве при перемещении воздушных масс с целью выяснения степени сложности траекторий их движений.
2. Для получения моделей сложного движения использованы математические методы

пространственного преобразования координат. Представлены модели траектории движения БПЛА типа дронов.

3. Представленные на рисунках пространственные наглядные траектории движения дронов позволяют судить о чрезвычайной сложности картины движения, однако плоскостные фигуры позволяют сделать вывод о симметричности движения разведывательных дронов в координатных плоскостях.

#### Список источников:

1. Туев А.В. Применение робототехники и БПЛА в сельском хозяйстве // Молодежь и наука. 2020. № 4. С. 30.
2. Ахмедов Б., Ахмедова Г. Применение БПЛА при сборе геосpatialных данных с целью решения инженерных задач в городском строительстве // Danish Scientific Journal. 2021. № 46-1. С. 41-45.
3. Харичкин А.И., Рогов К.С., Драницын А.В. // Применение современных методов аэрофотосъемки на основе БПЛА для проектирования мероприятий инженерной защиты от опасных геологических процессов // Вестник НИЦ Строительство. 2021. № 2(29). С. 123-135.
4. Турик А.А., Мирошников В.И., Гончаров С.А. Применение БПЛА сторонами при ведении боевых действий в СА // Вестник научных конференций. 2018. № 5-1(33). С. 112-115.
5. Малкин В.А., Рожков И.В., Санько А.А. Влияние ветровых возмущений и нелинейностей сервопривода на контур стабилизации высоты полета беспилотного летательного аппарата // Системный анализ и прикладная информатика. вып. 2. 2019. стр. 23-30.
6. Санько А.А., Шейников А.А. Моделирование ветровых возмущений, действующих на блок чувствительных элементов навигационной системы в вертикальном канале БЛА // Авиационный вестник. 2022. № 6. С. 68-76.
7. Шакина Н.П. Механизмы образования орографической турбулентности и ее прогнозирование // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2019. № 1(371). С. 25-47.
8. Бурлаков Д.О. Анализ методов обнаружения военных дронов и меры борьбы с ними // Современные научные исследования и инновации. 2022. № 9(137).
9. Титков О.С., Мухаметжанова А.О. Современные пути развития систем противодействия БАС // Авиационные системы. 2022. № 4. С. 44-53.
10. Вольф Д.А., Александров В.А., Резков И.Г. Автоматизация поведения пилота БПЛА с применением отечественного микроконтроллера // Промышленные АСУ и контроллеры. 2023. № 3. С. 9-16.
11. Algorithm for Control of Unmanned Aerial Vehicles in the Process of Visual Tracking of Objects with a Variable Movement's Trajectory / A.A. Adnastarontsau, D.A. Adnastarontsava, R. V. Fiodortsev [et al.] // Devices and Methods of Measurements. 2021. Vol. 12, No. 1. P. 46-57.
12. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. Для студ. Втузов (гриф МО). 12-е изд., стереотип. М.: Высш. шк., 2002. 416 с.
13. Матрица поворота в трехмерном пространстве – URL: <https://stepstosleep.ru/матрица-поворота-в-трехмерном-прост/> (дата обращения 25.04.2023).
14. Акишин Б.А., Эркенов Н.Х. Прикладные математические пакеты. Часть 1. MathCAD. СПб.: РадиоСофт, 2009. 132 с.

#### References:

1. Tuev A.V. Application of Robotics and UAVs in Agriculture. Youth and Science. 2020;4:30.
2. Akhmedov B., Akhmedova G. Using UAV in Collecting Geospatial Data for the Purpose of Solving Engineering Problems in Urban Construction. Danish Scientific Journal. 2021;46-1:41-45.
3. Kharichkin A.I., Rogov K.S., Dranitsyn A.V. The Use of Modern Methods of Aaerophotography Based on UAVs for the Project of Engineering Protection Measures Against Dangerous Geological Processes. Bulletin of Science and Research Centre of Construction. 2021;2(29):123-135.
4. Turik A.A., Miroshnikov V.I., Goncharov S.A. The Use of UAVs by the Parties in the Conduct of Hostilities in the SAR. Bulletin of Scientific Conferences. 2018;5-1(33):112-115.
5. Malkin V.A., Rozhkov I.V., Sanko A.A. Influence of Wind Disturbances and Nonlinearities of Servo Drive on the Contour of Stabilization of the Flight Height of Unmanned Aerial Vehicle. System Analysis and Applied Information Science. 2019;2:23-30.
6. Sanko A.A., Sheinikov A.A. Modelling Wind Disturbances Acting on the Sensitive Element Block of the Navigation System in the UAV Vertical Channel. Aviation Bulletin. 2022;6:68-76.
7. Shakina N.P. Orographic Turbulence: Generation Mechanisms and Forecasting. Hydrometeorological Research and Forecasts. 2019;1(371):25-47.
8. Burlakov D.O. Analysing Methods for Detecting and Controlling Military Drones. Modern Scientific Researches and Innovations. 2022;9(137).
9. Titkov O.S., Mukhametzhanova A.O. Modern Ways of Anti-Unmanned Aerial Vehicle System Development. Aviation Systems. 2022;4:44-53.
10. Wolf D.A., Aleksandrov V.A., Rezkov I.G. Automation of the UAV Pilot's Behaviour Using a Native Microcontroller. Industrial ACS and Controllers. 2023;3:9-16.
11. Adnastarontsau AA, Adnastarontsava DA, Fiodortsev RV, et al. Algorithm for Control of Unmanned Aerial Vehicles in the Process of Visual Tracking of Objects With a Variable Movement's Trajectory. Devices and Methods of Measurements. 2021;12(1):46-57.
12. Targ S.M. Theoretical Mechanics – A Short Course. Moscow: Vysshaya shkola; 2002.
13. Rotation Matrix in Three-Dimensional Space [Internet] [cited 2023 Apr 25]. Available from: <https://stepstosleep.ru/rotation-matrix-in-three-dimensional-simple/>
14. Akishin B.A., Erkenov N.Kh. Applied Mathematical Packages. Part 1. MathCAD. Saint Petersburg: RadioSoft; 2009.

15. Кудрявченко И.В., Якубов К.С., Паламарчук Д.В. Особенности применения искусственного интеллекта для организации роя малоразмерных БПЛА // Современные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций. 2020. № 3. С. 173.

16. Algorithm for Control of Unmanned Aerial Vehicles in the Process of Visual Tracking of Objects with a Variable Movement's Trajectory / A. A. Adnastarontsau, D. A. Adnastarontsava, R. V. Fiodortsev [et al.] // Devices and Methods of Measurements. 2021. Vol. 12. No. 1. P. 46-57.

15. Kudryavchenko I.V., Yakubov K.S., Palamarchuk D.V. Features of Artificial Intelligence Usage for Organisation of a SUAS Swarm. Modern Issues in Radioelectronics and Telecommunications. 2020;3:173.

16. Adnastarontsau AA, Adnastarontsava DA, Fiodortsev RV, et al. Algorithm for Control of Unmanned Aerial Vehicles in the Process of Visual Tracking of Objects With a Variable Movement's Trajectory. Devices and Methods of Measurements. 2021;12(1):46-57.

#### **Информация об авторах:**

**Вольников Михаил Иванович**

кандидат технических наук, доцент Пензенского государственного технологического университета

#### **Information about the authors:**

**Volnikov Mikhail Ivanovich**

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Penza State Technological University

**Статья поступила в редакцию 16.06.2023; одобрена после рецензирования 21.08.2023; принята к публикации 28.08.2023.**

**The article was submitted 16.06.2023; approved after reviewing 21.08.2023; accepted for publication 28.08.2023.**

**Рецензент** – Малаханов А.А., кандидат технических наук, доцент, Брянский государственный технический университет.

**Reviewer** – Malakhanov A.A., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Bryansk State Technical University.