

## НАУЧНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ

УДК 519.6

DOI: 10.12737/2308-4898-2024-12-2-3-12

**Е.В. Баянов**

Канд. ф-м. наук, доцент, зав. кафедрой,  
НГТУ,  
Россия, 630073, г. Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д. 20

**А.М. Гриф**

Канд. тех. наук, асс.,  
НГТУ,  
Россия, 630073, г. Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д. 20

**В.В. Рустамян**

Преподаватель,  
МИРЭА – Российский технологический университет,  
Россия, 119454, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78

### Разработка программного обеспечения цифрового проектирования индивидуализированных имплантатов

**Аннотация.** В последние годы актуален переход к персонализированной медицине, учитывающей индивидуальные анатомические особенности пациентов. Используются данные компьютерной томографии, методы цифрового проектирования и аддитивные технологии для создания трехмерных моделей костных структур пациентов. На основе этих моделей осуществляется точное позиционирование и проектирование имплантатов с применением специализированного инженерного ПО. Медицинские специалисты формируют технические задания и утверждают результирующие модели. В статье обсуждается необходимость разработки отечественных информационных систем для совместного проектирования имплантатов, учитывая ограниченный функционал существующих решений и их зависимость от иностранных продуктов. Представлены математическая модель напряженно-деформируемого состояния упругого тела и программный комплекс для моделирования, включающий графический интерфейс пользователя. Рассмотрены этапы создания объемной модели из поверхностного представления, задания краевых условий и проведения прочностного расчета методом конечных элементов. Примеры моделирования демонстрируют использование разработанных методов для проектирования имплантатов при краниотомии черепа. Итогом является создание системы, которая повышает качество медицинских услуг и прочностные характеристики имплантатов за счет внедрения цифровых методов проектирования, адаптированных к индивидуальным анатомическим особенностям каждого пациента. Дополнительно рассматривается применение технологии *Color Picking* для интерактивного выбора граней модели, что улучшает точность задания краевых условий и оптимизацию процессов проектирования имплантатов.

**Ключевые слова:** имплантаты, персонализированная медицина, информационная система, компьютерная томография, моделирование.

**Е.В. Bayanov**

Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head Department,  
Novosibirsk State Technical University,  
Russia, 630073, Novosibirsk, Karl Marx Ave., 20

**A.M. Grif**

Ph.D. of Engineering, Lecturer,  
Novosibirsk State Technical University,  
Russia, 630073, Novosibirsk, Karl Marx Ave., 20

**V.V. Rustamyan**

Teacher,  
MIREA – Russian Technological University,  
Russia, 119454, Moscow, Vernadskogo Ave., 7

### Development of Technologies for the Digital Design of Individualized Implants

**Abstract.** In recent years, the transition to personalized medicine, which takes into account the individual anatomical features of patients, has become increasingly relevant. Data from computed tomography, digital design methods, and additive technologies are used to create three-dimensional models of patients' bone structures. These models allow for precise positioning and design of implants using specialized engineering software. Medical specialists formulate technical specifications and approve the resulting models. The article discusses the necessity of developing domestic information systems for joint implant design, considering the limited functionality of existing solutions and their dependence on foreign products. A mathematical model of the stress-strain state of an elastic body and a software complex for modeling, including a graphical user interface, are presented. The stages of creating a solid model from a surface representation, setting boundary conditions, and performing strength calculations using the finite element method are examined. Modeling examples demonstrate the use of developed methods for designing implants for craniotomy patients. The result is a system that improves the quality of medical services and the strength characteristics of implants through the implementation of digital design methods adapted to the individual anatomical features of each patient. Additionally, the application of *Color Picking* technology for interactive selection of model facets is considered, which enhances the accuracy of setting boundary conditions and optimizes the implant design processes.

**Keywords:** implants, personalized medicine, information system, computed tomography, modeling.

### Введение

В последние годы актуальным является переход к персонализированной медицине [4; 9; 10], учитывающей индивидуальные анатомические особенности каждого человека. При этом для создания имплантируемых медицинских изделий используются данные компьютерной томографии, методы цифрового проектирования и аддитивные технологии.

Трехмерная цифровая модель костных структур пациента создается с использованием данных томографического исследования [15; 19; 21], выполнен-

ного в лечебном учреждении. С помощью такой модели возможно точное позиционирование и создание трехмерной конфигурации имплантата в специализированном инженерном программном обеспечении. Специалист лечебного учреждения (хирург, ортопед, травматолог и т.п.) в этом случае выступает в качестве постановщика технического задания на проектирование имплантата (включающего в себя данные компьютерной томографии, опросный лист, специализированная информация и т.д.) и эксперта для утверждения результирующей конфигурации трехмерной модели, созданной специалистами инженерного профиля.

В связи с этим возникает необходимость в разработке специализированных информационных систем (ИС) для совместного проектирования конфигурации будущей трехмерной модели имплантата (как специалистами медицинского, так и инженерного профиля) [6; 24; 25]. В рамках «единого окна» данные ИС должны предоставлять специализированные возможности по согласованию конфигурации модели, анализу данных компьютерной томографии и визуализация 3D модели имплантата и костной структуры в области дефекта [2; 3].

Специализированные информационные системы для совместного проектирования конфигурации будущей трехмерной модели имплантатов и вовсе обладают крайне ограниченным функционалом. При этом системы инженерного анализа прочностных свойств конструкций являются, в основном, коммерческими продуктами иностранного производства, которые либо прекратили пользовательскую поддержку на территории РФ, либо находятся в соответствующей стадии. Поэтому вышеописанные системы не могут в полной мере отвечать существующим потребностям по оперативному взаимодействию со специалистами медицинского профиля, и возникает потребность в разработке соответствующих отечественных информационно-программных систем медицинской направленности, обладающих широкими функциональными возможностями.

Исходными данными для разработки темы являются обезличенные данные томографических исследований пациентов с черепно-мозговыми травмами, а также созданные на их основе трехмерные модели костных структур пациентов и конфигурации индивидуальных имплантатов [5; 12].

Целью работы является создание прототипа программного обеспечения для цифрового проектирования индивидуализированных имплантатов. Задачей исследования является разработка программных модулей для трехмерного проектирования моделей имплантов по данным томографии и для инженерного анализа их прочностных характеристик.

## 1. Математическая модель напряженно-деформируемого состояния упругого тела

Разработке твердотельной 3D-модели имплантата предшествует математическое моделирование сетчатой поверхности упругого тела, восполняющего дефекты костной ткани. Рассмотрим трехмерное тело, деформируемое под воздействием внешних сил [1; 7; 13]. При этом во время деформаций произвольная точка будет смещаться по 3-м координатам, тогда вектор смещения можно записать через компоненты смещения, которые обозначим как  $u_x = u_x(x, y, z)$ ,  $u_y = u_y(x, y, z)$  и  $u_z = u_z(x, y, z)$  соответственно.

Элементарный бесконечно малый объем рассматриваемого тела можно обозначить как  $dV = dxdydz$ , и он изменяет свои линейные размеры и форму. При изменении длин ребер  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  на соответствующие величины  $\Delta dx$ ,  $\Delta dy$ ,  $\Delta dz$  будет изменяться размер тела. Для удобства принято использовать относительные линейные деформации  $\epsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}$ ,  $\epsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}$  и  $\epsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}$ .

Также изменение формы сводится к скашиванию углов тела. Данные деформации  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$  и  $\gamma_{zx}$  называются угловыми, или сдвигами. Деформацию элементарного объема можно полностью описать с помощью тензора

$$T_\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \epsilon_z \end{pmatrix}.$$

Вследствие деформаций в теле возникают напряжения  $p_x$ ,  $p_y$  и  $p_z$ . Они означают давление, которому подвержен элементарный объем со стороны остального тела. Полные напряжения  $p_x$ ,  $p_y$  и  $p_z$  можно разбить на нормальные  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$  и тангенсальные  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  и  $\tau_{zx}$  соответственно.

Определим, что система разрешающих уравнений теории упругости состоит из трех различных видов уравнений: уравнения равновесия в области тела, физических уравнений и кинематических соотношений. Кинематические соотношения еще называют соотношениями Коши, а первую и вторую группу уравнений как уравнения Навье и обобщенный закон Гука соответственно. Решается же система относительно трех неизвестных полей: перемещений  $u = (u_x, u_y, u_z)^T$ , деформаций  $\epsilon = (\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx})^T$  и напряжений  $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx})^T$ .

Итогом математического моделирования является построение конечноэлементных аппроксимаций (КЭ), на основе которых осуществляется вычисление компонент локальных матриц [11; 18; 23].

В качестве ячеек дискретизации выступают шестигранные элементы  $\Omega_e$  с линейными Лагранжевскими и квадратичными иерархическими базисными функциями [22]. Линейные элементы определены в естественной системе координат, получаемые отображением из мастер-элемента  $\Omega^m$  (рис. 1) с помощью соотношения

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(\xi, \eta, \theta) \\ y(\xi, \eta, \theta) \\ z(\xi, \eta, \theta) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{\theta} \begin{pmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \end{pmatrix} \cdot \bar{\varphi}_i(\xi, \eta, \theta),$$

где  $\bar{\varphi}_i(\xi, \eta, \theta) = \frac{1}{2}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \theta_i \theta)$  суть функции формы мастер-элемента  $\Omega^m$ , а  $\{(\xi_i, \eta_i, \theta_i)\}_{i=1}^{\theta}$  – вершины мастер-элемента.

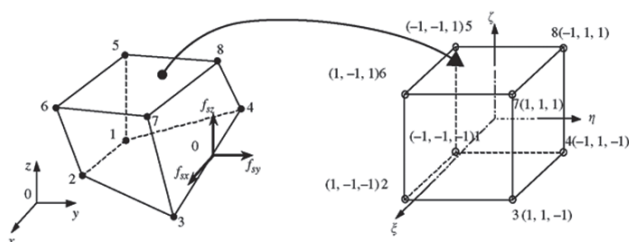


Рис. 1. Соответствие КЭ в естественной и шаблонной системе координат

## 2. Программный комплекс моделирования напряженно-деформируемого состояния индивидуальных имплантатов

### 2.1. Программная реализация

Расчетный модуль предоставляет возможность по моделированию напряженно-деформируемого состояния имплантатов. Входными данными этого модуля является трехмерная конечно-элементная модель имплантата с местоположениями нагрузок и закреплений. Выходными данными являются распределения полей перемещений, деформаций и напряжений.

Программный модуль реализован посредством языка программирования C#. Для решения системы разреженных уравнений используется модуль *Intel MKL PARDISO*. Связь между основными классами (подсистемами) расчетного модуля представлена в виде схемы основных классов и взаимодействий между ними на рис. 2.

Подмодуль *Model* представляет собой вычислительную модель со структурами данных, описывающих конечно-элементную расчетную сетку. Содержит структуру данных генерируемой разреженной матрицы СЛАУ, вектор решения СЛАУ, вектор правой части СЛАУ. Позволяет запускать расчеты, сохранять и считывать результаты.

Подмодуль *Mesh* реализуется в виде абстрактного класса, содержащего основные управляющие методы и уникальные особенности конечно-элементной

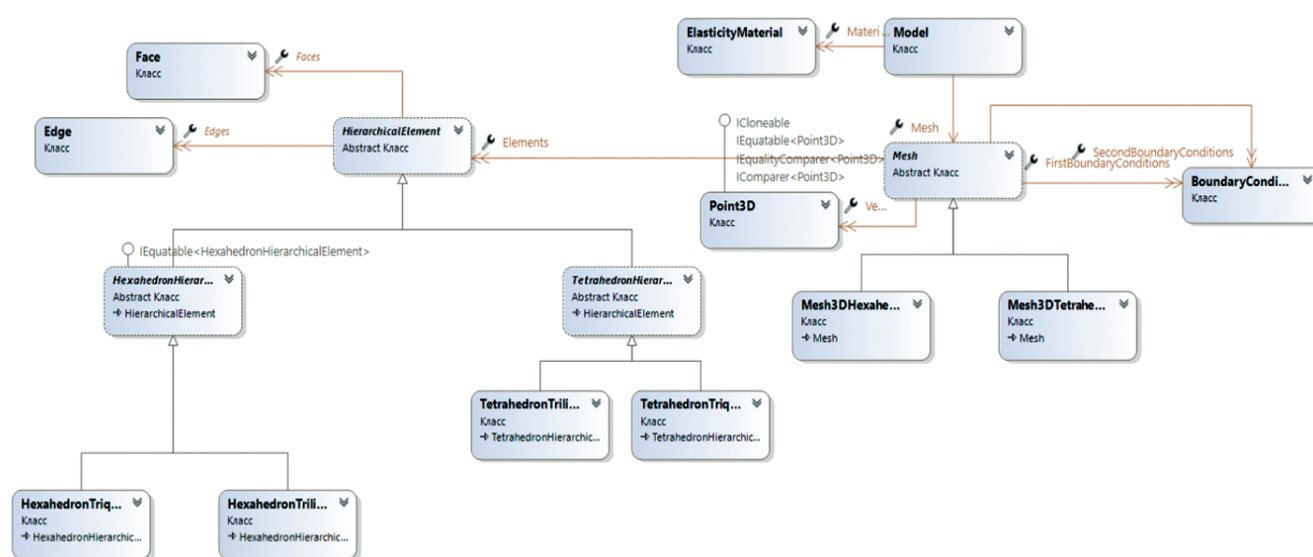


Рис. 2. Схема основных классов расчетного модуля. Кратко опишем основные вычислительные подмодули.

сетки. Позволяет получать список вершин сетки, элементы сетки, местоположения закреплений и нагрузок. Поддерживает методы для чтения сетки из файла, сохранения информации в файл, предварительного расчета взаимосвязей между элементами, смежных элементов.

Подмодуль *Hierarchical Element* реализован посредством абстрактного класса, содержащего основные управляющие методы и уникальные свойства конечного элемента. Позволяет для данного конечного элемента получить список вершин и их глобальные индексы, список смежных элементов через грани и ребра. Поддерживает методы чтения данных из файла, сохранения в файл.

## 2.2. Графический интерфейс пользователя

Графический интерфейс пользователя построен в виде оконного приложения, предоставляющего интерактивные возможности для задания параметров модели имплантата (в том числе загрузки геометрии из стороннего программного обеспечения), запуска расчетов напряженно-деформируемого состояния модели, а также просмотра результата вычислений. Вид основного окна этого приложения представлен на рис. 3.

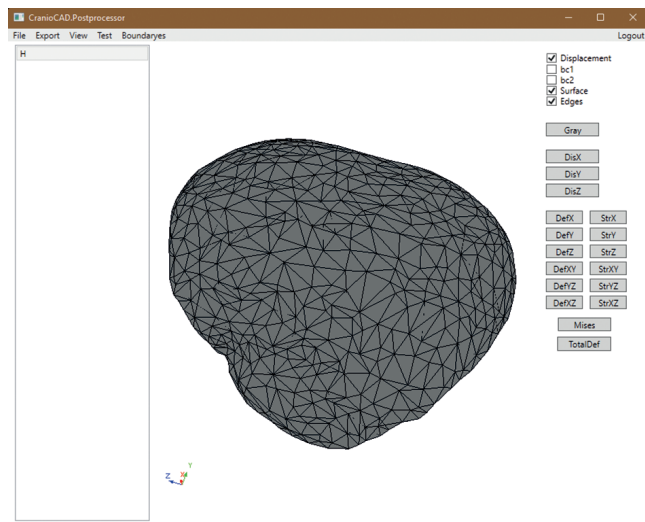


Рис. 3. Вид основного окна графического интерфейса пользователя

Окно состоит из трех частей: сверху располагается панель инструментов, слева — список для выбора одной из загруженных моделей, а справа компоненты отображения модели.

Для загрузки новой модели или дробления в этой модели сетки необходимо выбрать на панели инструментов пункт *File*, после чего появится список, изображенный на рис. 4.

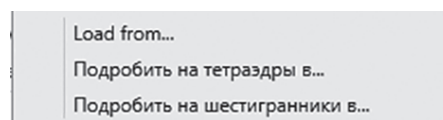


Рис. 4. Список при выборе пункта *File*

При выборе 2-го или 3-го пункта появится меню выбора папки для сохранения модели с подробной сеткой. При выборе 1-го пункта появится дополнительное меню, позволяющее выбрать папку, содержащую модель, а также задать порядок базисных функций для вычислений.

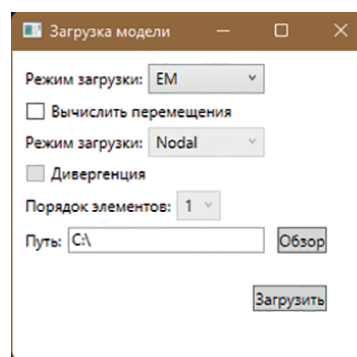


Рис. 5. Меню загрузки модели

После нажатие кнопки «Загрузить» (рис. 5), в списке загруженных моделей появится имя содержащей модель папки. При выборе в списке рассматриваемой модели отобразится интерактивный модуль.

Флаг *Displacement* позволяет включить/выключить отображение перемещений на модели. Флаги *bc1* и *bc2* отвечают за отображение краевых условий, определенных на модели (рис. 6).

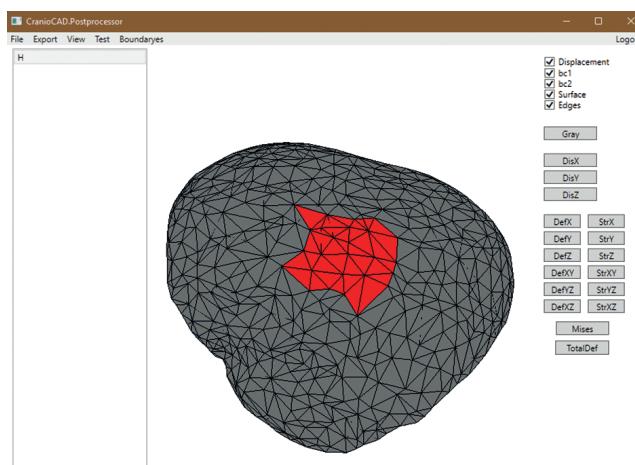


Рис. 6. Демонстрация отображения краевых условий

Флаги *Surface* и *Edges* отвечают за отображение на модели поверхности и ребер. Кнопка *Gray* вклю-

чает отображение конечно-элементной сетки (без результатов моделирования).

Результаты моделирования на модели отображаются следующим образом, как показано на рис. 7.

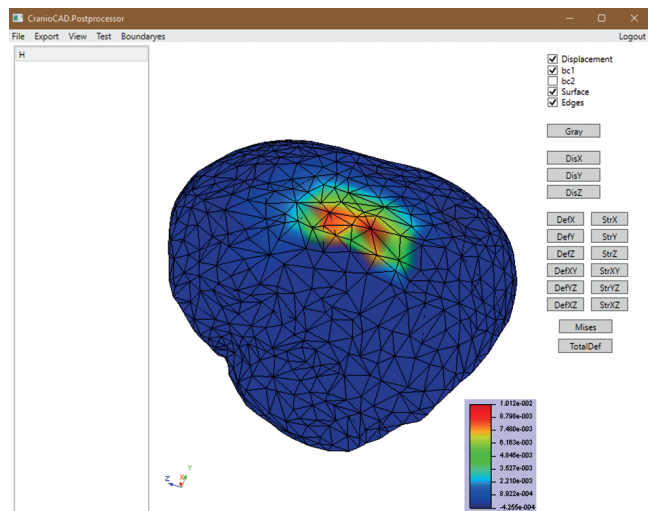


Рис. 7. Демонстрация отображения результатов моделирования

Также в программном комплексе реализована возможность загрузки геометрии модели, созданной в стороннем программном обеспечении.

### 2.3. Создание объемной (твердотельной) модели имплантата из поверхностного полигонального представления

Создание объемной (твердотельной) модели из поверхностного полигонального представления (основным форматом является *STL*) происходит с использованием следующих этапов:

- 1) коррекция поверхностной *STL*-модели — устраняются пересечения полигонов, замыкаются поверхности и т.п.;
- 2) преобразование поверхностной модели в объемную — используется генератор тетраэдральной сетки *TetGen*;
- 3) задание на трехмерной модели краевых условий (закреплений и местоположений приложения силы);
- 4) сохранение объемной модели вместе с краевыми условиями в специальном формате для модуля прочностного расчета методом конечных элементов.

Для интерактивного и быстрого задания краевых условий (мест закреплений и участков давлений) предлагается следующий функционал, который изображен на рис. 8.

Интерактивный выбор местоположений краевых условий (закреплений и приложения нагрузки) на трехмерной модели имплантата реализован следую-

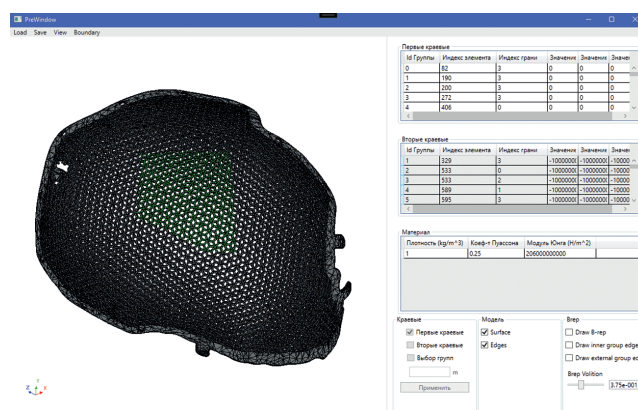


Рис. 8. Экранная форма преобразования поверхностной модели

щим образом: пользователю доступно выделение граней (и групп граней) модели с использованием компьютерной мыши — с помощью клика по отдельной грани или выборе группы граней, проекция которых попадает в область выделенной прямоугольной зоны (выбирается верхняя левая и нижняя правая точки, по которым образуется прямоугольник).

Реализация определения выбранных граней происходит с помощью технологии *Color Picking*. Суть этой технологии заключается в раскраске каждой грани в уникальный цвет (в соответствии с целочисленным представлением *RGB*) в фрейм-буфере с последующей однозначной идентификацией грани по выбранному пикселю на экране.

Применение такого подхода к выбору граней может создавать некоторые сложности при использовании сетчатых моделей имплантатов. В этом случае совместно с интересующими «внешними» гранями на модели также будут выбраны и «торцевые» грани (рис. 9).

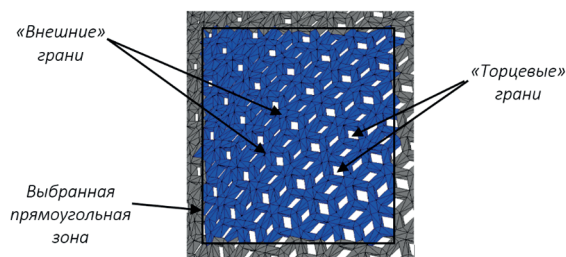


Рис. 9. Выбор граней сетчатой модели

Для выбора только «внешних» граней используется следующий подход. Все множество граней, составляющих поверхность модели, разбивается на подмножества, описывающие отдельные примитивы (верхние, нижние, торцевые и т.п. поверхности), каждый из которых включает в себя грани со схожими нормальными (или их «плавным» изменением).

Для разбиения на отдельные подмножества используется граничное представление (*B-rep*). Основная идея метода заключается в распределении граней на группы в соответствии с малым изменением косинуса угла между нормальными.

### 3. Примеры моделирования напряженно-деформируемого состояния индивидуальных имплантатов

Рассмотрим модель титанового импланта, установленного у пациента с краниотомией черепа. По поверхностной полигональной модели, содержащей 393 492 граней, была создана объемная модель, состоящая из 98 373 конечных элементов. На рис. 10 приведен вид граничного представления, содержащего 14 470 групп граней (одинаковыми цветами показаны грани, включенные в отдельную группу).

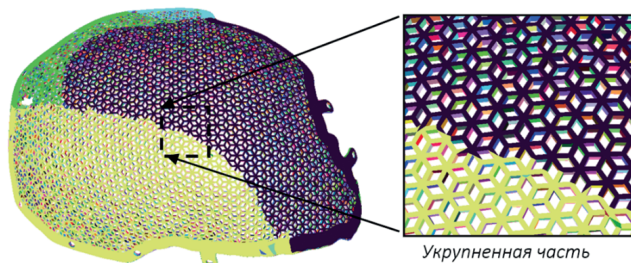
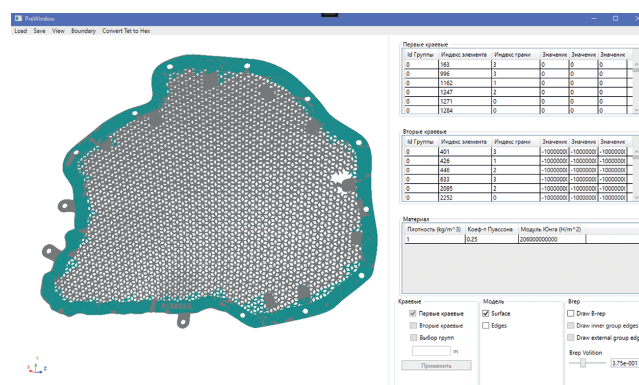


Рис. 10. Граничное представление модели имплантата

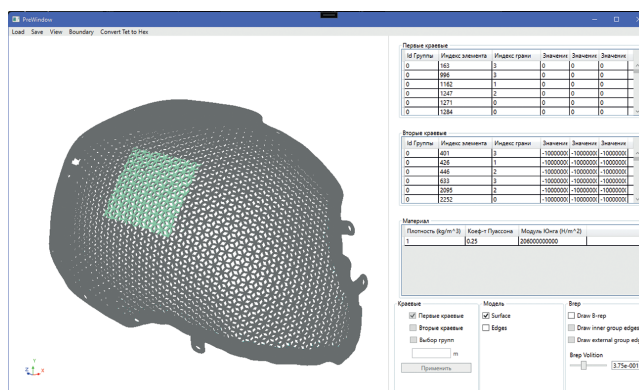
С использованием разработанного препроцессора программного комплекса моделирования напряженно-деформируемого состояния имплантатов были заданы следующие краевые условия. В области прилегания имплантата к черепу пациента (на нижней поверхности) задано отсутствие перемещения (закрепление) — однородные первые краевые условия (показаны синим цветом на рис. 11, а). Область нагрузки (второе краевое условие) задана на верхней поверхности имплантата в виде граней, образующих многоугольник (показаны зеленым цветом на рис. 11, б). Направление нагрузки соответствует усредненной нормали в местоположении нагрузок и направлено внутрь; значение усилия было подобрано таким образом, чтобы обеспечивать значимый (порядка 2 мм) изгиб имплантата.

Созданная модель сохранена в специальном формате для проведения прочностного расчета методом конечных элементов.

Временные затраты на проведение прочностных расчетов в программе составили около 7 минут с использованием восьми вычислительных потоков на ПК с характеристиками Intel(R) Core(TM) i7-9700F CPU @ 3.00GHz.



(а)



(б)

Рис. 11. Области закрепления (а) и приложения нагрузок (б) Рассчитанные поля смещений представлены на рисунке 12.

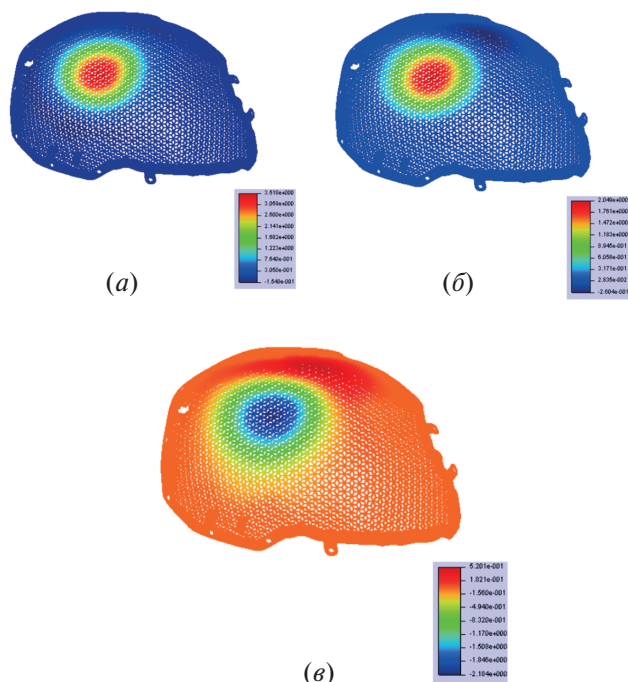


Рис. 12. Поля смещений по осям X (а), Y (б), Z (в)

## Выводы

В ходе выполнения НИОКР разработана информационная система (онлайн-сервис), которая позволяет специалистам медицинского и инженерного профиля проектировать трехмерные модели индивидуальных имплантатов для людей с дефектами костных тканей, например, при ревизионном эндопротезировании, трепанационных дефектах черепа и др. В рамках «единого окна» возможно согласование конфигурации модели имплантата, анализ данных компьютерной томографии [14; 20], визуализации 3D-моделей имплантатов [8; 16; 17] и структуры в области костного дефекта, обозначение контуров имплантата и задание реперных точек.

Разработаны методики моделирования прочностных характеристик индивидуальных имплантатов. Преобразование поверхностного представления имплантата в объемную (твердотельную) модель происходит с использованием генератора тетраэдральной сетки. Для интерактивного выбора областей закрепления и приложения нагрузок разработан интерак-

тивный препроцессор с использованием граничного представления модели. Созданная модель используется для расчета с помощью метода конечных элементов в реализованном программном комплексе. Полученные трехмерные модели имплантатов могут быть использованы для проведения нейрохирургических операций посредством использования аддитивных технологий.

Разработанные методы, математические модели, алгоритмы и реализующие их информационно-программные системы могут быть использованы при создании конфигураций индивидуальных имплантатов для пациентов с дефектами костных тканей. Их использование позволит повысить как качество оказываемых медицинских услуг за счет внедрения уникальных цифровых методов проектирования, учитывающих индивидуальные анатомические особенности каждого пациента, так и прочностные характеристики проектируемых изделий за счет проведения автоматического анализа напряженно-деформируемого состояния имплантатов.

## Литература

1. Баянов Е.В. Визуализация распространения волн в стержне [Текст] / Е.В. Баянов // Наука. Промышленность. Оборона: Труды XIV Всероссийской научно-технической конференции, Новосибирск, 24–26 апреля 2013 года. Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет. — 2013. — С. 29–31.
2. Гриф А.М. Разработка CAD/CAM технологии планирования реконструктивных нейрохирургических операций и ее реализация в программной платформе «CranioCAD» [Текст] / А.М. Гриф; науч. рук. М.Г. Персова // Дни науки НГТУ-2017: материалы науч. студен. конф.: (итоги науч. работы студентов за 2016–2017 гг.). Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. — С. 28–30.
3. Гриф А.М. Технология формирования конфигурации индивидуальных имплантатов для проведения реконструктивных нейрохирургических операций [Текст] / А.М. Гриф, С.В. Мишинов // Цивьяновские чтения, Новосибирск, 25–26 ноября 2016 года. Т. 3. — Новосибирск: Сибирское университетское издательство, 2016. — С. 939–942.
4. Дедов И.И. Персонализированная медицина [Текст] / И.И. Дедов // Вестник Российской академии медицинских наук. — 2019. — Т. 74. — № 1. — С. 61–70. — DOI: 10.15690/vramn1108
5. Долгалева А.А. Получение модели челюсти по данным компьютерной томографии для изучения и прогнозирования механического напряжения элементов имплантационной системы в условиях, приближенных к реальным [Текст] / А.А. Долгалева, В.М. Аванисян, Д.З. Чониашивили, Д.В. Стоматов, Г.К. Гезуев, В.В. Громова // Медицинский алфавит. — 2024. — № 1. — С. 84–87. — DOI: 10.33667/2078-5631-2024-1-84-87
6. Еолчийан С.А. Пластика сложных дефектов черепа имплантатами из титана и полиэфирэфтеркетона (ПЕЕК), изготовленными по CAD/CAM технологиям [Текст] / С.А. Еолчийан // Вопросы нейрохирургии им. Н.Н. Бурденко. — 2014. — Т. 78. — № 4. — С. 3–13.
7. Жихарев Л.А. Обзор геометрических способов повышения удельной прочности конструкций: топологическая оптимизация и фрактальные структуры [Текст] / Л.А. Жихарев // Геометрия и графика. — 2021. — Т. 9. — № 4. — С. 46–62. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-9-4-46-62
8. Иванов Д.В. Возможности различных CAD-комплексов при построении математической модели костной ткани [Текст] / Д.В. Иванов, А.В. Леппин, Д.А. Смирнов, А.В. Доль // Саратовский научно-медицинский журнал. — 2013. — Т. 9. — № 3. — С. 403–405.
9. Каминский И.П. Переход к персонализированной медицине, высокотехнологичному здравоохранению и технологиям здоровьесбережения как приоритет стратегии научно-технологического развития Российской Федерации [Текст] / И.П. Каминский, О.Е. Ваизова, Д.А. Кокорина, Ж.А. Спицко, Н.А. Энглевский // Опухолевые маркеры: фундаментальные и клинические аспекты: Материалы конференции, посвященной памяти советского и российского ученого Гарри Израйлевича Абелева, Горно-Алтайск, 27–29 июня 2018 года. Горно-Алтайск: Новосибирский национальный исследовательский государственный университет. — 2018. — С. 45–48.

10. Куракова Н.Г. Переход к модели персонализированной медицины: барьеры и возможные решения [Текст] / Н.Г. Куракова, И.М. Сон, А.Н. Петров // Менеджер здравоохранения. — 2017. — № 8. — С. 53–67.
11. Матвеев А.Д. Метод многосеточных конечных элементов в анализе напряженного состояния упругих тел [Текст] / А.Д. Матвеев // Информационные технологии и математическое моделирование в экономике, технике, экологии, образовании, педагогике и торговле. — 2016. — № 9. — С. 51–68.
12. Назарян Д.Н. Немедленная нагрузка на краниальных имплантатах для устранения дефектов лица [Текст] / Д.Н. Назарян, А.Э. Харазян, С.В. Яранцев // Анналы пластической, реконструктивной и эстетической хирургии. — 2016. — № 1. — С. 90–91.
13. Орешко Е.И. Особенности расчетов устойчивости стержней и пластин [Текст] / Е.И. Орешко, В.С. Ерасов, А.Н. Луценко // Авиационные материалы и технологии. — 2016. — № 4. — С. 74–79. — DOI: 10.18577/2071-9140-2016-0-4-74-79
14. Патент № 2598769 С1 Российская Федерация, МПК A61F 2/28, A61B 17/88. Способ изготовления индивидуализированного прецизионного биоимпланта для одномоментного замещения костных дефектов: № 2015130372/14: заявл. 22.07.2015; опубл. 27.09.2016 [Текст] / Н.Н. Карякин, А.В. Новиков, Р.О. Горбатов, Ф.А. Аптекарев; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение «Приволжский федеральный медицинский исследовательский центр» Министерства здравоохранения Российской Федерации.
15. Патент № 2638894 Российская Федерация, МПК A61F 2/28, A61B 17/80, A61L 27/06. Имплантат для протезирования костей черепа и способ изготовления имплантата для протезирования костей черепа: № 2016122068: заявл. 03.06.2016; опубл. 18.12.2017 [Текст] / С.В. Колядин, Д.В. Тетюхин, Г.Г. Маринич, Ю.И. Егоренкова; заявитель Общество с ограниченной ответственностью «КОНМЕТ».
16. Патент № 2720167 С1 Российская Федерация, МПК A61C 8/00. Способ визуализации индивидуализированной модели имплантата для замещения костных дефектов челюстей: № 2019133273: заявл. 18.10.2019; опубл. 24.04.2020 [Текст] / В.П. Василюк, Г.И. Штраубе, В.А. Четвертных, Р.А. Файзрахманов, Е.В. Долгова; заявитель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пермский государственный медицинский университет имени академика Е.А. Вагнера» Министерства здравоохранения Российской Федерации.
17. Пелешок С.А. Топографические особенности искажения данных при построении трехмерных моделей костей на основе компьютерной томографии [Текст] / С.А. Пелешок, Р.Ф. Мамедов, И.А. Юшин, М.А. Елизаров, Д.В. Немков // Известия Российской военно-медицинской академии. — 2020. — Т. 39. — № S3-1. — С. 131–135.
18. Рукавишников В.А. Схема метода конечных элементов для краевой задачи с несогласованным вырождением исходных данных [Текст] / В.А. Рукавишников, Е.В. Кузнецова // Сибирский журнал вычислительной математики. — 2009. — Т. 12. — № 3. — С. 313–324.
19. Рущенко Н.Г. Компьютерное моделирование органов человека [Текст] / Н.Г. Рущенко, В.Т. Тозик, А.В. Меженин // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. — 2007. — № 45. — С. 211–213.
20. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022683051 Российская Федерация. Программа для построения компьютерных 3D моделей структуры кровеносных сосудов на основе данных компьютерной томографии: № 2022682223: заявл. 18.11.2022; опубл. 30.11.2022 [Текст] / А.А. Пойда, М.В. Калмыкова; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт».
21. Сирота Е.С. Разработка алгоритмического обеспечения и специализированного устройства для визуализации внутренних органов пациента по данным магнитно-резонансного и компьютерного томографов [Текст] / Е.С. Сирота, М.И. Труфанов // Известия Юго-Западного государственного университета. — 2018. — Т. 22. — № 6. — С. 189–197. — DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-6-189-197
22. Ушакова О.В. Классификация шестигранных ячеек [Текст] / О.В. Ушакова // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2008. — Т. 48. — № 8. — С. 1406–1428.
23. Чернышов Д.Н. Использование метода конечных элементов для физических расчетов в САПР [Текст] / Д.Н. Чернышов, О.С. Грищенко, А.В. Григорьев // Современные информационные технологии в образовании и научных исследованиях (СИТОНИ-2019): Материалы VI Международной научно-технической конференции, Донецк, 26 ноября 2019 года / Под общ. ред. В.Н. Павлыша. — Донецк: Донецкий национальный технический университет. — 2019. — С. 347–352.
24. Grif M.G. Planning technology for neurosurgical procedures by using a software platform to create an optimal configuration of customized titanium implants / M.G. Grif, A.M. Grif // Proceedings international multi-conference on engineering, computer and information sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Akademgorodok, 18–22 Sept. 2017. Novosibirsk: IEEE, 2017. Pp. 544–549.
25. Kolmogorov Yu.N. Rekost-M Bone Replacement Implants Based on 3D Modeling for Closing Post-Craniotomy Skull Defects: Pre-Clinical and Clinical Studies / Yu.N. Kolmogorov, I.V. Uspensky, A.N. Maslov // Modern Technologies in Medicine. 2018. V. 10. I. 3. Pp. 95–103. DOI: 10.17691/stm2018.10.3.11

## References

1. Baianov E.V. Vizualizatsiia rasprostraneniia voln v sterzhne [Visualization of wave propagation in a rod]. Nauka. Promyshlennost. Oborona: Trudy XIV Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii, Novosibirsk, 24–26 apreliia 2013 goda. Novosibirsk: Novosibirskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet [The science. Industry. Defense: Proceedings of the XIV All-Russian Scientific and Technical Conference, Novosibirsk, April 24–26, 2013. Novosibirsk: Novosibirsk State Technical University]. 2013, pp. 29–31. (in Russian)
2. Grif A.M., Persova M.G. Razrabotka CAD/CAM Razrabotka tekhnologii planirovaniia rekonstruktivnykh neirokhirurgicheskikh operatsii i ee realizatsiia v programmnoi platforme «CranioCAD» [Development of technology for planning reconstructive neurosurgical operations and its implementation in the CranioCAD software platform]. Dni nauki NGTU-2017: materialy nauch. studen. konf.: (itogi nauch. raboty studentov za 2016–2017 gg.). Novosibirsk: Izd-vo NGTU [NSTU Science Days–2017: scientific materials. student conf.: (results of students' scientific work for 2016–2017). Novosibirsk: Publishing house of NSTU]. 2017, pp. 28–30. (in Russian)
3. Grif A.M., Mishinov S.V. Tekhnologiya formirovaniia konfiguratsii individualnykh implantatov dlia provedeniia rekonstruktivnykh neirokhirurgicheskikh operatsii [Technology for forming the configuration of individual implants for reconstructive neurosurgical operations]. Tsivianovskie chteniia, Novosibirsk, 25–26 noiabria 2016 goda. Tom III. Novosibirsk: OOO "Sibirskoe universitetskoe izdatelstvo" [Tsivianov Readings, Novosibirsk, November 25–26, 2016. Volume III. Novosibirsk: LLC "Siberian University Publishing House"]. 2016, pp. 939–942. (in Russian)
4. Dedov I.I. Personalizirovannaia meditsina [Personalized medicine]. Vestnik Rossiiskoi akademii meditsinskikh nauk [Bulletin of the Russian Academy of Medical Sciences]. 2019, V. 74, I. 1, pp. 61–70. DOI: 10.15690/vramn1108. (in Russian)
5. Dolgalev A.A., Avanisian V.M., Choniashvili D.Z., Stomatov D.V., Gezuev G.K., Gromova V.V. Poluchenie modeli cheliusti po dannym kompiuternoi tomografii dlia izucheniia i prognozirovani mekhanicheskogo napriazheniia elementov implantatsionnoi sistemy v usloviakh, priblizhennykh k realnym [Obtaining a model of the jaw from computed tomography data to study and predict the mechanical stress of the elements of the implantation system under conditions close to real ones]. Meditsinskii alfavit [Medical alphabet]. 2024, I. 1, pp. 84–87. DOI: 10.33667/2078-5631-2024-1-84-87. (in Russian)
6. Eolchiiian S.A. Plastika slozhnykh defektov cherepa implantatami iz titana i polietereeterketona (REEK) izgotovlennykh po CAD/CAM tekhnologiiam [Plastic surgery of complex skull defects using implants made of titanium and polyetheretherketone (REEK) manufactured using CAD/CAM technologies]. Voprosy neirokhirurgii im. N.N. Burdenko [Issues of neurosurgery named after. N.N. Burdenko]. 2014, V. 78, I. 4, pp. 3–13. (in Russian)
7. Zhikharev L.A. Obzor geometricheskikh sposobov povysheniia udelnoi prochnosti konstruktii: topologicheskaiia optimizatsiia i fraktalnye struktury [Review of geometric methods for increasing the specific strength of structures: topological optimization and fractal structures]. *Geometriia i grafika* [Geometry and graphics]. 2021, V. 9, I. 4, pp. 46–62. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-9-4-46-62. (in Russian)
8. Ivanov D.V., Lepilin A.V., Smirnov D.A., Dol A.V. Vozmozhnosti razlichnykh CAD-kompleksov pri postroenii matematicheskoi modeli kostnoi tkani [Capabilities of various CAD systems when constructing a mathematical model of bone tissue]. *Saratovskii nauchno-meditsinskii zhurnal* [Saratov Scientific and Medical Journal]. 2013, V. 9, I. 3, pp. 403–405. (in Russian)
9. Kaminskii I.P., Vaizova O.E., Kokorina D.A., Spitsko Zh.A., Englevskii N.A. Perekhod k personalizirovannoi meditsine vysokotekhnologichnomu zdravookhraneniui i tekhnologiiam zdorov'esberezheniia kak prioritet strategii nauchno-tekhnologicheskogo razvitiia Rossiiskoi Federatsii [Transition to personalized medicine, high-tech healthcare and health-saving technologies as a priority of the strategy for scientific and technological development of the Russian Federation]. *Opukholevyie markery: fundamentalnye i klinicheskie aspekty: Materialy konferentsii, posviashchennoi pamiati sovetского i rossiiskogo uchenogo Garri Izrailevicha Abeleva, Gorno-Altaiisk, 27–29 iyunia 2018 goda. Gorno-Altaiisk: Novosibirskii natsionalnyi issledovatel'skii gosudarstvennyi universitet* [Tumor markers: fundamental and clinical aspects: Proceedings of the conference dedicated to the memory of the Soviet and Russian scientist Garry Izrailevich Abelev, Gorno-Altaiisk, June 27–29, 2018. Gorno-Altaiisk: Novosibirsk National Research State University]. 2018, pp. 45–48. (in Russian)
10. Kurakova N.G., Son I.M., Petrov A.N. Perekhod k modeli personalizirovannoi meditsiny: barery i vozmozhnye resheniia [Transition to a personalized medicine model: barriers and possible solutions]. *Menedzher zdavookhraneniia* [Healthcare Manager]. 2017, I. 8, pp. 53–67. (in Russian)
11. Matveev A.D. Metod mnogosetochnykh konechnykh elementov v analize napriazhennogo sostoiianiia uprugikh tel [Multigrid finite element method in the analysis of the stressed state of elastic bodies]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie v ekonomike, tekhnike, ekologii, obrazovanii, pedagogike i torgovle* [Information technology and mathematical modeling in economics, technology, ecology, education, pedagogy and trade]. 2016, I. 9, pp. 51–68. (in Russian)
12. Nazarian D.N., Kharazian A.E., Iarantcev S.V. Nemedlen-naia nagruzka na kranialnykh implantatah dlia ustraneniia defektov litsa [Immediate loading on cranial implants to correct facial defects]. *Annaly plasticheskoi, rekonstruktivnoi i esteticheskoi khirurgii* [Annals of Plastic, Reconstructive and Aesthetic Surgery]. 2016, I. 1, pp. 90–91. (in Russian)

13. Oreshko E.I., Erasov V.S., Lutsenko A.N. Osobennosti raschetov ustoichivosti sterzhnei i plastin [Features of calculations of stability of rods and plates]. *Aviatsionnye materialy i tekhnologii* [Aviation materials and technologies]. 2016, I. 4, pp. 74–79. DOI: 10.18577/2071-9140-2016-0-4-74-79. (in Russian)
14. Kariakin N.N., Novikov A.V., Gorbatov R.O., F.A. Aptekarev Patent № 2598769 C1 Rossiiskaia Federatsiia, MPK A61F 2/28, A61B 17/88. Sposob izgotovleniia individualizirovannogo pretsizionnogo bioimplanta dlia odnomomentnogo zameshcheniia kostnykh defektov [Method for manufacturing an individualized precision bioimplant for immediate replacement of bone defects]: № 2015130372/14: zaiavl. 22.07.2015: opubl. 27.09.2016: zaiavitel Federalnoe gosudarstvennoe biudzhethoe uchrezhdenie "Privolzhskii federalnyi meditsinskii issledovatel'skii tsentr" Ministerstva zdoravookhraneniia Rossiiskoi Federatsii.
15. Koliadin S.V., Tetiukhin D.V., Marinich G.G., Egorenkova Iu.I. Patent № 2638894 Rossiiskaia Federatsiia, MPK A61F 2/28, A61B 17/80, A61L 27/06. Implantat dlia protezirovaniia kostei cherepa i sposob izgotovleniia implantata dlia protezirovaniia kostei cherepa [Implant for prosthetics of skull bones and method of manufacturing an implant for prosthetics of skull bones]: № 2016122068: zaiavl. 03.06.2016: opubl. 18.12.2017: zaiavitel Obshchestvo s ogranichennoi otvetstvennostiu "KONMET".
16. Vasiluk V.P., Shtraube G.I., Chetvertnykh V.A., Faizrahmanov R.A., Dolgova E.V. Patent № 2720167 C1 Rossiiskaia Federatsiia, MPK A61C 8/00. Sposob vizualizatsii individualizirovannoi modeli implantata dlia zameshcheniia kostnykh defektov cheliusti [A method for visualizing an individualized model of an implant for replacing bone defects of the jaws]: № 2019133273: zaiavl. 18.10.2019: opubl. 24.04.2020: zaiavitel federalnoe gosudarstvennoe biudzhethoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovaniia "Permskii gosudarstvennyi meditsinskii universitet imeni akademika E.A. Vagnera" Ministerstva zdoravookhraneniia Rossiiskoi Federatsii.
17. Peleshok S.A., Mamedov R.F., Iushin I.A., Elizarov M.A., Nemkov D.V. Topograficheskie osobennosti iskazheniia dannykh pri postroenii trekhmernykh modelei kostei na osnove kompiuternoi tomografii [Topographical features of data distortion when constructing three-dimensional bone models based on computed tomography]. *Izvestiia Rossiiskoi voenno-meditsinskoi akademii* [News of the Russian Military Medical Academy]. 2020, V. 39, I. S3-1, pp. 131–135. (in Russian)
18. Rukavishnikov V.A., Kuznetsova E.V. Skhema metoda konechnykh elementov dlia kraevoi zadachi s nesoglasovannym vyrozhdeniem iskhodnykh dannykh [Scheme of the finite element method for a boundary value problem with inconsistent degeneracy of the initial data]. *Sibirskii zhurnal vychislitel'noi matematiki* [Siberian Journal of Computational Mathematics]. 2009, V. 12, I. 3, pp. 313–324. (in Russian)
19. Rushchenko N.G., Tozik V.T., Mezhenin A.V. Kompiuternoe modelirovanie organov cheloveka [Computer modeling of human organs]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo universiteta informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki* [Scientific and technical bulletin of the St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics]. 2007, I. 45, pp. 211–213. (in Russian)
20. Poida A.A., Kalmykova M.V. Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlia EVM № 2022683051 Rossiiskaia Federatsiia. Programma dlia postroeniia kompiuternykh 3D modelei struktury krovenosnykh sosudov na osnove dannykh kompiuternoi tomografii [A program for constructing 3D computer models of the structure of blood vessels based on computed tomography data]: № 2022682223: zaiavl. 18.11.2022: opubl. 30.11.2022: zaiavitel Federalnoe gosudarstvennoe biudzhethoe uchrezhdenie Natsionalnyi issledovatel'skii tsentr «Kurchatovskii institut».
21. Sirota E.S., Trufanov M.I. Razrabotka algoritmicheskogo obespecheniia i spetsializirovannogo ustroistva dlia vizualizatsii vnutrennikh organov patsienta po dannym magnitno-rezonansnogo i kompiuternogo tomografov [Development of algorithmic software and a specialized device for visualizing the patient's internal organs based on magnetic resonance and computed tomography data]. *Izvestiia Iugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* [News of the Southwestern State University]. 2018, V. 22, I. 6, pp. 189–197. DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-6-189-197. (in Russian)
22. Ushakova O.V. Klassifikatsiia shestigrannykh iacheek [Classification of hexagonal cells]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 2008, V. 48, I. 8, pp. 1406–1428. (in Russian)
23. Chernyshov D.N., Grishchenko O.S., Grigorev A.V. Ispolzovanie metoda konechnykh elementov dlia fizicheskikh raschetov v SAPR [Using the Finite Element Method for Physical Calculations in CAD]. *Sovremennye informatsionnye tekhnologii v obrazovanii i nauchnykh issledovaniakh (SITONI-2019): Materialy VI Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii, Donetsk, 26 noiabria 2019 goda / Pod obshchei redaktsiei V.N. Pavlysha. Donetsk: Donetskii natsionalnyi tekhnicheskii universitet* [Modern information technologies in education and scientific research (SITONI-2019): Proceedings of the VI International Scientific and Technical Conference, Donetsk, November 26, 2019 / Under the general editorship of V.N. Pavlysha. Donetsk: Donetsk National Technical University]. 2019, pp. 347–352. (in Russian)
24. Grif M.G. Planning technology for neurosurgical procedures by using a software platform to create an optimal configuration of customized titanium implants Proceedings international multi-conference on engineering, computer and information sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Akademgorodok, 18–22 Sept. 2017. Novosibirsk: IEEE, 2017. P. 544–549.
25. Kolmogorov Yu.N. Rekost-M Bone Replacement Implants Based on 3D Modeling for Closing Post-Craniotomy Skull Defects: Pre-Clinical and Clinical Studies Modern Technologies in Medicine. 2018, V. 10, I. 3. pp. 95–103. DOI 10.17691/stm2018.10.3.11