

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КВ-РАДИОТРАСС НА ОСНОВЕ ВОЛНОВОДНОГО ПОДХОДА HF RADIO PATH MODELING BY WAVEGUIDE APPROACH

**С.Н. Пономарчук** 

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, spon@iszf.irk.ru*

**В.И. Куркин** 

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, kurkin@iszf.irk.ru*

**Н.В. Ильин** 

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, ilyin@iszf.irk.ru*

**М.С. Пензин** 

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, penzin.maksim@gmail.com*

**S.N. Ponomarchuk**

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, spon@iszf.irk.ru*

**V.I. Kurkin**

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, kurkin@iszf.irk.ru*

**N.V. Ilyin**

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, ilyin@iszf.irk.ru*

**M.S. Penzin**

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, penzin.maksim@gmail.com*

**Аннотация.** Приведена схема моделирования характеристик КВ-радиосигналов на трассах различной протяженности на основе волноводного подхода — метода нормальных волн. Используется представление поля регистрируемого сигнала в виде ряда произведений функций Грина углового оператора, коэффициентов возбуждения и коэффициентов приема отдельных нормальных волн. Разработаны алгоритмы расчета дистанционно-частотных, частотно-угловых и амплитудных характеристик сигналов в больших пространственных областях на основе анализа и численного суммирования ряда нормальных волн. Реализован комплексный алгоритм моделирования условий распространения КВ-радиосигналов, включающий модель среды, алгоритмы расчета характеристик сигналов и оперативную диагностику радиоканала. Проведено сопоставление результатов моделирования характеристик распространения КВ-сигналов и экспериментальных данных наклонного зондирования на трассах различной протяженности и ориентации. Для анализа экспериментальных ионограмм, определения максимальных применимых частот различных мод распространения на радиотрассах используется методика автоматической обработки и интерпретации ионограмм наклонного зондирования.

**Ключевые слова:** распространение радиоволн, волноводный подход, прогнозирование радиотрасс, ионограмма, диагностика радиоканала.

**Abstract.** We present a scheme for modeling HF radio signal characteristics along paths of different lengths, which is based on the waveguide approach — the normal mode method. We use a representation of the recorded signal field in the form of Green function products of the angular operator, excitation coefficients, and reception coefficients of individual normal modes. Algorithms have been developed for calculating distance-frequency, frequency-angular, and amplitude characteristics of signals in large spatial regions through analysis and numerical summation of normal mode series. We have implemented a complex algorithm for simulating propagation conditions of HF radio signals, which includes a medium model, algorithms for calculating signal characteristics, and operational diagnostics of radio channel. We have compared the results of the HF signal propagation characteristic modeling and the experimental oblique sounding data obtained along paths of different lengths and orientation. To analyze experimental ionograms, determine the maximum usable frequencies for propagation modes along radio paths, we employ the method of automatic processing and interpretation of oblique sounding ionograms.

**Keywords:** radio wave propagation, waveguide approach, radio path forecast, ionogram, radio channel diagnostics.

### ВВЕДЕНИЕ

Эффективность работы радиотехнических систем, включая когнитивное радио, определяется качеством и оперативностью подстройки параметров системы на основе активного и пассивного зондирования ионосферы [Anderson, 2019; Ayliffe et al., 2019]. При использовании данных наклонного зондирования (НЗ) для адаптации параметров радиосистем, в частности, для определения диапазона рабочих частот, необходимо оперативное прогнозирование

характеристик радиосигналов, на основе которого проводится интерпретация результатов зондирования на выбранной сети КВ-радиотрасс. Выделение частотных зависимостей групповых задержек модов распространения на регистрируемых ионограммах позволяет оценить дисперсионные искажения сигнала в радиоканале для дальнейшего их устранения при обработке радиосигналов в приемном устройстве, согласованной с излучаемым сигналом [Ivanov et al., 2019a, b].

Существующие методы моделирования КВ-радиотрасс в основном базируются на методе геометрической оптики [Казанцев и др., 1967; Лукин, Спиридонов, 1969; Кравцов, Орлов, 1980; Croft, Hoogasian, 1968; Kelso, 1968; Haselgrove, 1957; Mullaly, 1962; Rao, 1968]. Разработанные в начале 70-х гг. методы расчета позволяют провести траекторный синтез распределения поля по пространству и оценить амплитуду поля сигналов. Для более полного описания процесса распространения радиоволн в неоднородных магнитоактивных средах с учетом особенностей в области каустик применяются методы канонического оператора Маслова и теории катастроф [Ипатов и др., 1990, 2014; Крюковский и др., 2006]. Влияние случайных неоднородностей различных масштабов исследовалось на основе метода интерференционного интеграла [Авдеев и др., 1988] и обобщенного метода Рыгова [Zernov et al., 1992]. Использовался также метод параболического уравнения [Черкашин, 1971; Varanov, Pоров, 1993]. Метод адиабатического инварианта [Гуревич, Цедилина, 1979] и его обобщение на основе асимптотических решений лучевых уравнений [Varanov et al., 1992] повысили оперативность анализа дальних радиотрасс. Для исследования распространения радиосигналов в диспергирующих средах был развит метод пространственно-временной геометрической теории дифракции [Анютин, Орлов, 1977].

Одним из методов описания процесса распространения КВ-радиосигналов является волноводный подход — метод нормальных волн [Краснушкин, 1947; Vremmer, 1949; Куркин и др., 1981a]. В рамках этого подхода построена комплексная модель КВ-радиоканала, включающая передающее и приемное устройства, антенно-фидерные системы, волновод Земля—ионосфера и программный комплекс расчета характеристик радиосигналов [Куркин и др., 2023]. Получено представление передаточной функции радиоканала в виде ряда произведений функций Грина углового оператора, коэффициентов возбуждения и коэффициентов приема отдельных нормальных волн для ТМ- и ТЕ-полей. Модифицирована схема решения радиальной задачи и построения спектра радиального оператора с учетом поглощения поля сигнала в ионосфере и земной поверхности. Это позволяет проводить моделирование КВ-радиоканала в частотном диапазоне, включающем значения ниже критической частоты F2-слоя ионосферы. На основе анализа и численного суммирования ряда нормальных волн разработаны алгоритмы расчета дистанционно-частотных (ДЧХ), частотно-угловых (УЧХ) и амплитудных характеристик сигналов, включая развертку сигнала. Расчет характеристик радиосигналов проводится для различных типов модуляции излучаемого сигнала с учетом обработки сигнала в приемном устройстве. Особенностью разработанных алгоритмов является определение характеристик нормальных волн сразу для всей радиотрассы, с заданным шагом по дальности, что позволяет использовать аппарат приближения функций для вычисления характеристик поля сигналов в любой точке трассы. В данном исследовании, которое является продолжением работы [Куркин и др., 2023], приведе-

ны результаты сопоставления рассчитанных на основе разработанной модели радиоканала характеристик КВ-радиотрасс и экспериментальных данных НЗ, полученных с использованием многофункционального ЛЧМ-иозонда ИСЗФ СО РАН [Подлесный и др., 2013]. Для моделирования характеристик КВ-радиосигналов и диагностики радиоканала был реализован программный комплекс, включающий модели ионосферы и подстилающей поверхности, базу данных передающих и приемных антенн и модули расчета характеристик сигналов. Для анализа экспериментальных ионограмм и определения максимальных применимых частот (МПЧ) модов распространения на радиотрассе используется методика автоматической обработки и интерпретации ионограмм НЗ [Grozov et al., 2012; Ponomarchuk, Grozov, 2023].

## МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

Рассмотрим численную схему моделирования характеристик КВ-радиотрасс на примере зондирующего импульсного сигнала. Выражение для регистрируемого сигнала в приемнике, расположенном в точке  $\vec{r} = (r, \theta, \varphi_F)$ , можно записать в виде ряда произведений функций Грина углового оператора, коэффициентов возбуждения и коэффициентов приема отдельных нормальных волн [Куркин и др., 2023]

$$u_a(r, t) = w(\vec{r}, t) e^{iW(\vec{r}, t)} = \operatorname{Re} \sum_{n=n_1}^{n=n_m} \left[ a_n(\vec{r}, \omega_0) g_0(t - \tau_n(\theta)) e^{i\Psi_n(\theta, \omega_0)} \right] e^{-i\omega_0 t}. \quad (1)$$

Здесь  $a_n(\vec{r}, \omega_0) = A_n \left[ \tilde{D}_n^e(\varphi) \tilde{P}_n^e(\varphi_F) + \tilde{D}_n^m(\varphi) \times \tilde{P}_n^m(\varphi_F) \right] e^{-\Gamma_n(\theta)}$  — амплитудный множитель нор-

мальной волны;  $A_n = -i \frac{\sqrt{2\pi ka}}{c\sqrt{\gamma_n} \sin \theta} e^{i\frac{\pi}{4}}$ ;  $g_0(t)$  — огибающая излученного импульса;  $\tau_n(\theta) = \int_0^\theta \frac{dk a \gamma_n}{d\omega} d\theta'$  —

задержка нормальной волны на заданную дальность  $\theta$ ;  $\Psi_n(\theta, \omega_0) = ka \int_0^\theta \gamma_n(\theta') d\theta'$  — фаза волны;  $k = \omega_0/c$ ;

$a$  — радиус Земли;  $\Gamma_n(\theta) = ka \int_0^\theta \left[ (v_n^e + v_n^m)/2 \right] d\theta'$  —

затухание нормальной волны;  $\gamma_n$  и  $v_n^{e,m}$  — вещественная и мнимая части спектрального параметра  $\tilde{\gamma}_n^{e,m}$ .

Предполагается, что полярная ось сферической системы координат проходит через точку расположения излучателя. Схема построения ряда нормальных волн (1) в неоднородном азимутально-симметричном волноводе Земля—ионосфера приведена в работе [Куркин и др., 2023]. В рамках метода поперечных сечений волновод разбивается на однородные волноводы сравнения [Попов, Потехин, 1984], для каждого из которых сформулирована радиальная краевая задача. Решение уравнения второго порядка для компонент электромагнитного поля ищется в виде

разложения по собственным функциям  $R_n^{e,m}(r, \theta)$  радиальных задач волноводов сравнения. Методом разделения переменных получают волноводные уравнения для коэффициентов разложения поля в ряд, которые решают без учета взаимодействия нормальных волн при переходе из одного волновода сравнения в другой. В предположении плавного изменения параметров ионосферы в зависимости от угловой координаты  $\theta$  находится решение волноводных уравнений в адиабатическом приближении с использованием метода эталонного уравнения. В этом приближении номер нормальной волны  $n$  является адиабатическим инвариантом. Поэтому в каждой точке радиотрассы можно использовать решения радиальной задачи для сферически-симметричной модели волновода Земля—ионосфера с соответствующими параметрами среды для определения собственных значений  $(\tilde{\gamma}_n^{e,m})^2$  и собственных функций  $R_n^{e,m}(r, \theta)$  для заданного  $n$ . Таким образом, можно считать, что спектральный параметр  $\tilde{\gamma}_n^{e,m}(\theta)$  является функцией угловой координаты  $\theta$ . Характеристики нормальной волны  $\Psi_n(\theta, \omega_0)$ ,  $\tau_n(\theta)$  и  $\Gamma_n(\theta)$  определяются интегральными функциями угловой координаты  $\theta$  и зависят от свойств среды распространения.

В амплитудные множители нормальных волн входят коэффициенты возбуждения  $\tilde{D}_n^{e,m}$  и приема  $\tilde{P}_n^{e,m}$  нормальных волн ТМ- и ТЕ-типов, которые рассчитываются для заданных антенно-фидерных устройств [Куркин и др., 2023]. Отметим также, что выражение для регистрируемого сигнала (1) получено в изотропном волноводе Земля—ионосфера без учета магнитного поля, поэтому вид поляризации зондирующей волны не фиксируется. Учет магнитного поля проводится феноменологически введением эффективного показателя поглощения энергии сигнала в волноводе  $\tilde{\nu} = (\nu_n^e + \nu_n^m)/2$  в экспоненте в выражении для амплитудного множителя нормальной волны [Куркин и др., 19816]. Магнитоионное разделение сигналов не учитывается, что определяет выбор фазы нормальной волны в (1).

Пределы суммирования в (1) выбираются из условий эффективного возбуждения нормальных волн  $n_1$  и малого затухания волн за счет поглощения или просачивания волн сквозь ионосферу  $n_m$ . Номера  $n_1$  и  $n_m$  вычисляются с использованием уравнения спектра нормальных волн, исходя из граничных значений вещественной части собственного значения радиальной задачи  $\xi_n = \gamma_n^2 - \nu_n^2$ , определяющих группу нормальных волн, формирующих поле сигнала в волноводе [Куркин и др., 2023]. Граничные значения  $\xi_n$  находятся из равенства, определяющего особые точки ВКБ — решения для собственных функций радиального оператора — точки поворота (отражения). Для заданного профиля электронной концентрации  $N_e(r)$  [м<sup>-3</sup>] данное равенство имеет вид

$$\xi_n = \left(\frac{r}{a}\right)^2 \left[1 - \frac{80.6N_e(r)}{f^2}\right]. \quad (2)$$

Наземный излучатель, расположенный в точке  $\vec{r}_b = (b, 0, \varphi)$ , эффективно возбуждает нормальные волны с  $n > n_1(0)$ , где  $n_1(0)$  вычисляется при значении  $\gamma_n = b/a$ , определяющем нижнюю точку поворота ВКБ-решения для  $\gamma_n > 1$  [Куркин и др., 2023]. С другой стороны, значение результирующего тока на выходе приемной антенны в точке  $\vec{r} = (r, \theta, \varphi_F)$  определяется волнами с  $n > n_1(\theta)$ , где  $n_1(\theta)$  вычисляется из уравнения спектра при  $\gamma_n = r/a$ . Нормальные волны, у которых спектральный параметр  $\gamma_n > r/a$ , не участвуют в формировании тока в антенне, так как напряженности поля этих волн вблизи приемной антенны малы [Куркин и др., 1981a]. Таким образом, нижний предел суммирования  $n_1 = \max[n_1(0), n_1(\theta)]$ .

Для выбора верхнего предела суммирования в (1) рассмотрим условия существования волноводного канала распространения радиоволн, образованного земной поверхностью и слоем ионосферы E, F1 или F2. Локальные минимумы и точки перегиба функции  $\xi_n$  для фиксированной угловой координаты  $\theta$  определяют значения параметров  $\xi_{\min}^j$  и  $\xi_{\max}^j$ , где  $j = 1, 2, 3$  для E, F1 и F2 соответственно. Значения  $\xi_{\min}^j$  и  $\xi_{\max}^j$  для волноводного канала выбираются, исходя из условия существования точек поворота в ионосферном слое. Используя уравнение спектра нормальных волн, можно рассчитать по значениям  $\xi_{\max}^j$  и  $\xi_{\min}^j$  соответствующие нижние и верхние граничные номера в волноводном канале  $n_1^j$  и  $n_m^j$ . В неоднородном волноводе  $\xi_{\min}^j(\theta)$  и  $\xi_{\max}^j(\theta)$  меняются вдоль радиотрассы, что обуславливает переход нормальных волн из одного волноводного канала в другой, переход в межслоевой канал или просачивание волн сквозь ионосферу. В качестве значения  $\xi_{\max}^1$  на радиотрассе принимается значение  $\xi_{\max}^1(0) = b/a$  или  $\xi_{\max}^1(\theta) = r/a$ . В реализованном алгоритме расчета характеристик КВ-сигналов учитываются только те группы нормальных волн, которые распространяются в волноводных каналах, существующих в пределах всей радиотрассы, без переходов и просачивания. Границы групп волн в каждом волноводном канале определяются как  $\max n_1^j(\theta_1)$  и  $\min n_m^j(\theta_1)$ , где  $0 < \theta_1 < \theta$ . Таким образом, полная группа нормальных волн, формирующая ток в приемной антенне, представляет собой объединение групп нормальных волн, распространяющихся в волноводных слоях E, F1 и F2. За верхнюю границу номера для полной группы нормальных волн, формирующих поле сигнала в точке приема, можно выбрать  $n_0 = \min n_m^3(\theta_1)$ , где  $0 < \theta_1 < \theta$ . Нормальные волны с  $n > n_0$  просачиваются сквозь ионосферу при распространении вдоль радиотрассы, т. е. не имеют точек отражения. Для низких частот излучения, меньших критической частоты F2-слоя на радиотрассе, спектральный параметр  $\gamma_{\min}$ , соответствующий

щий  $\xi_{\min}^3$ , стремится к нулю и  $n_0$  увеличивается. При этом резко возрастает мнимая часть спектрального параметра  $v_{\min}$ , что приводит к сильному затуханию сигнала уже на небольших расстояниях от излучателя. Например, поле излучения спадает в  $e$  раз на удалении  $d=10$  км для  $f=3$  МГц [Куркин и др., 2023]. Поэтому в реализованном алгоритме расчета характеристик сигнала для низких частот излучения принимается оценка  $\xi_{\min}^3 \cong -10^{-4}$ , из которой рассчитывается верхний предел суммирования в (1). Реально расчет характеристик сигналов на неоднородных радиотрассах для приземных излучателя и приемника проводится для отдельных волноводных каналов распространения с границами групп нормальных волн  $n_1$  и  $n_0^j = \min n_m^j(\theta_1)$ , где  $0 < \theta_1 < \theta$ .

Определение граничных номеров  $n_1 = \max[n_1(0), n_1(\theta)]$  и  $n_0$ , зависящих от параметров ионосферы, позволяет рассчитать важную характеристику распространения радиоволн — предельную частоту радиосвязи в волноводе Земля—ионосфера для заданной угловой дальности и высот расположения передающей и приемной антенн над поверхностью Земли [Куркин и др., 1975]. С увеличением частоты излучения  $n_1$  растет, а  $n_0$  уменьшается. Равенство

$$n_1 = \max[n_1(0), n_1(\theta)] = n_0 \quad (3)$$

определяет верхнюю границу диапазона частот для поиска МПЧ радиотрассы.

Поле отдельной нормальной волны распределено по всему сечению волновода и зависит от его глобальных характеристик. Суммарное же поле сигнала локализовано в областях волновода, где выполняется условие сфазированности отдельных групп волн — разность фаз соседних нормальных волн кратна  $2\pi$  [Потехин, Орлов, 1981]. Для приземных излучателя и приемника условие сфазированности отдельных групп волн (условие стационарности) имеет вид

$$\Delta\Psi_n(\theta) = (\Psi_n - \Psi_{n+1}) = 2\pi l, \quad (4)$$

где  $l$  — целое число. Уравнение (4) определяет номера центральных волн групп сфазированных нормальных волн, вносящих основной вклад в поле сигнала в точке приема. Спектральный параметр центральной волны группы сфазированных волн с номером  $n_i$  можно связать с углом выхода траектории  $\phi_1$  из точки излучения с радиальной координатой  $b$  соотношением  $\cos\phi_1 = a\gamma_{n_i}(0)/b$ . [Куркин и др., 1981a]. В сферически-симметричном волноводе уравнение стационарности (4) можно привести к выражению для дальности скачка вдоль поверхности земли [Dyson, Bennett, 1988], используя связь угла места  $\phi_1$  со спектральным параметром  $\gamma_n$ ,

$$D = 2a^2 \cos\phi_1 \int_a^{r_n} \frac{dr}{r\sqrt{\epsilon r^2 - a^2 \cos^2\phi_1}}. \quad (5)$$

Здесь  $r_n$  — точка отражения траектории в ионосфере. Тогда  $l$  в уравнении (4) — число отражений поля сигнала от ионосферы.

Численное решение трансцендентного уравнения стационарности (4) относительно угловой дальности  $\theta$  для заданных значений  $n_i$  позволяет построить зависимость  $D(n_i) = a\theta(n_i)$  — аналог дальностно-угловой характеристики  $D(\phi_1)$ . Вычисляя групповую задержку центральной волны  $n_i$  и используя  $\theta(n_i)$ , получим зависимость  $P(n_i)$  — аналог дистанционно-угловой характеристики  $P(\phi_1)$ , где  $P$  — групповой путь. Значения центральных номеров  $n_i$  переводятся в углы выхода луча  $\phi_1$  с использованием связи  $n_i$  со спектральным параметром  $\gamma_{n_i}$  уравнением на спектр нормальных волн [Куркин и др., 2023]. Для каждого из волноводных каналов E, F1 и F2 определяются отдельные зависимости  $D^j(\phi_1)$  и  $P^j(\phi_1)$ . Для заданных значений частоты  $f$  и дальности  $D$  для каждого канала существует два решения уравнения (4) относительно угла выхода траектории из точки излучения, соответствующие нижнему и верхнему лучам [Дэвис, 1973]. С уменьшением дальности при фиксированной частоте  $f$  траектории распространения, соответствующие нижнему и верхнему лучам, сближаются и пересекаются в точке минимума в зависимости  $D^j(\phi_1)$ . Точка минимума соответствует границе освещенной зоны  $D_m^j$ . Для дальности  $D_m^j$   $f$  является МПЧ мода распространения  $f_m^j$ . Минимум в зависимости  $P^j(\phi_1)$  определяет минимальный групповой путь  $P_m^j$ . Дальность до границы освещенной зоны  $D_m^j$  не совпадает с дальностью, на которой достигается  $P_m^j$ . С увеличением рабочей частоты эта разность уменьшается. Расчет частотных зависимостей  $D_m^j(f)$  и  $P_m^j(f)$  используется для анализа и интерпретации ионограмм ВНЗ непрерывным ЛЧМ-сигналом [Пономарчук и др., 2021].

МПЧ модов распространения и границы освещенной зоны вдоль земной поверхности для каждого волноводного канала E, F1 и F2 можно оперативно определить, решая уравнение

$$\max_{n \in [n_1, n_m]} \Delta\Psi_n(\theta, f) = l. \quad (6)$$

Решение данного уравнения относительно  $f$  для заданной дальности  $D = a\theta$  определяет МПЧ мода кратности  $l$ . Решение уравнения (6) относительно  $\theta$  для фиксированной  $f$  определяет дальность до границы мертвой зоны  $l$ -го скачка.

Выражения (1), (4) и (6) служат формульной основой схемы расчета распределения поля КВ-сигнала в волноводе Земля—ионосфера по методу нормальных волн. На первом этапе рассчитываются характеристики нормальных волн  $a_n$ ,  $\Psi_n$ ,  $\Delta\Psi_n$  в опорных точках спектра по заданным профилям электронной концентрации  $N(r)$  и эффективной частоты соударений  $\rho_{eff}(r)$  в выбранных точках радиотрассы. Определяются группы нормальных волн, формирующие поле сигнала в точке приема для волноводных каналов E, F1 и F2. Проведенные численные исследования показали, что в плавно нерегулярных волново-

дах характеристики нормальных волн плавно меняются в зависимости от номера  $n$  при фиксированной координате  $\theta$  и от  $\theta$  при фиксированном  $n$ . Это позволяет эффективно использовать аппарат приближения функций при вычислениях  $a_n, \Psi_n, \tau_n, \Delta\Psi_n$  в промежуточных точках по  $n$  и  $\theta$  в алгоритмах расчета характеристик сигналов. Для обеспечения достаточной точности вычисления характеристик нормальных волн достаточно выбрать 100 опорных точек спектра. Число точек по  $\theta$  определяется скважностью задания профилей  $N(r)$  и  $\rho_{eff}(r)$  вдоль радиотрассы. Для протяженных радиотрасс скважность составляет 200–400 км.

На втором этапе решение (4) относительно  $n_i$  позволяет для каждого волноводного канала E, F1 и F2 определить модовую структуру сигнала (количество сигналов и их идентификацию) и рассчитать МПЧ, временные и угловые характеристики сигналов для модов распространения. Номер  $n_i$  связан с углом прихода траектории  $\phi_2$  в точку приема соотношением  $\cos\phi_2 = a\gamma_{n_i}(\theta)/r$ . Таким образом рассчитывается частотно-угловая характеристика регистрируемых сигналов в точке приема.

Амплитудные характеристики сигналов для каждого из волноводных каналов рассчитываются с использованием (1). Огибающая  $w(\vec{r}, t)$  регистрируемого сигнала в каждом волноводном канале рассчитывается на основе прямого численного суммирования выражений вида [Куркин и др., 1982]

$$w(\vec{r}, t) = \left[ \left( \sum_{n=n_1}^{n=n_0^j} a_n g_0(t - \tau_n) \cos \Psi_n \right)^2 + \left( \sum_{n=n_1}^{n=n_0^j} a_n g_0(t - \tau_n) \sin \Psi_n \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Значение суммы нормальных волн определяется плавной зависимостью характеристик нормальных волн  $a_n, \Psi_n, \tau_n$  от  $n$ , что позволяет реализовать эффективную схему суммирования с использованием аппарата приближения функций при вычислениях. В случае излучаемого квазимонохроматического импульсного сигнала в момент времени  $t$  в пренебрежении эффектом расплывания сигнала значение  $w(\vec{r}, t)$  определяется группой волн, групповые задержки которых лежат в интервале  $[t - \tilde{T}, t]$  (волны присутствуют в момент времени  $t$  в месте приема). Здесь  $\tilde{T}$  — полная длительность импульса. Тогда интервал номеров  $[n_1, n_0^j]$  в (7) для вычисления  $w(\vec{r}, t)$  в момент  $t$  можно заменить на интервал  $[n_H(t), n_k(t)]$ , где  $n_H$  — номер волны, задержка которой на рассматриваемую дальность  $\theta$  равна  $t - \tilde{T}$ , а  $n_k$  — номер волны с  $\tau_{n_k} = t$ . Согласно (7), суммирование в каждый момент времени проводится по  $n$  с шагом, равным единице, поэтому для сокращения затрат машинного времени расчет организован следующим образом. Вся временная развертка

от  $\tau_H$  до  $\tau_k$  ( $\tau_H$  и  $\tau_k$  определяются по задержкам соответственно самой быстрой и самой медленной волн из интервала  $[n_1, n_0^j]$ ) делится на  $m = (\tau_k - \tau_H) / \Delta t$  интервалов, где  $\Delta t$  — заданный шаг по времени, причем  $\Delta t < \delta$ , где  $\delta$  — длительность фронта импульса. Далее в цикле по номерам  $[n_1, n_0^j]$  для каждой нормальной волны рассчитываются амплитуда, фаза, задержка и определяются моменты времени  $t_s$  из  $m+1$  отсчетов времени, когда данная волна участвует в формировании сигнала, по условию  $t_s - \tilde{T} \leq \tau_n \leq t_s$ . Далее реальная и мнимая части нормальной волны с учетом огибающей (отдельные слагаемые в (7)) заносятся в соответствующие элементы массивов. По окончании цикла по номерам с помощью простейших арифметических операций получаем массив значений огибающей  $w(\vec{r}, t)$  в  $m+1$  точках временной развертки. Расчет огибающей сигнала  $w(\vec{r}, t)$  позволяет исследовать форму принимаемого сигнала как для разделенных во времени импульсов, так и для перекрывающихся, т. е. как в освещенной зоне, так и в области каустики, где сливаются верхний и нижний лучи [Куркин и др., 2023]. Значение огибающей сигнала в центре импульса отдельного сигнала, соответствующего задержке центральной волны пакета сфазированных нормальных волн  $\tau_{n_i} + \tilde{T} / 2$ , можно принять за амплитуду сигнала.

Разработанная схема расчета характеристик импульсных сигналов применима и для расчета характеристик ЛЧМ-сигналов с учетом обработки методом сжатия по частоте [Иванов и др., 2003]. В этом случае результат обработки отдельной временной выборки регистрируемого ЛЧМ-сигнала эквивалентен прохождению через радиоканал узкополосного импульсного сигнала, характеристики которого определяются временным окном [Shyin et al., 1996; Подлесный и др., 2014].

## АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для моделирования КВ-радиотрасс реализован комплексный алгоритм, включающий модель среды, алгоритмы расчета характеристик сигналов и интерпретации ионограмм. Вычисления характеристик радиосигналов проводятся с использованием комплексной арифметики. Для проверки разработанных алгоритмов моделирования характеристик сигналов и интерпретации ионограмм привлекались данные, полученные на сети радиотрасс НЗ, охватывающей Северо-Восточный регион России и созданной на базе пространственно-распределенного многофункционального ЛЧМ-иозонда, разработанного в ИСЗФ СО РАН [Подлесный и др., 2013]. Геометрия расположения трасс показана на рис. 1. Передающие пункты: Магадан (60° N, 150.7° E), Хабаровск (47.6° N, 134.7° E), Норильск (69.4° N, 88.4° E), Усолье-Сибирское (52.9° N, 103.3° E). Приемный пункт «Иркутск»: с. Торы, Бурятия (51.8° N, 103° E).

На основе решения трансцендентного уравнения (6) был реализован оперативный алгоритм расчета МПЧ различных мод распространения на КВ-радио-

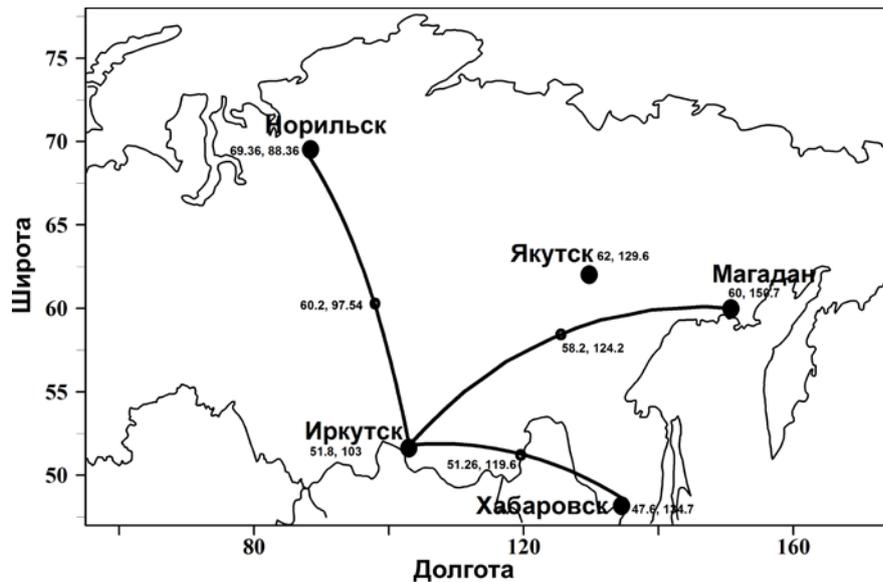


Рис. 1. Геометрия трасс НЗ в Северо-Восточном регионе России

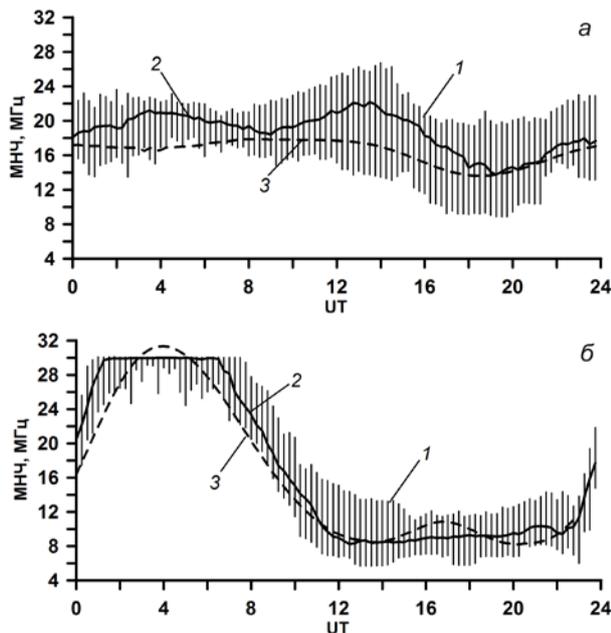


Рис. 2. Суточные вариации медианы МНЧ и расчетной МПЧ в июле (а) и декабре (б) 2013 г. на трассе Магадан—Иркутск: 1 — интервалы изменения МНЧ; 2 — медиана МНЧ; 3 — расчетные МПЧ

трассах. Верификация алгоритма для прогноза МПЧ мода 1F2 по экспериментальным максимальным наблюдаемым частотам (МНЧ) на сети радиотрасс НЗ в Северо-Восточном регионе России показала его эффективность в различных гелиогеофизических условиях. На рис. 2 в качестве иллюстрации показаны суточные вариации медианы МНЧ (сплошная черная линия) для мода распространения 1F2 в июле (а) и декабре (б) 2013 г. на трассе Магадан—Иркутск (длина 3000 км). Вертикальными линиями показаны интервалы изменения МНЧ в течение месяца. Здесь же даны результаты расчета МПЧ мода 1F2 по модели ионосферы IRI-2016 [Bilitza et al., 2017] (штриховая линия). Стандартные отклонения относительной ошибки прогноза в июле и декабре 2013 г. составили 6.4 и 11 %.

Аналогичные суточные вариации медианы МНЧ и расчетных МПЧ для мода распространения 1F2 на трассе Хабаровск—Иркутск (длина 2300 км) показаны на рис. 3 для июля (а) и декабря (б) 2013 г. Для трассы Хабаровск—Иркутск стандартные отклонения ошибки прогноза составили 5.4 и 11.2 % соответственно в июле и декабре 2013 г.

Для анализа экспериментальных данных, определения МПЧ и построения треков сигналов отдельных модов распространения был реализован алгоритм автоматической интерпретации ионограмм НЗ [Grozov et al., 2012; Ponomarchuk, Grozov, 2023]. Он базируется на использовании результатов моделирования ДЧХ на заданной трассе в режиме долгосрочного прогноза, адиабатических инвариантов и результатов вторичной обработки экспериментальной ионограммы — точек со значимой амплитудой. Основой метода являются адиабатические инварианты — величины, сохраняющиеся при вариациях параметров ионосферы в пределах погрешности долгосрочного прогноза (20 %), а именно:

- отношение группового пути  $P_m$  в точке смыкания нижнего и верхнего лучей мода распространения к длине радиотрассы  $D P_m/D$ ;
- отношение МПЧ модов различных кратностей, распространяющихся в одном из волноводных каналов  $\chi$ ;
- частотная зависимость группового пути  $P$  мода распространения на нормированной сетке частот  $\beta=f/f_m$ , где  $f_m$  — МПЧ мода для рассматриваемой дальности  $P(\beta)$ .

По результатам регистрации сигнала НЗ на выходе приемника формируется ионограмма НЗ, характеризующая зависимость группового времени распространения сигнала от частоты. В общем виде ионограмма — это матрица, где каждый элемент (амплитуда)  $A(f_i, P_j)$  определяется двумя характеристиками: групповым путем (задержкой сигнала)  $P_j$  и частотой  $f_i$ . Для выделения массива точек, соответствующих моментам прихода сигналов со значимой ампли-

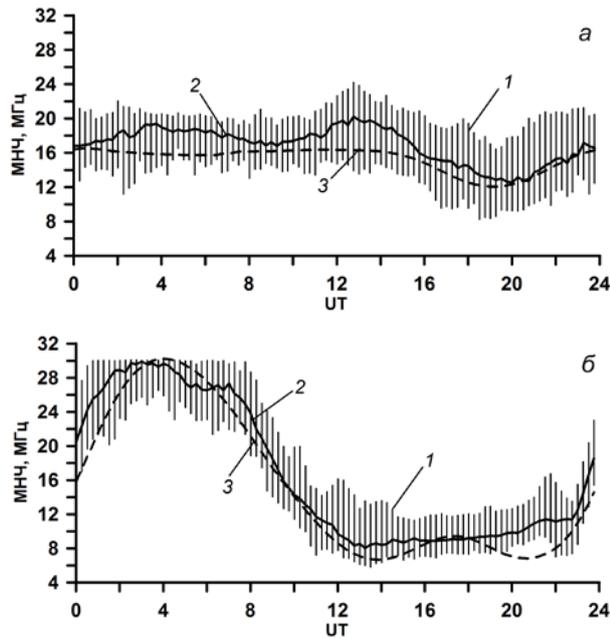


Рис. 3. То же, что на рис. 2, для трассы Хабаровск—Иркутск

тудой по отношению сигнал/шум, проводится вторичная обработка ионограммы [Grozov et al., 2012]. Формируется массив точек со значимой амплитудой  $(f, P)_k, k = \overline{1, M}$ . Разработан алгоритм определения МПЧ модов распространения в волноводных каналах F1 и F2 на основе модельной маски, построенной по результатам долгосрочного прогноза ДЧХ НЗ на радиотрассе. Маска для выбранного мода распространения перемещается по ионограмме без поворотов путем совмещения носика маски с точками со значимой амплитудой  $(f, P)_k, k = \overline{1, M}$ . Совмещение осуществляется на нормированной сетке частот  $\beta$ , пересчитываемой на каждом шаге. Значения частоты  $f_m^r$  и группового пути  $P_m^r$ , при которых достигается максимум числа точек, попадающих в маску, принимаются за реальные МПЧ и групповой путь точки смыкания верхнего и нижнего лучей мода распространения. По результатам определения МПЧ модов распространения корректируются соответствующие расчетные ДЧХ сигналов НЗ. На основе прямоугольной маски реализован также алгоритм выделения сигналов, отраженных от слоя E<sub>s</sub>. На рис. 4, а показаны ионограмма НЗ, полученная 09.01.2023, 01:15 UT на трассе Магадан—Иркутск, и результаты моделирования ДЧХ НЗ по долгосрочному прогнозу с использованием модели ионосферы IRI-2016. Погрешность долгосрочного прогноза составила ~30%. На панели б показаны результаты интерпретации ионограммы, в результате которой идентифицированы сигналы, относящиеся к модам распространения 1F2, 2F2, 3F2, и скорректированы прогнозные ДЧХ НЗ этих модов.

На рис. 5 показана ионограмма НЗ, полученная 09.01.2023, 01:11 UT на трассе Хабаровск—Иркутск, и результаты интерпретации модов распространения 1F2 и 2F2. На рис. 6 показана ионограмма НЗ, полученная 09.01.2023, 01:33 UT на трассе Норильск—

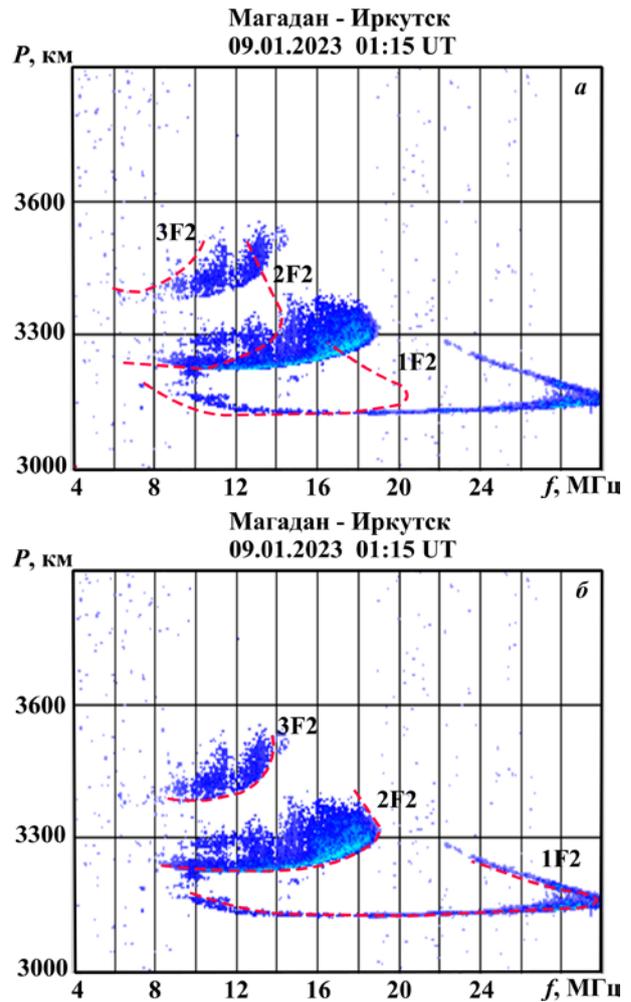


Рис. 4. Ионограмма НЗ на трассе Магадан—Иркутск 09.01.2023, 01:15 UT; результаты моделирования ДЧХ (а) и интерпретации модов распространения (б)

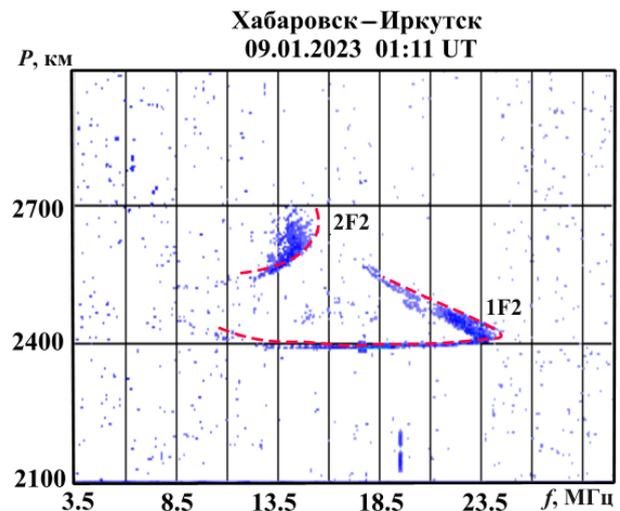


Рис. 5. Ионограмма НЗ на трассе Хабаровск—Иркутск 09.01.2023, 01:11 UT и результаты интерпретации модов распространения

Иркутск (длина 2088 км), и результаты интерпретации модов распространения 1F2 и 2F2.

Приведенные выше ионограммы получены в зимний период времени в условиях отсутствия ионосферных возмущений и характеризуются достаточно простой модовой структурой принимаемых сигналов.

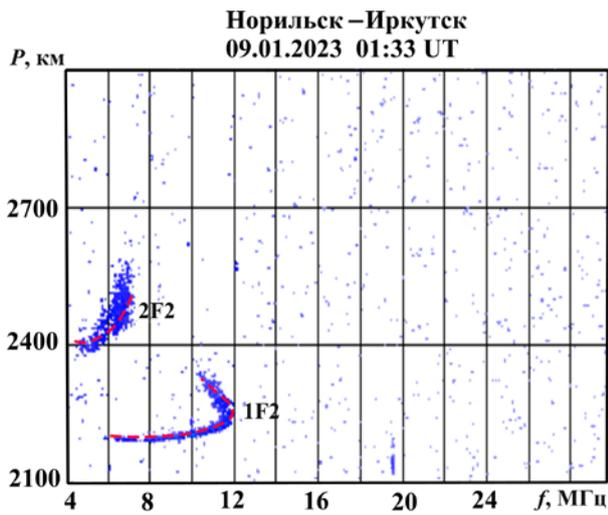


Рис. 6. Ионограмма НЗ на трассе Норильск—Иркутск 09.01.2023, 01:33 UT и результаты интерпретации модов распространения

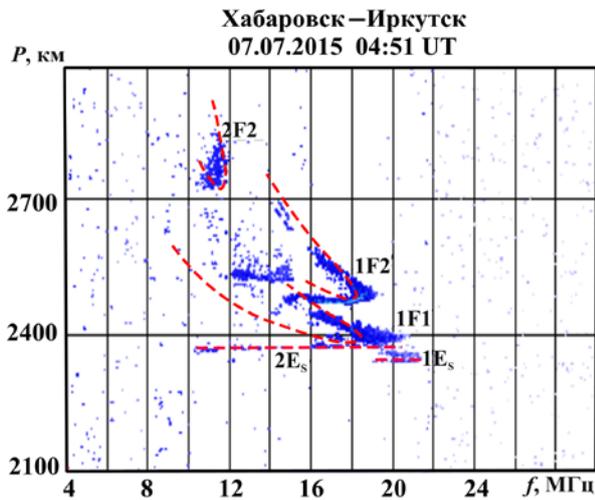


Рис. 7. Ионограмма НЗ на трассе Хабаровск—Иркутск 07.07.2015, 04:51 UT и результаты интерпретации модов распространения

Основные следы отражений на ионограммах НЗ соответствуют сигналам, приходящим в точку приема путем отражения от слоя F2. Модовая структура регистрируемого сигнала усложняется в условиях присутствия крупномасштабных ионосферных неоднородностей или перемещающихся ионосферных возмущений (ПИНВ) на трассе распространения радиоволн [Kurkin et al., 2024]. В летний период времени многослойная структура ионосферы приводит к появлению на ионограммах НЗ дополнительных сигналов, отраженных от слоя F1. Отличительной особенностью летних дневных ионограмм НЗ является присутствие ярко выраженных следов, соответствующих задержкам прихода сигналов, отраженных от слоя E<sub>s</sub>. В отдельные летние дневные периоды времени слой E<sub>s</sub> становится доминирующим на трассе, что приводит к полной экранировке вышележащих отражающих слоев F1 и F2. Максимальная рабочая частота приема сигналов, отраженных от слоя E<sub>s</sub>, может превышать предельную частоту передатчика. На рис. 7 показана ионограмма НЗ, полученная на трассе Хабаровск—Иркутск 07.07. 2015, 04:51 UT. Красные штриховые линии — результаты автоматической интерпретации

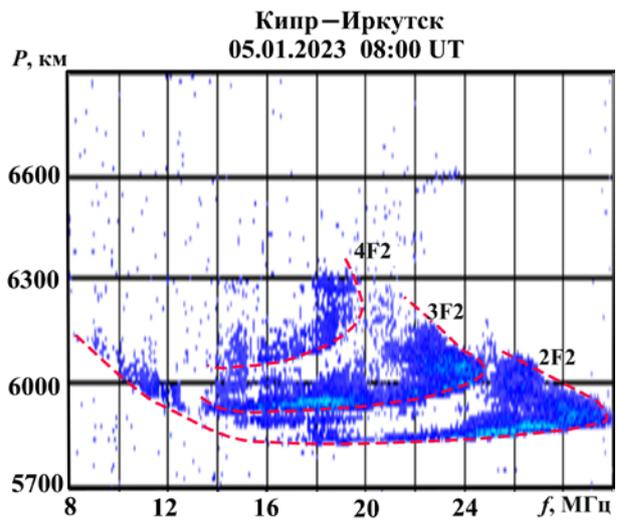


Рис. 8. Ионограмма НЗ на трассе Кипр—Иркутск 05.01.2023, 08:00 UT и результаты интерпретации модов распространения

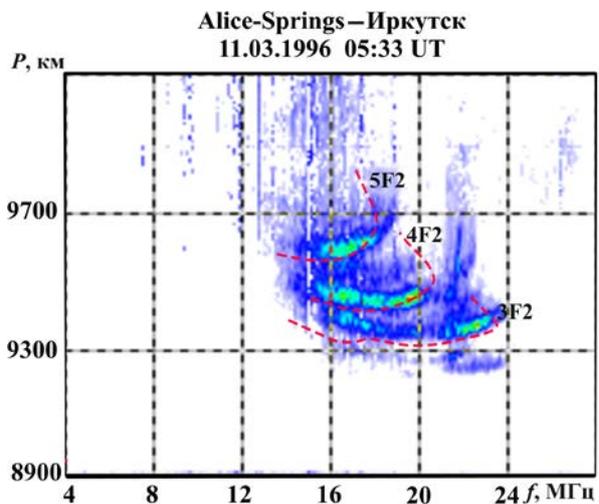


Рис. 9. Ионограмма НЗ на трассе Alice-Springs—Иркутск 11.03.1996, 05:33 UT и результаты интерпретации модов распространения

модов распространения 1F1, 1F2 и 2F2 и результаты интерпретации сигналов, отраженных от слоя E<sub>s</sub> (моды 1E<sub>s</sub> и 2E<sub>s</sub>).

Разработанные методы и алгоритмы расчета и анализа характеристик распространения применимы и для моделирования протяженных КВ-радиотрасс. На рис. 8 в качестве иллюстрации приведены ионограмма НЗ, полученная 05.01.2023, 08:00 UT на трассе Кипр—Иркутск (длина 5650 км), и результаты интерпретации ДЧХ. Данная трасса проходит в средних широтах. Видно, что алгоритм интерпретации ионограммы позволяет идентифицировать моды распространения 2F2, 3F2 и 4F2 с последующей корректировкой ДЧХ.

На рис. 9 показаны ионограмма НЗ, полученная 11.03.1996 на трансэкваториальной трассе Alice-Springs—Иркутск (длина 8937 км) и результаты интерпретации модов распространения 3F2, 4F2 и 5F2.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дано описание методики и алгоритмов моделирования КВ-радиотрасс различной протяженности

и ориентации в рамках волноводного подхода — метода нормальных волн.

- Разработаны численные алгоритмы расчета характеристик нормальных волн с учетом комплексности спектрального параметра;
  - Разработаны алгоритмы моделирования дистанционно-частотных, частотно-угловых и амплитудных характеристик сигналов на КВ-радиотрассах на основе анализа и численного суммирования ряда нормальных волн;
  - Реализован комплексный алгоритм моделирования КВ-радиотрасс, включающий модель среды, алгоритмы расчета характеристик сигналов и автоматической интерпретации ионограмм;
  - Проведено сопоставление результатов расчета МПЧ и ДЧХ НЗ и экспериментальных данных НЗ на трассах различной протяженности и ориентации. Для анализа экспериментальных ионограмм и определения МПЧ модов распространения на радиотрассе используется методика автоматической обработки и интерпретации ионограмм наклонного зондирования.
- Результаты работы комплексного алгоритма расчета характеристик КВ-распространения могут быть использованы как входные параметры для анализа и выделения искажений регистрируемых сигналов на реальных радиотрассах, а также для определения диапазонов оптимальных рабочих частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки (субсидия № 075-ГЗ/ЦЗ569/278). Экспериментальные данные получены с использованием оборудования Центра коллективного пользования «Ангара» [<http://ckp-rf.ru/ckp/3056/>].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Авдеев В.Б., Демин А.В., Кравцов Ю.А. и др. Метод интерференционных интегралов (Обзор). *Изв. вузов. Радиофизика*. 1988. Т. 31, № 11. С. 1279–1294.

Анютин А.П., Орлов Ю.И. Пространственно-временная геометрическая теория дифракции частотно-модулированных радиосигналов в однородной диспергирующей среде. *РЭ*. 1977. Т. 22, № 10. С. 2082–2090.

Гуревич А.В., Цедилина Е.Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. М.: Наука, 1979. 246 с.

Дэвис К. *Радиоволны в ионосфере*. М.: Мир, 1973. 502 с.

Иванов В.А., Куркин В.И., Носов В.Е. и др. ЛЧМ-иозонд и его применение в ионосферных исследованиях. *Изв. вузов. Радиофизика*. 2003. Т. 46, № 11. С. 919–952.

Ипатов Е. Б., Лукин Д. С., Палкин Е. А. Численная реализация метода канонического оператора Маслова в задачах распространения коротких радиоволн в ионосфере Земли. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1990. Т. 33, № 5. С. 562–573.

Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С. и др. Методы моделирования распространения электромагнитных волн в ионосфере с учетом распределений электронной концентрации и магнитного поля земли. *РЭ*. 2014. Т. 59, № 12. С. 1180–1187. DOI: [10.7868/S0033849414120079](https://doi.org/10.7868/S0033849414120079).

Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. *Космические исследования*. 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593–600.

Кравцов Ю. А., Орлов Ю.И. *Геометрическая оптика неоднородных сред*. М.: Наука, 1980. 304 с.

Краснушкин П.Е. *Метод нормальных волн в применении к проблеме дальних радиосвязей*. М.: Изд-во МГУ, 1947. 52 с.

Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Волновые катастрофы – фокусировки в дифракции и распространении электромагнитных волн. *РЭ*. 2006. Т. 51, № 10. С. 1155–1192.

Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Методика расчета МПЧ протяженных радиотрасс. *Исследования по геомагнетизму, аэронауки и физике Солнца*. М.: Наука, 1975. Вып. 33. С. 71–74.

Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. *Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи*. М.: Наука, 1981а. 124 с.

Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Применение метода нормальных волн к исследованию протяженных радиотрасс. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1981б. Т. 24, № 3. С. 293–297.

Куркин В.И., Орлов И.И., Потехин А.П. О способе расчета амплитуды квазимонохроматического КВ-сигнала в методе нормальных волн. *Исследования по геомагнетизму, аэронауки и физике Солнца*. М.: Наука, 1982. Вып. 59. С. 60–62.

Куркин В.И., Ильин Н.В., Пензин М.С. и др. Моделирование КВ-радиоканала на основе волноводного подхода. *Солнечно-земная физика*. 2023. Т. 9, № 4. С. 91–103. DOI: [10.12737/szf-94202311](https://doi.org/10.12737/szf-94202311).

Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Применение метода характеристик для численного решения задач распространения радиоволн в неоднородной и нелинейной среде. *РЭ*. 1969. Т. 14, № 9. С. 1673–1677.

Подлесный А.В., Брынько И.Г., Куркин В.И. и др. Многофункциональный ЛЧМ-иозонд для мониторинга ионосферы. *Гелиогеофизические исследования*. 2013. Вып. 4. С. 24–31.

Подлесный А.В., Лебедев В.П., Ильин Н.В., Хахинов В.В. Реализация метода восстановления передаточной функции ионосферного радиоканала по результатам зондирования ионосферы непрерывным ЛЧМ-сигналом. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2014. Т. 19, № 1. Р. 63–70.

Пономарчук С.Н., Грозов В.П., Ильин Н.В. и др. Возвратно-наклонное зондирование ионосферы непрерывным сигналом с линейной частотной модуляцией. *Изв. вузов. Радиофизика*. 2021. Т. 64, № 8-9. С. 665–671. DOI: [10.52452/00213462\\_2021\\_64\\_08\\_655](https://doi.org/10.52452/00213462_2021_64_08_655).

Попов В.Н., Потехин А.П. О распространении декаметровых радиоволн в азимутально-симметричном волноводе Земля—ионосфера. *Исследования по геомагнетизму, аэронауки и физике Солнца*. М.: Наука, 1984. Вып. 69. С. 9–15.

Потехин А.П., Орлов И.И. Приближенная формула суммирования ряда нормальных волн. *Исследования по геомагнетизму, аэронауки и физике Солнца*. М.: Наука, 1981. Вып. 57. С. 135–137.

Черкашин Ю.Н. Применение метода параболического уравнения для расчета волновых полей в неоднородных средах. *РЭ*. 1971. Т. 16, № 1. С. 173–174.

Anderson S. Cognitive HF radar. *J. Eng.* 2019. Vol. 2019, iss. 20. P. 6772–6776. DOI: [10.1049/joe.2019.0537](https://doi.org/10.1049/joe.2019.0537).

Ayliffe J.K., Durbridge L.J., Gordon J.F., et al. The DST Group High-Fidelity, Multichannel Oblique Incidence Iono-sonde. *Radio Sci.* 2019. Vol. 54, no. 1. P. 104–114. DOI: [10.1029/2018RS006681](https://doi.org/10.1029/2018RS006681).

Baranov V. A., Popov A. V. Generalization of the parabolic equation for EM waves in a dielectric layer of nonuniform thickness. *Wave Motion*. 1993. Vol. 17, no. 4. P. 337–347. DOI: [10.1016/0165-2125\(93\)90013-6](https://doi.org/10.1016/0165-2125(93)90013-6).

Baranov V.A., Karpenko A.L., Popov A.V. Evolution of Gaussian beams in the nonuniform Earth-ionosphere waveguide. *Radio Sci.* 1992. Vol. 27, no. 2. P. 307–314. DOI: [10.1029/91RS02639](https://doi.org/10.1029/91RS02639).

Bilitza D., Altadill D., Truhlik V., et al. International Reference Ionosphere 2016: From ionospheric climate to real-time weather predictions. *Space Weather*. 2017. Vol. 15, no.2. P. 418–429. DOI: [10.1002/2016SW001593](https://doi.org/10.1002/2016SW001593).

Bremmer H. *Terrestrial Radio Waves. Theory of Propagation*, Amsterdam, 1949. 343 p.

Croft T.A., Hoogasian H. Exact ray calculations in a quasi-parabolic ionosphere with no magnetic field. *Radio Sci.* 1968. Vol. 3, no 1. P. 69–74. DOI: [10.1002/rds19683169](https://doi.org/10.1002/rds19683169).

Dyson P. L., Bennett J.A. A model of the vertical distribution of the electron concentration in the ionosphere and its application to oblique propagation studies. *J. Atmos. Terr. Phys.* 1988. Vol. 50, no.3. P. 251–262. DOI: [10.1016/0021-9169\(88\)90074-8](https://doi.org/10.1016/0021-9169(88)90074-8).

Grozov V.P., Ilyin N.V., Kotovich G.V., Ponomarchuk S.N. Software system for automatic interpretation of ionosphere sounding data. *Pattern Recognition and Image Analysis*. 2012. Vol. 22, no. 3. P. 458–463.

Haselgrove J. Oblique ray paths in the ionosphere. *Proceedings of the Physical Society. Section B*. 1957. Vol. 70, no. 7. P. 653–662.

Ilyin N.V., Khakhinov V.V., Kurkin V.I., et al. The theory of chirp-signal ionospheric sounding. *Proceedings of ISAP'96, Chiba, Japan*. 1996. P. 689–692.

Ivanov D.V., Ivanov V.A., Ovchinnikov V.V., et al. Adaptive wideband equalization for frequency dispersion correction in HF band considering variations in interference characteristics and ionosphere parameters. *ITM Web Conf.* 2019a. Vol. 30, article number 15021. P. 1–6. DOI: [10.1051/itmconf/20193015021](https://doi.org/10.1051/itmconf/20193015021).

Ivanov V.A., Ivanov D.V., Ryabova N.V., et al. Studying the Parameters of Frequency Dispersion for Radio Links of Different Length Using Software-Defined Radio Based Sounding System. *Radio Sci.* 2019b. Vol. 54, no. 1. P. 34–43. DOI: [10.1029/2018RS006636](https://doi.org/10.1029/2018RS006636).

Kelso J. M. Ray Tracing in the Ionosphere. *Radio Sci.* 1968. Vol. 3, no. 1. P. 1–12. DOI: [10.1002/rds1968311](https://doi.org/10.1002/rds1968311).

Kurkin V.I., Medvedeva I.V., Podlesnyi A.V. Effect of sudden stratosphere warming on characteristics of medium-scale traveling ionospheric disturbances in the Asian region of Russia. *Adv. Space Res.* 2024. Vol. 73, iss. 7. P. 3613–3623. DOI: [10.1016/j.asr.2023.09.020](https://doi.org/10.1016/j.asr.2023.09.020).

Mullaly R.F. Ray paths in inhomogeneous anisotropic media. *Australian Journal of Physics*. 1962. Vol. 15, no. 2. P. 96–105. DOI: [10.1071/PH620096](https://doi.org/10.1071/PH620096).

Ponomarchuk S.N., Grozov V.P. Automatic interpretation of ionograms of oblique sounding with a continuous chirp signal based on hybrid algorithms. *Proc. SPIE 12780, 29th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics*. 127806R (17 October 2023). DOI: [10.1117/12.2688445](https://doi.org/10.1117/12.2688445).

Rao N.N. Bearing deviation in HF transionospheric propagation. I. Exact computations for some ionospheric models with no magnetic field. *Radio Sci.* 1968. Vol. 3, no. 12. P. 1113–1118. DOI: [10.1002/rds19683121113](https://doi.org/10.1002/rds19683121113).

Zernov N.N., Gherm V.E., Zaalov N.Yu., et al. The generalization of Rytov's method to the case of inhomogeneous media and HF propagation and scattering in the ionosphere. *Radio Sci.* 1992. Vol. 27, no. 2. P. 235–244. DOI: [10.1029/91rs02920](https://doi.org/10.1029/91rs02920).

URL: <http://ckp-rf.ru/ckp/3056/> (дата обращения 31 января 2024 г.).

*Как цитировать эту статью:*

Пономарчук С.Н., Куркин В.И., Ильин Н.В., Пензин М.С. Моделирование КВ-радиотрасс на основе волноводного подхода. *Солнечно-земная физика*. 2024. Т. 10, № 2. С. 99–108. DOI: [10.12737/szf-102202409](https://doi.org/10.12737/szf-102202409).