

DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-11-37-45

Юрьев А.Г., Зинькова В.А.Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова***E-mail: yuriev_ag@mail.ru*

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ КОСОГО ИЗГИБА

Аннотация. *Строительное искусство состоит в единстве функции конструкции и ее формы, воплощенной в материале. Несущая способность материала всецело зависит от выбранной формы. Это выражается в рациональном соотношении нагрузки и опоры. На уровне определения топологии конструкции в качестве аналогии рассматривается процесс «обволакивания» материей силового поля в природных системах. Это явление соотносится с техническим обеспечением косоугольного изгиба, характерного, в частности, для прогона покрытия сооружения. Рациональный в условиях прямого изгиба швеллер при косоугольном изгибе утрачивает свою эффективность. Лучшие показатели оказываются у Z-ового профиля с вертикальной стенкой. Ориентация его полок соответствует принципу насыщения материалом областей, примыкающих к внешнему силовому полю. Но и этот профиль не в полной мере удовлетворяет наиболее эффективному противостоянию косоугольному изгибу. Введение наклонной стенки позволяет приблизить материал полки к внешнему силовому полю. Сопоставление функционирования упомянутых профилей дано на числовых примерах, объединенных назначенной площадью сечения бруса. Для Z-ового профиля с наклонной стенкой выведены формулы геометрических характеристик. Угол наклона стенки определяется из условия трансформирования косоугольного изгиба в прямой изгиб, то есть совпадения следа силовой плоскости с главной осью сечения бруса. В рамках приведенных исследований можно говорить о снижении напряжений примерно на 80 %. Рассмотрен также косоугольный изгиб при нелинейном физическом законе.*

Ключевые слова: *форма сечения бруса, несущая способность материала конструкции, косоугольный изгиб, Z-овый профиль с наклонной стенкой, диаграмма Прандтля.*

Введение. Строительное искусство состоит в единстве функции конструкции и ее формы, воплощенной в материале. Несущая способность материала всецело зависит от выбранной формы. Это выражается в рациональном соотношении нагрузки и опоры [1–5]. Когда строительный материал определен, несущая способность конструкции является функцией ее топологии, геометрии и параметров элементов [6–10]. Этот принцип проектирования известен итальянский зодчий П. Нерви назвал «сопротивляемостью по форме».

Во второй половине XIX века инженер К. Кульман и анатом Г.Х. фон Мейер совместно проводили серьезные исследования влияния механики окружающей среды на трабекулярные структуры. Они положили начало биомеханике несущих конструкций. На результаты их сотрудничества обратил внимание профессор В. Ру, впервые использовавший термин «функциональная адаптация» [11].

Тектоника биологических систем выглядит значительно сложнее, так как «конструкции» включаются в организм, выполняющий качественно иные функции. Форма возникает здесь в результате наложения различных подсистем. Тем не менее, закон «борьбы элементов» в организме [11] устанавливает конструктивное сочетание – максимум работы при минимуме материала. Функциональное раздражение создает укрепле-

ние нагруженного органа путем возрастания поставки вещества. Отсутствие раздражения дает возможность доставить вещество в другие органы, где, напротив, наблюдается повышение раздражения. Так представляется «обволакивание» материей силового поля, создающее возможность органическим системам приспособиться к воздействию внешних факторов.

Долгие по времени и многократные по частоте внешние воздействия умеренной интенсивности вызывают как функциональную, так и морфологическую перестройку затронутых структур. В то же время рациональная экономичность организмов при снижении уровня внешних воздействий ведет к снижению функциональных возможностей и прочностных показателей в первую очередь опорно-двигательного аппарата.

Конструкционная бионика представляет природные системы в виде объемных моделей. В этом заключается не только средство установления законов структурообразования организмов, но и способ решения насущных практических задач.

Идеи конструкционной бионики могут способствовать совершенствованию теории структурного синтеза, исходящей из принципа стационарного действия. «Обволакивание» материей силового поля можно толковать как противостояние внешним воздействиям со стороны поля внутренних сил в материале, отождествляемых с

потенциальной энергией деформации. Сосредоточение материала диктуется «вызовом» внешнего силового поля.

Рассмотренное противостояние нагрузки и конструкции можно рассматривать в рамках принципа «сопротивляемости по форме». Остановимся на общем случае изгиба бруса (косом изгибе) [12–14]. Помимо линейно-упругого деформирования, рассмотрим случай физической нелинейности.

Методика исследования. Вариационное исчисление – универсальный аппарат для творчества в механике. Вариационные принципы представляют собой ее теоретическую основу с энергетическим содержанием, устанавливают рациональные подходы к решению задач. В то же время они имеют большое практическое значение. При сформировавшихся функционалах можно вывести дифференциальные уравнения и естественные граничные условия при таких обстоятельствах, когда непосредственный подход затруднителен. Кроме того, прямые методы дают возможность решить задачу на вариационной основе, не прибегая к дифференциальным уравнениям.

Эти свойства присущи и вариационным принципам синтеза конструкций, сформированным на распространении функционального пространства на конфигурацию и модули упругости материала. При этом потенциальная энергия системы, находящейся в устойчивом равновесии, имеет абсолютный минимум по перемещениям, а функционал в точке стационарности – минимакс, а именно минимум по функциям перемещений максимумов по функциям конфигурации и (или) модулей упругости [15–18].

В работе [15] это демонстрируется на примере проектирования консоли с поперечным сечением в форме двутавра, нагруженной моментом в главной плоскости, при дополнительном условии ограничения прогиба.

Дополнительные условия (в форме уравнений связи) накладываются на переменные функционала вариационной задачи, в которой определяется ее условный экстремум. Следствием стационарности функционала являются уравнения, присущие базовому функционалу (Лагранжа или Кастильяно), уравнения связи, специфические уравнения структурообразования. Последние обуславливают надлежащий в традиционном проектировании критерий оптимальности. Важно заметить, что он приобретает здесь объективный характер, в то время, как в других случаях, кроме оговоренных в теореме Васютинского [19], эта существенная установка не лишена субъективности.

В упомянутом примере использовано свойство двойственности реализации задач на условный экстремум. Вместо исследования функционала с энергетическим содержанием рассматривается минимизация площади поперечного сечения.

В общем случае изгиба бруса такая постановка задачи усложняется в связи с двучленностью формулы напряжений и необходимостью итерационной процедуры расчета. Более простое решение вытекает с позиций «обволакивания» материей силового поля.

В качестве целевой функции избираем экстремальные напряжения в сечении бруса, входящие в условия прочности. Для упрощения постановки задачи останавливаемся на чистом изгибе, вызывающем исключительно нормальные напряжения.

Включенные в поле зрения профили рассматриваются в последовательности их появления в рамках технического прогресса. Для оценки их эффективности сохраняется внешнее силовое поле и объем используемого материала, что выражается в одинаковой площади поперечного сечения бруса. В каждом случае вызывает интерес возможность трансформации косоугольного изгиба в прямой изгиб, что упрощает деформационное состояние элемента конструкции.

Основная часть. Под косым изгибом подразумевается общий случай изгиба, при котором плоскость действия момента не содержит главную ось инерции сечения. Он характерен, в частности, для прогона покрытия сооружения (рис. 1). Здесь $f-f$ – след силовой плоскости, z, y – главные центральные оси инерции сечения бруса.

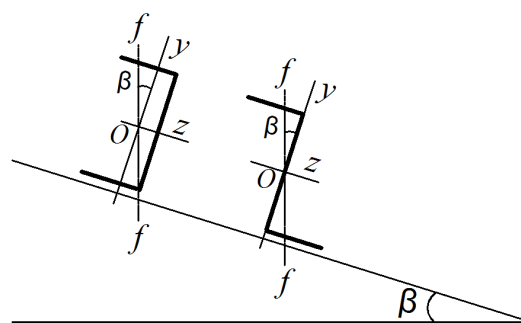


Рис. 1. Профили в качестве прогонов покрытия

В продолжении исследований рациональной формы сечений бруса при косом изгибе [20] остановим внимание на профилях, показанных на рисунке 1. Заметим, что в отдельных случаях они могут состоять из перфорированных элементов с поперечными связями [21].

Первый тип профиля представлен на рисунке 2. В численном примере приняты размеры: $b=11,2$ см; $t=2,5$ см; $h=20$ см; $t_1=3,3$ см. Площадь

сечения составляет 122 см^2 , моменты инерции имеют величины: $I_z=6517 \text{ см}^4$, $I_y=2224 \text{ см}^4$. Центр тяжести O находится на расстоянии $4,98 \text{ см}$ от наружной грани стенки.

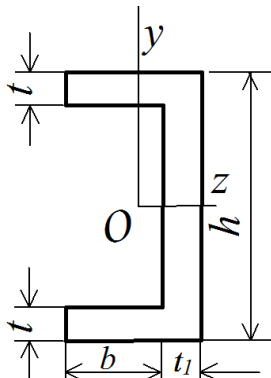


Рис. 2. Профиль типа швеллер

Представив, как обычно, косою изгиб бруса моментом M как одновременный изгиб бруса моментами $M_z=M\cos\beta$ и $M_y=M\sin\beta$, вычислим модуль экстремального напряжения при $\beta=30^\circ$:

$$\sigma = M \left(\frac{0,866}{6517} 10 + \frac{0,5}{2224} 9,52 \right) = 0,0034M.$$

Силовая плоскость проходит через II и IV квадранты системы координат zOy . И если во II квадранте расположена большая часть верхней полки длиной $9,52 \text{ см}$, то в IV квадранте – лишь небольшая часть нижней полки длиной $1,68 \text{ см}$. Это обстоятельство приводит к развороту нижней полки вправо и переходу к Z-овому профилю (рис. 3).

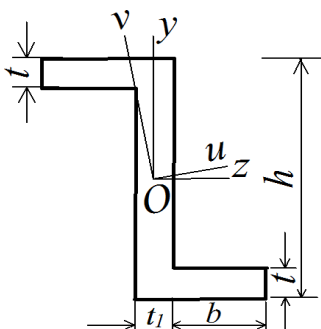


Рис. 3. Z-овый профиль с вертикальной стенкой

Оставляем те же размеры и площадь сечения. Моменты инерции имеют величины: $I_z=6517 \text{ см}^4$, $I_y=3589 \text{ см}^4$, $D_{zy}=-3553 \text{ см}^4$.

Для нахождения положения главной оси инерции, определяемого углом α_0 по отношению к оси z , вычисляем:

$$\text{tg}2\alpha_0 = \frac{2D_{zy}}{I_y - I_z}. \quad (1)$$

$$I_y^{(1)} = \frac{1}{12} t_1 \cos\gamma (h - t_1 \sin\gamma) [(h - t_1 \sin\gamma)^2 \text{tg}^2\gamma + t_1^2 \cos^6\gamma], \quad (3)$$

и пренебрегая площадями $\frac{1}{2} t^2 \text{tg}\gamma$ по краям верхнего и нижнего параллелограммов, для каждого из которых:

Значению $\text{tg}2\alpha_0=2,4$ соответствует величина $\alpha_0=33^\circ 40'$. Главные моменты инерции равны: $I_u=9051 \text{ см}^4$, $I_v=1055 \text{ см}^4$. Модуль экстремального напряжения при $\beta=30^\circ$ равен $0,0013M$, то есть меньше, чем у сечения швеллера в $2,6$ раза. Это является следствием того, что силовая плоскость значительно приблизилась к главной плоскости бруса (угол между ними составляет $3^\circ 40'$).

Если швеллер в качестве прогона «обречен» на косою изгиб, то при Z-овом профиле может произойти трансформация этой сложной деформации в прямой изгиб. Условием для этого служит равенство $\beta = \alpha_0$.

Дальнейшее развитие идеи «обволакивания» материей внешнего силового поля приводит к рассмотрению Z-ового профиля с наклонной стенкой (рис. 4). Это своего рода скачок от качественного преобразования формы сечения, о чем свидетельствуют рисунки 2 и 3, к количественному изменению его параметров (за счет длины и толщины стенки и ее смещения). В этом проявляется стремление к достижению лучшего противостояния нагрузке внутреннего силового поля.

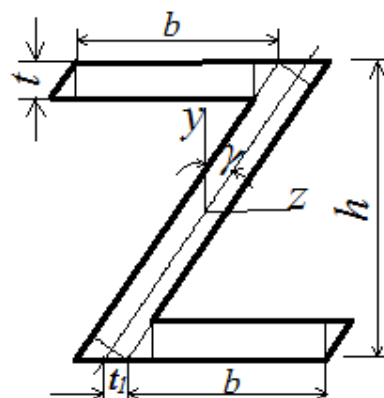


Рис. 4. Z-овый профиль с наклонной стенкой

Такого рода сечение можно представить в виде суммы трех параллелограммов. Момент инерции относительно оси z равен:

$$I_z = \frac{t_1 h^3}{12} + \frac{bt^3}{6} + bt(0,5h^2 - ht + 0,5t^2). \quad (2)$$

Момент инерции относительно оси y вычислим, пренебрегая площадями $\frac{1}{2} t_1^2 \sin\gamma \cos\gamma$ по краям среднего параллелограмма, который представим таким образом приближенно как повернутый прямоугольник с размерами $h - t_1 \sin\gamma$ и $t_1 \cos\gamma$, для которого [22]:

$$I_y^{(2)} = \frac{1}{12} t(b - t \operatorname{tg} \gamma)^3 + t(b - t \operatorname{tg} \gamma) \left[\frac{1}{2} (b - t \operatorname{tg} \gamma) + \frac{t_1}{2} + \frac{h-t}{2} \sin \gamma \right]^2. \quad (4)$$

В итоге

$$I_y = I_y^{(1)} + 2I_y^{(2)}. \quad (5)$$

$$D_{zy} = -\frac{1}{12} h^3 \operatorname{tg} \gamma \left[\frac{t_1}{2} + h \left(\frac{2}{3} \operatorname{tg} \gamma - \frac{1}{12} \right) \right] - 2bt \left(\frac{b}{2} - \frac{h-t}{2} \operatorname{tg} \gamma \right) \frac{h-t}{2}. \quad (6)$$

Оставляем те же размеры и площадь сечения, что и у профиля на рисунке 3. Трансформация косоугольного изгиба в прямой изгиб может произойти ($\beta = \alpha_0 = 30^\circ$) при некотором угле γ . Используя формулу (1), записываем уравнение:

$$\frac{2D_{zy}}{I_y - I_z} = \operatorname{tg} 2\beta. \quad (7)$$

$$I_u = 6667 \cdot 0,866^2 + 4282 \cdot 0,5^2 + 2334 \cdot 0,866 = 8091 \text{ см}^4. \quad (8)$$

Модуль экстремального напряжения равен $0,00072M$, что в 1,8 раза меньше, чем в случае Z-ового профиля с вертикальной стенкой.

Рассмотрим теперь чистый косоугольный изгиб при упруго-пластических деформациях. Ему соответствуют следующие условия: 1) линейная деформация по направлению оси бруса (x) $\varepsilon_x = \operatorname{const}$ для любого волокна, взятого в плоскости $y = \operatorname{const}$; 2) кривизна изгиба k_x для всех волокон в каком-либо поперечном сечении принимается постоянной, хотя точные кривизны отдельных волокон неодинаковы; 3) используется идеальный упруго-пластический материал с диаграммой Прандтля; 4) внутренними усилиями являются изгибающие моменты M_z и M_y .

Выведем зависимость между моментами M_z и M_y и кривизнами k_{x1} (в плоскости xOy) и k_{x2} (в плоскости xOz). Используем выражение линейной деформации:

$$\varepsilon_x = k_{x1}y + k_{x2}z, \quad (9)$$

при записи выражений M_z и M_y :

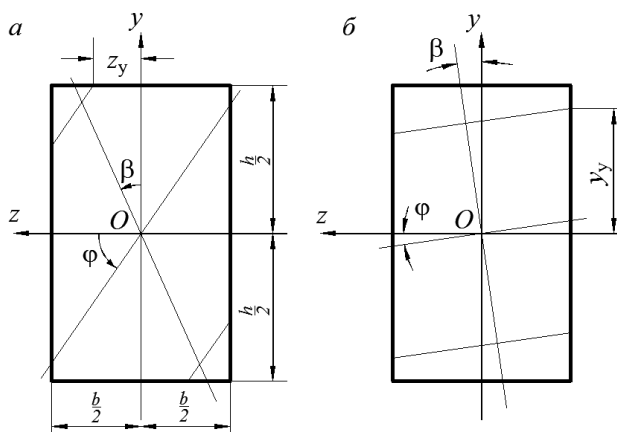


Рис. 5. Поперечное сечение бруса: а – случай 1, б – случай 2 косоугольного изгиба

Центробежный момент инерции имеет выражение:

Вводя в него величины моментов инерции по формулам (2) – (6) и $\beta = 30^\circ$, получаем уравнение с неизвестным γ (из-за громоздкости не приводится). Для решения трансцендентного уравнения использован графический метод, в результате чего получена величина $\gamma = 7^\circ 30'$.

Вычисляем моменты инерции по формулам (2) – (6): $I_z = 6667 \text{ см}^4$, $I_y = 4282 \text{ см}^4$, $D_{zy} = -2334 \text{ см}^4$, затем главный момент инерции:

$$M_z = \int_A E_s (k_{x1}y + k_{x2}z) y dA, \quad (10)$$

$$M_y = \int_A E_s (k_{x1}y + k_{x2}z) z dA, \quad (11)$$

где E_s – секущий модуль.

Нейтральная ось (нулевая линия) проходит через центр тяжести сечения (рис. 5) и имеет угловой коэффициент $\operatorname{tg} \varphi = -(k_{x2} / k_{x1})$. В линейно-упругой области нормальное напряжение σ_x пропорционально расстоянию от точки до нулевой линии. Граница между линейно-упругой и пластической областями, определяется уравнением:

$$y = \frac{1}{k_{x1}} (\varepsilon_y - k_{x2}z), \quad (12)$$

где ε_y – деформация, соответствующая пределу текучести σ_y . Возможны два случая расположения пластических областей.

Случай 1 (рис. 5, а). Начальная абсцисса пластической деформации определяется по формуле:

$$z_y = \frac{1}{k_{x2}} \left(\varepsilon_y - k_{x1} \frac{h}{2} \right). \quad (13)$$

Выражения моментов имеют вид:

$$M_z = 2 \left[E \int_{-b/2}^{z_y} dz \int_0^{b/2} (k_{x1}y + k_{x2}z) y dy + E \int_{z_y}^{b/2} dz \int_0^y (k_{x1}y + k_{x2}z) y dy \right] + 2\sigma_y \int_{z_y}^{b/2} dz \int_y^{b/2} y dy, \quad (14)$$

$$M_y = 2 \left[E \int_{-b/2}^{z_y} z dz \int_0^{b/2} (k_{x1}y + k_{x2}z) dy + E \int_{z_y}^{b/2} z dz \int_0^y (k_{x1}y + k_{x2}z) dy \right] + 2\sigma_y \int_{z_y}^{b/2} z dz \int_y^{b/2} dy. \quad (15)$$

В итоге имеем:

$$M_z = 2E \left[\frac{k_{x1}h^3}{24} \left(\frac{b}{2} + z_y \right) - \frac{k_{x2}h^2}{16} \left(\frac{b^2}{4} - z_y^2 \right) + \frac{k_{x2}^3}{24k_{x1}^2} \left(\frac{b^4}{16} - z_y^4 \right) \right] + \sigma_y \left[\left(\frac{h^2}{4} - \frac{\varepsilon_y^2}{3k_{x1}^2} \right) \left(\frac{b}{2} - z_y \right) + \frac{\varepsilon_y k_{x2}}{2k_{x1}^2} \left(\frac{b^2}{4} - z_y^2 \right) - \frac{k_{x2}^2}{3k_{x1}^2} \left(\frac{b^3}{8} - z_y^3 \right) \right], \quad (16)$$

$$M_y = Eh \left[\frac{k_{x1}h}{8} \left(z_y^2 - \frac{b^2}{4} \right) + \frac{k_{x2}}{3} \left(z_y^3 + \frac{b^3}{8} \right) - \frac{k_{x2}^2}{4k_{x1}h} \left(\frac{b^4}{16} - z_y^4 \right) \right] + \sigma_y \left[\left(\frac{h}{2} - \frac{\varepsilon_y}{2k_{x1}} \right) \left(\frac{b^2}{4} - z_y^2 \right) + \frac{2k_{x2}}{3k_{x1}} \left(\frac{b^3}{8} - z_y^3 \right) \right]. \quad (17)$$

В частном случае при $k_{x2} \rightarrow 0$, $z_y \rightarrow -\frac{b}{2}$ имеем:

$$M_z = b\sigma_y \left(\frac{h^2}{4} - \frac{\varepsilon_y^2}{3k_{x1}^2} \right), \quad M_y = 0. \quad (18)$$

Первая формула характеризует момент при изгибе в плоскости xOy (с учетом того, что $\varepsilon_y / k_{x1} = y_y$).

Случай 2 (рис. 5, б). Выражения моментов имеют вид:

$$M_z = 2 \left[E \int_{-b/2}^{b/2} dz \int_0^y (k_{x1}y + k_{x2}z) y dy + \sigma_y \int_{-b/2}^{b/2} dz \int_y^{b/2} y dy \right], \quad (19)$$

$$M_y = 2 \left[E \int_{-b/2}^{b/2} z dz \int_0^y (k_{x1}y + k_{x2}z) dy + \sigma_y \int_{-b/2}^{b/2} z dz \int_y^{b/2} dy \right]. \quad (20)$$

В итоге имеем:

$$M_z = b\sigma_y \left(\frac{h^2}{4} - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_y^2}{k_{x1}^2} - \frac{b^2}{12} \frac{k_{x2}^2}{k_{x1}^2} \right), \quad (21)$$

$$M_y = \frac{1}{6} \sigma_y b^3 \frac{k_{x2}}{k_{x1}}. \quad (22)$$

Нелинейный характер зависимостей (16), (17), (21), (22) нацеливает на использование обратного метода, предусматривающего построение номограмм $M_z \sim (k_{x1}, k_{x2})$ и $M_y \sim (k_{x1}, k_{x2})$. Задаются величины кривизн k_{x1}, k_{x2} и по формулам (16), (17), (21), (22) вычисляются моменты M_z и M_y . Построенные номограммы используются при расчетах напряженно-деформированного состояния бруса, силовая плоскость которого содержит момент M .

Существует и другой путь решения задачи. Задаются характеристики материала: предел текучести σ_y , модуль продольной упругости E , размеры сечения b и h , положение силовой плоскости (угол β) и координаты точки на границе упругой и пластической областей z_y, y_y . По формулам (16), (17), (21), (22) вычисляются моменты M_z и M_y , после чего составляется уравнение $M_y / M_z = \text{tg} \beta$, в котором неизвестными являются кривизны k_{x1}, k_{x2} . Второе уравнение составляется на основе условия пластичности в заданной точке на границе упругой и пластической областей. Решение системы двух уравнений дает величины k_{x1} и k_{x2} . Затем находим величину $M = M_y / \sin \beta$ и строим кривые: $M \sim k_{x1}$ и $M \sim k_{x2}$, которые используются в расчетах напряженно-деформированного состояния бруса.

Момент $M = M_{(y)}$, отвечающий пределу пластического сопротивления при косом изгибе, вычисляется в предположении равенства $\sigma_x = \sigma_y$ по всей площади сечения.

Для случая 1 ($0 \leq k_{x1}/k_{x2} \leq b/h$) имеем:

$$M_{(y)} = \sigma_y \frac{hb^2}{4} \sqrt{\left(\frac{2 k_{x1} h^2}{3 k_{x2} b^2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1 k_{x1} h^2}{3 k_{x2} b^2}\right)^2}. \quad (23)$$

В частном случае при $k_{x1} = 0$

$$M_{(y)} = \sigma_y \frac{hb^2}{4}. \quad (24)$$

Для случая 2 ($0 \leq k_{x2}/k_{x1} \leq h/b$) имеем:

$$M_{(y)} = \sigma_y \frac{bh^2}{4} \sqrt{\left(\frac{2 k_{x2} b^2}{3 k_{x1} h^2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1 k_{x2} b^2}{3 k_{x1} h^2}\right)^2}. \quad (25)$$

В частном случае при $k_{x2} = 0$

$$M_{(y)} = \sigma_y \frac{bh^2}{4}. \quad (26)$$

Суждения, касающиеся имеющей место идеализации так называемого пластического шарнира, соотносятся со строгостью применения физического закона в виде диаграммы Прандтля.

Выводы. Идея перехода от косого изгиба к прямому, то есть от сложной к простой деформации, сопряжена с теорией структурного синтеза, что в данном случае выражается в поиске оптимальной конфигурации. Вариационная постановка задачи структурного синтеза сводится к итерационной процедуре расчета. Более приемлемой оказалась вытекающая из нее идея «обволакивания» материей силового поля, имеющая также обоснование с позиций биомеханики.

В качестве целевой функции избраны экстремальные напряжения, зависящие от конфигурации сечения. Целенаправленное сопоставление швеллера и Z-ового профиля выявило значительное преимущество последнего. Завершающий шаг от косого изгиба к прямому – переход в сечении от вертикальной к наклонной стенке. Эта задача решается при исходных размерах и площади сечения, полученных при оптимизации Z-ового профиля с вертикальной стенкой. Достигнуто уменьшение экстремального напряжения в 1,8 раза.

Решена физически нелинейная задача косого изгиба бруса из материала с диаграммой Прандтля. Предложен обратный метод, предусматривающий построение номограмм – зависимостей внутренних усилий от кривизн, которые затем используются для расчетов напряженно-деформированного состояния бруса.

Источник финансирования. Работы выполнены в рамках реализации федеральной программы поддержки университетов «Приоритет 2030» с использованием оборудования на базе Центра высоких технологий БГТУ им. В.Г. Шухова.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Majid K.I. Optimum design of structures. London: Newnes – Butterworths, 1979. 238 p.
2. Diaz A.R., Kikuchi N. Solutions to shape and topology eigenvalue optimization using a homogenization method // Int. J. Numer. Methods Eng. 1992. No 35. Pp. 1487–1502.
3. Rozvany G.I.N., Zhou N., Sigmund O. Topology optimization in structural design // Advances in design optimization. London: Adeli, 1994. Pp. 240–299.
4. Yang R.J., Chahande A.I. Automotive applications of topology optimization // Structural Optimization. 1995. No 9. Pp. 245–249.
5. Cardoso E.L., Fonseca J.S.O Complexity control in the topology optimization of continuum structures // J. of the Bras. Soc. of Mech. Sci&Eng. 2003. Vol. 25. No. 3. Pp. 293–301.
6. Stromberg L.L., Beghini A., Baker W.F., Paulino G.H. Topology optimization for braced frames: Combining continuum and beam / column elements // Engineering Structures. 2012. No 37. Pp. 106–124.
7. Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р. Комплексный подход к топологической и параметрической оптимизации судовых конструкций // Тр. Крыловского Гос. науч. центра. 2020. №1 (391). С. 95–108. DOI:10.24937/2542-2324-2020-1-391-95-108
8. Тамразян А.Г., Алексейцев А.В. Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений // Вестник МГСУ. 2020. Т.15. Вып. 1. С. 12–30. DOI:10.22227/1997-0935.2020.1.12-30
9. Мищенко А.В. Оптимизация структурно-неоднородных стержневых конструкций на основе энергетического критерия // Известия вузов. Строительство. 2021. № 6. С. 20–31. DOI:10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32
10. Лоцманова В.С., Владимирова Е.А. Оптимизация опорных устройств рамных систем на основе энергетического критерия // Традиции, современные проблемы и перспективы развития строительства. Гродно, 2021. С. 141–145.
11. Roux W. Gesammelte Abhandlungen über Entwicklungsmechanik der Organismen. Bd. 1-2. Leipzig, 1895.
12. Фрайман Ф.И. Оптимальное проектирование тонкостенной балки коробчатого сечения при косом изгибе // Прикл. механика. 1971. № 11. С. 96–104.

13. Почтман Ю.М. К вопросу о выборе оптимальной формы сечений при косом изгибе // Известия вузов. Машиностроение. 1972. №2. С. 9–12.

14. Софронов Ю.А. Об оптимальной форме поперечного сечения балки при косом изгибе // Тр. Казан. авиац. ин-та. Вып. 189. 1975. С. 36–42.

15. Юрьев А.Г. Вариационные принципы строительной механики. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2002. 90 с.

16. Зинькова В.А. Оптимизация топологии металлических ферм // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. № 2. С. 37–40.

17. Zinkova V.A., Yuriev A.G., Peshkova E.V. Designing of tube trusses without gusset plate with joint connections // International Journal of Applied Engineering Research. 2015. No 5. Vol. 10. Pp. 12391–12398.

18. Юрьев А.Г., Смоляго Н.А., Яковлев О.А. Перемещения в стержневых системах за пределом упругости // Вестник БГТУ им. В.Г.

Шухова. 2022. № 3. С. 25–31. DOI:10.34031/2071-7318-2021-7-3-25-31

19. Wasiutynski Z. On the congruency of the forming according to the minimum potential energy with that according to the equal strength // Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences. Serie des Sciences Techniques. 1960. Vol. 8. No. 6. Pp. 259–268.

20. Юрьев А.Г., Толбатов А.А., Смоляго Н.А., Яковлев О.А. Рациональное сечение бруса при косом изгибе // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2017. № 11. С. 60–63. DOI:10.12737/article_5a001ab28c24b0.04912816

21. Романюк В.В., Василенко В.Б. Деформативность конструкции перфорированного прогона Z-образного профиля в условиях косоугольного изгиба // Вестник Белорусско-Российского университета. 2015. №1 (16). С. 111–119. DOI:10.53078/20778481_2015_1_111

22. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с.

Информация об авторах

Юрьев Александр Гаврилович, доктор технических наук, профессор. E-mail: yuriev_ag@mail.ru. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Зинькова Виктория Анатольевна, начальник отдела создания и оценки объектов интеллектуальной собственности, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов. E-mail: vikzinkova@mail.ru. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Поступила 01.09.2023 г.

© Юрьев А.Г., Зинькова В.А., 2023

***Yuriev A.G., Zinkova V.A.**

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov

**E-mail: yuriev_ag@mail.ru*

NON LINEAR PROBLEMS OF OBLIQUE BENDING

Abstract. Building art consists in the unity of the function of the structure and its form, embodied in the material. The bearing capacity of the material depends entirely on the chosen form. This is expressed in the rational correlation of load and support. At the level of determining the topology of a structure, the process of “enveloping” a force field in natural systems by matter is considered as an analogy. This phenomenon correlates with the technical support of the oblique bend, which is typical, in particular, for the run of the roof of the structure. A channel that is rational under conditions of direct bending loses its effectiveness with oblique bending. The best performance is found in the Z-profile with a vertical wall. The orientation of its shelves corresponds to the principle of material saturation of the areas adjacent to the external force field. But even this profile does not fully satisfy the most effective resistance to oblique bending. The introduction of an inclined wall makes it possible to bring the material of the shelves closer to the external force field. A comparison of the functioning of the mentioned profiles is given on numerical examples, united by the designated cross-sectional area. For a Z-profile with an inclined wall, formulas for geometric characteristics are derived. The angle of inclination of the wall is determined from the condition of transforming an oblique bend into a straight bend, that is, the coincidence of the trace of the force plane with the main axis of the beam section. In the framework of the above studies, we can talk about a decrease in stress by about 80%. It is also oblique bending at nonlinear physical law considered.

Keywords: cross-sectional shape of the beam, load-bearing capacity of the material of construction, oblique bend, Z-profile with an inclined wall, Prandtl's diagram.

REFERENCES

1. Majid K.I. Optimum design of structures. London: Newnes – Butterworths, 1979. 238 p.
2. Diaz A.R., Kikuchi N. Solutions to shape and topology eigenvalue optimization using a homogenization method. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 1992. No 35. Pp. 1487–1502.
3. Rozvany G. I. N., Zhou N., Sigmund O. Topology optimization in structural design. *Advances in design optimization*. London: Adeli, 1994. Pp. 240–299.
4. Yang R.J., Chahande A.I. Automotive applications of topology optimization. *Structural Optimization*, 1995. No 9. Pp. 245–249.
5. Cardoso E.L., Fonseca J.S.O. Complexity control in the topology optimization of continuum structures. *J. of the Bras. Soc. Of Mech. Sci&Eng.* 2003. Vol. 25. No. 3. Pp. 293–301.
6. Stromberg L.L., Beghini A., Baker W.F., Paulino G.H. Topology optimization for braced frames: Combining continuum and beam. *Column elements. Engineering Structures*. 2012. No. 37. Pp. 106–124.
7. Kryzhevich G.B., Filatov A.R. Complex approach to topologic and geometric optimization of ship's constructions [Kompleksnyj podkhod k topologicheskoy optimizacii sudovyh konstrukcij]. *Memoirs of Krylov's State Scientific Center*. 2020. No 1 (391). Pp. 95–108. (rus)
8. Tamrazjan A.G., Aleksejcev A.V. Modern optimization methods of constructive solutions for supporting systems of buildings and structures [Sovremennye metody optimizacii konstruktivnyh reshenij dlya nesushchih sistem zdaniy i sooruzhenij]. *Bulletin of MSBU*. 2020. Vol.15. No. 1. Pp. 12–30. (rus)
9. Mishchenko A.V. Optimization of lattice-nonhomogeneous pivotal constructions on the basis of energy criterion [Optimizaciya strukturno neodnorodnyh sterzhnevnyh konstrukcij na osnove energeticheskogo kriteriya]. *News of Institutions of Higher Educations. Building*. 2021. No. 6. Pp. 20–31. (rus)
10. Locmanova V.S., Vladimirova E.A. Supporting systems optimization of frames on the basis of energy criterion [Optimizaciya opornyh ustrojstv ramnyh sistem na osnove energeticheskogo kriteriya]. *Traditions, Modern Problems and Perspectives of Building Development. Grodno*. 2021. Pp. 141–145. (rus)
11. Roux W. *Gesammelte Abhandlungen über Entwicklungsmechanik der Organismen*. Bd. 1-2. Leipzig, 1895.
12. Frajman F.I. Optimal design of a thin-shelled beam with box section under oblique bend [Optimal'noe proektirovanie tonkostennoj balki korobchatogo secheniya pri kosom izgibe]. *Applied Mechanics*. 1971. No 11. Pp. 96–104. (rus)
13. Pochtman Y.M. At question on selection of optimal cross-sections form under oblique bend [K voprosu o vybore optimal'noj formy sechenij pri kosom izgibe]. *News of Institutions of Higher Educations. Mechanical Engineering*. 1972. No. 2. Pp. 9–12. (rus)
14. Sofronov Y.A. About optimal shape of beam cross-section under oblique bend [Ob optimal'noj forme poperechnogo secheniya balki pri kosom izgibe]. *Memoirs of Kazan Aviation Institute. Issue 189*. 1975. Pp. 36–42. (rus)
15. Yuriev A.G. Variational principles of structural mechanics [Variacionnye principy stroitel'noj mehaniki]. Belgorod: Publishing house of BelGTASM. 2002. 90 p. (rus)
16. Zinkova V.A. Topology optimization of metallic trusses [Optimizaciya topologii metallicheskih ferm]. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2015. No. 2. Pp. 37–40. (rus)
17. Zinkova V.A., Yuriev A.G., Peshkova E.V. Designing of tube trusses without gusset plate with joint connections. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2015. No. 5. Vol. 10. Pp. 12391–12398.
18. Yuriev A.G., Smoljago N.A., Yakovlev O.A. Displacements in pivotal systems over elasticity limit [Peremeshcheniya v sterzhnevnyh sistemah za predelom uprugosti]. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2022. No. 3. Pp. 25–31. (rus)
19. Wasjutynski Z. On the congruency of the forming according to the minimum potential energy with that according to the equal strength. *Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences. Serie des Sciences Techniques*. 1960. Vol. 8. No. 6. Pp. 259–268.
20. Yuriev A.G., Tolbatov A.A., Smoljago N.A., Yakovlev O.A. Rational cross-section of a beam under oblique bend [Racional'noe sechenie brusa pri kosom izgibe]. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2017. No. 11. Pp. 60–63. (rus)
21. Romanjuk V.V., Vasilenko V.B. Construction deformationity of perforated purlin with Z-profile under oblique bend [Deformativnost' konstrukczii perforirovannogo progona Z-obraznogo profilya v usloviyah kosogo izgiba]. *Bulletin of Byelorussia-Russia University*. 2015. No 1 (16). Pp. 111–119. (rus)
22. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. *Handbook with respect to strength of materials [Spravochnik po soprotivleniyu materialov]*. Kiev: Scientific Idea, 1988. 736p. (rus)

Information about the authors

Yuriev, Alexandr G. DSh, Professor. E-mail: yuriev_ag@mail.ru. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Zinkova, Viktoriya A. PhD, Assistant professor. E-mail: vikzinkova@mail.ru. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Received 01.09.2023

Для цитирования:

Юрьев А.Г., Зинькова В.А. Нелинейные задачи косоугольного изгиба // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2023. №11. С. 37–45. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-11-37-45

For citation:

Yuriev A.G., Zinkova V.A. Non linear problems of oblique bending. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2023. No. 11. Pp. 37–45. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-11-37-45