

О конструировании одного вида фрактальных сеток

On the construction of one type of fractal grids

УДК 004.92: 514: 517.9

Получено: 18.04.2025

Одобрено: 22.05.2025

Опубликовано: 25.06.2025

Бойков А.А.

Старший преподаватель кафедры инженерной графики, ФГБОУ ВО «МИРЭА- Российский технологический университет», г. Москва
e-mail: albophx@mail.ru

Boikov A.A.

Senior Lecturer, Department of Engineering Graphics, MIREA-Russian Technological University, Moscow
e-mail: albophx@mail.ru

Бойкова Н.А.

Дизайнер, г. Москва

Boikova N.A.

Designer, Moscow

Аннотация

В статье уточняется задача построения фрактальных сеток, и формулируется частная подзадача построения правильных фрактальных сеток. Вводятся определения правильной и квазиправильной фрактальной сетки. Предлагается способ создания правильных фрактальных сеток для дизайна на основе фрактальных изображений (фигур) с радиальной симметрией. Показываются примеры фрактальных фигур. Формулируется новая задача для студенческих исследований, связанная с изучением симметричности фракталов.

Ключевые слова: алгебраические фракталы, гиперфракталы, множество Мандельброта, множество Жулия, фрактал Ньютона, фрактал горящий корабль, фрактальная сетка, мозаика, паркет, генеративное искусство.

Abstract

The article specifies the problem of constructing fractal grids and formulates a particular sub-problem of constructing regular fractal grids. Definitions of a regular and quasi-regular fractal grid are introduced. A method for creating regular fractal grids for design based on fractal images (figures) with radial symmetry is proposed. Examples of fractal figures are shown. A new task for student research related to the study of fractal symmetry is formulated.

Keywords: algebraic fractals, hyperfractals, Mandelbrot set, Julia set, Newton fractal, burning ship fractal, fractal grid, mosaic, parquet, generative art.

Введение

В [1] сформулирована одна из частных задач графического дизайна – оформление повторяющихся элементов типа таблиц и сеток, которые могут найти применение при разработке макетов визиток, бейджей, карточек, фишек для настольных игр и т.п., с использованием фрактальных элементов.

В настоящей работе предлагается уточнение этой задачи и новый подход к ее решению.

Постановка задачи

Будем называть описанные в [1] сетчатые орнаменты с фрактальными элементами **прямоугольными фрактальными сетками**. В [1, 2, 3] для создания бесшовных фрактальных текстур с прямоугольной ячейкой предлагается использовать:

- сечение симметричного гиперфрактала сферой с центром, лежащим в плоскости симметрии [1, 2];
- итерационные формулы, содержащие тригонометрические выражения [1, 3].

Обобщим задачу построения орнамента (мозаики) с фрактальными элементами и выделим класс орнаментов, ячейки которых являются правильными n -угольниками. Будем называть такие орнаменты в случае использования фрактальных элементов по аналогии с мозаиками [4, 5] **правильными фрактальными сетками**.

Известно, что существует лишь три плоских правильных мозаики – с ячейками в виде треугольника, квадрата и шестиугольника (рис. 1). Также существуют полуправильные мозаики, состоящие из ячеек двух и трех видов, однако в контексте решаемой дизайнерской задачи элементы сетки должны быть одинаковы. Прямоугольные фрактальные сетки, если считать прямоугольник и квадрат аффинно эквивалентными, будем рассматривать как частный случай правильной фрактальной сетки с квадратной ячейкой.

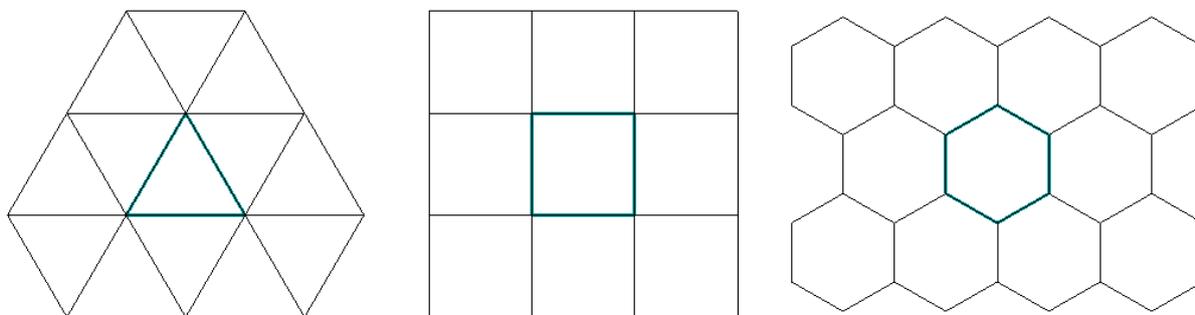


Рис. 1. Правильные мозаики

Таким образом, для создания правильных фрактальных сеток требуется способ формирования фрактальных элементов, имеющих структуру, подобную правильным фигурам – треугольнику, квадрату, шестиугольнику.

О радиальной симметрии некоторых алгебраических фракталов

Известно, что изображения степенных фракталов Мандельброта имеют осевую и радиальную симметрию, причем, число осей симметрии фрактала равно $P-1$, если фрактал определяется степенной формулой вида:

$$Z_{n+1} = Z_n^P + C, \quad (1)$$

где Z и C – комплексные числа.

Примеры фракталов для степеней $P=2, 4, 5$ и 7 показаны на рис. 2.

Будем называть соответствующие элементы **трех-** (рис. 2,б), **четыре-** (рис. 2,в) и **шестилучевыми** (рис. 2,г).

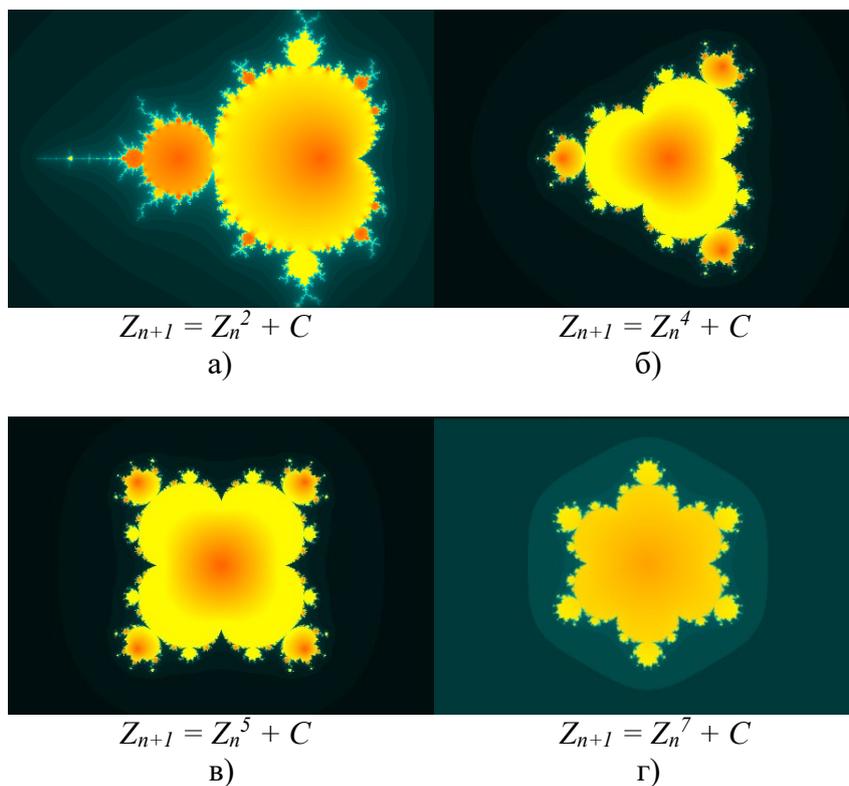


Рис. 2. Изображения фракталов Мандельброта для степеней 2, 4, 5, 7

Теперь при наличии фрактальных элементов с требуемой симметричностью исходную задачу построения правильной фрактальной сетки можно решить, просто поместив эти элементы в соответствующие узлы сетки (рис. 3).

Для решения задачи дизайна, таким образом, требуется находить подходящие фрактальные элементы.

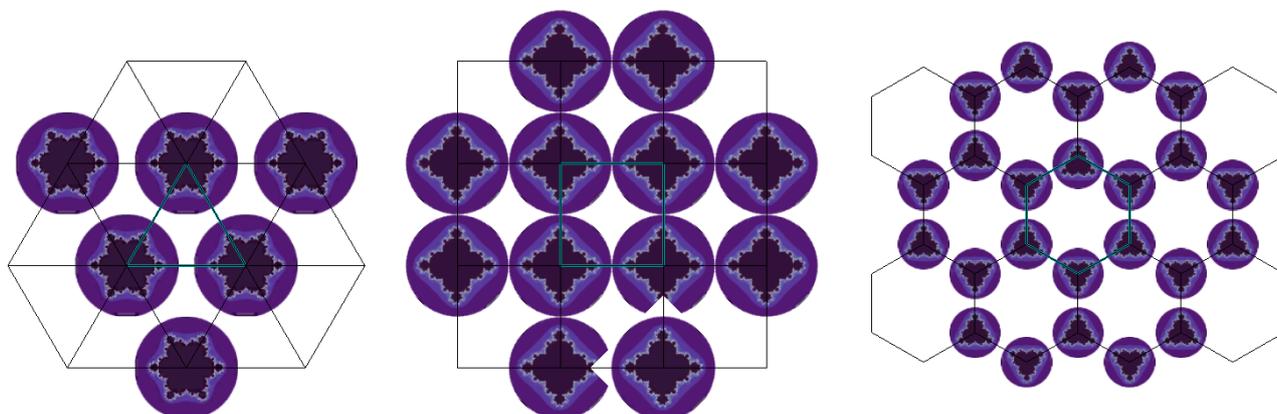
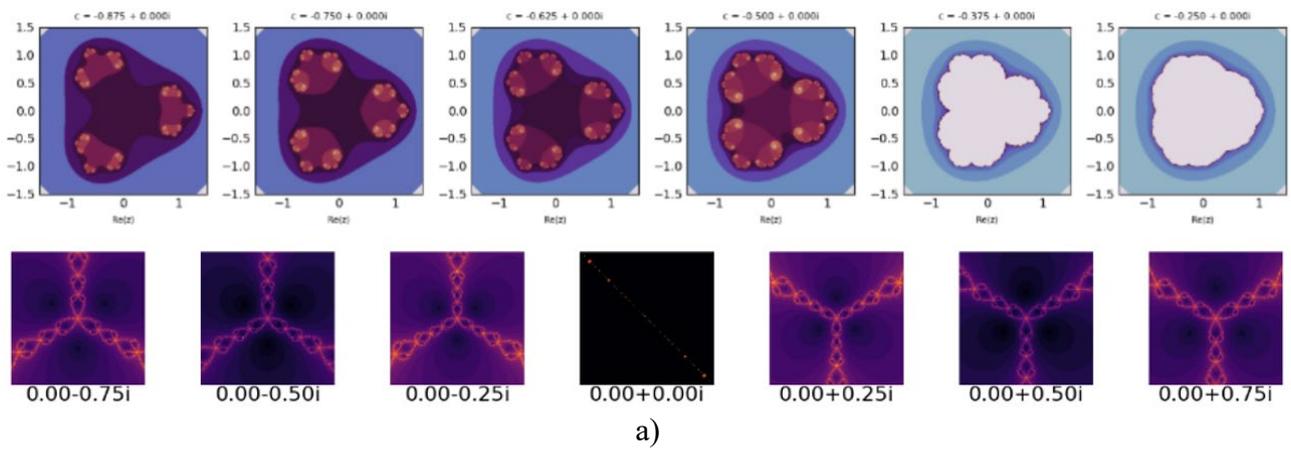
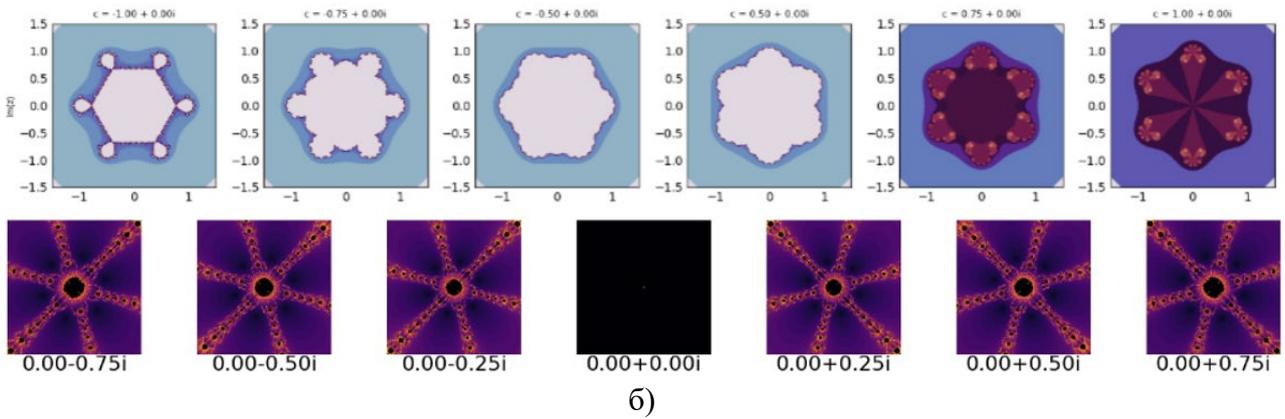


Рис. 3. Образование правильной фрактальной сетки способом размещения в узлах образцов с требуемой симметрией

Кроме степенной формулы (1) трехлучевые фрактальные элементы можно получить как фракталы Жюлиа третьего порядка, фракталы Жюлиа метода Ньютона третьего порядка (рис. 4,а); шестилучевые – как фракталы Жюлиа шестого порядка, фракталы Жюлиа метода Ньютона шестого порядка (рис. 4,б).



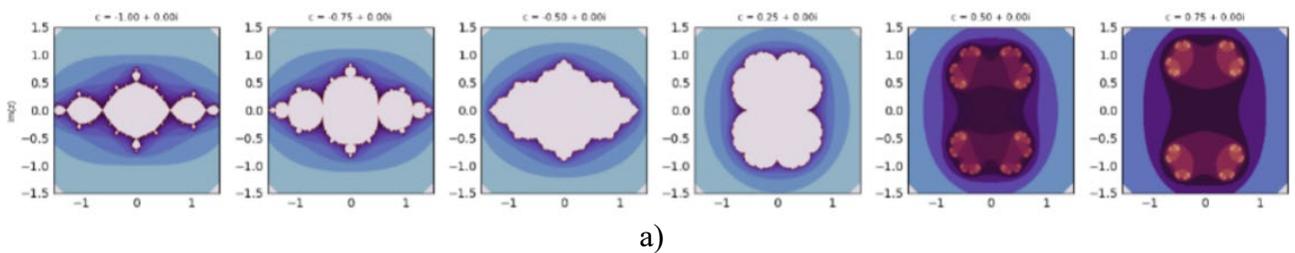
а)



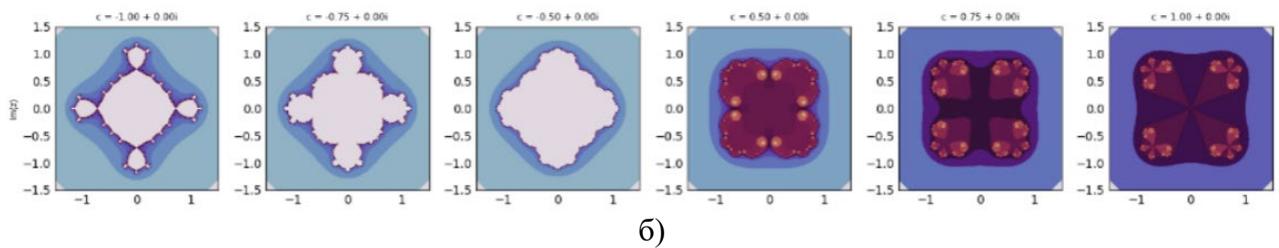
б)

Рис. 4. Трех- и шестилучевые фрактальные фигуры: как фракталы Жюлиа степени 3 (а, сверху) и 6 (б, сверху); как фракталы Жюлиа метода Ньютона степени 3 (а, внизу) и 6 (б, внизу)

Считая прямоугольные и квадратные ячейки эквивалентными, четырехлучевыми фрактальными элементами можно считать любые фрактальные фигуры, имеющие вертикальную и горизонтальную оси симметрии (рис. 5). Другие варианты фрактальных фигур с двумя осями симметрии можно найти в предыдущих работах [3, 6].



а)



б)

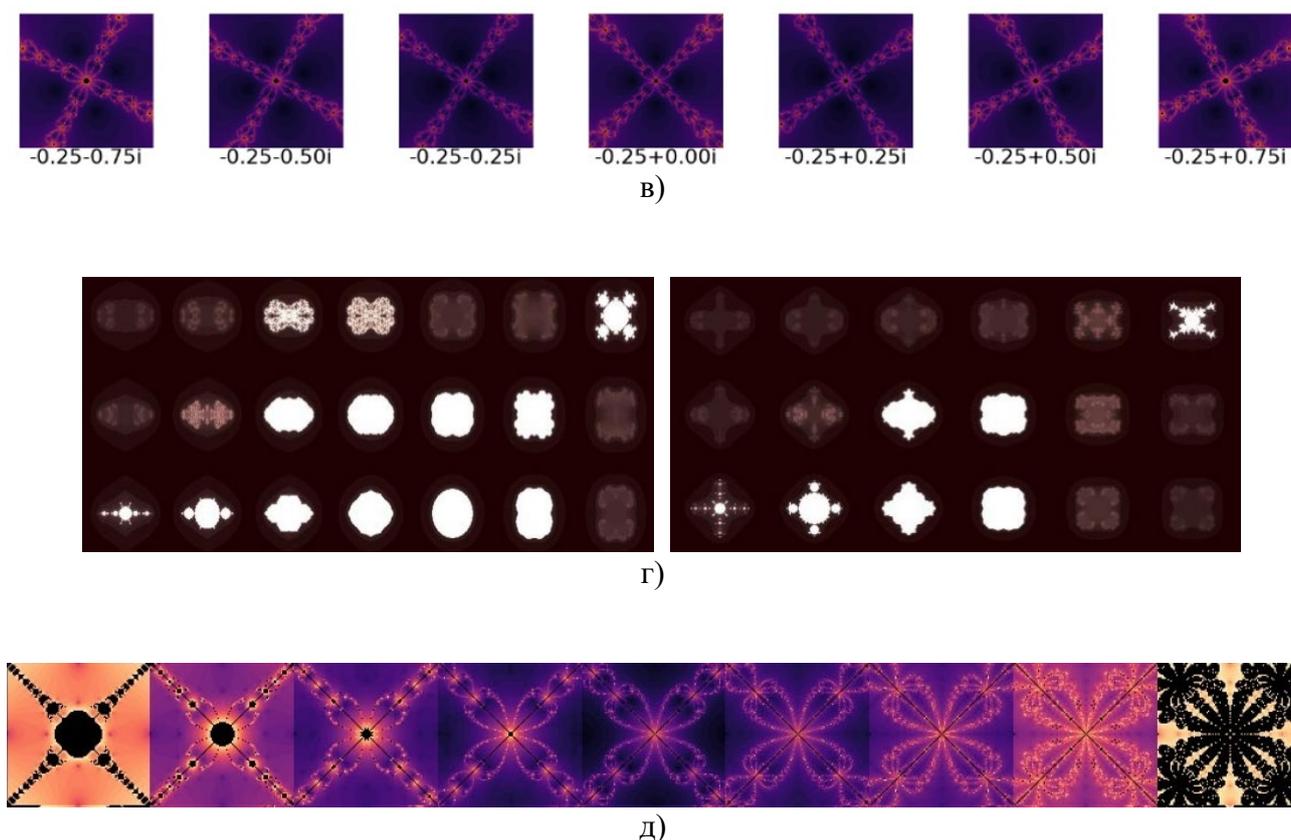


Рис. 5. Четырехлучевые фрактальные фигуры: а – фракталы Жюлиа второго порядка; б – фракталы Жюлиа четвертого порядка; в – фракталы Жюлиа метода Ньютона четвертого порядка; г – фракталы Жюлиа «горящий корабль» разных степеней; д – фракталы Жюлиа метода Нова четвертого порядка

Для задач дизайна строгая симметричность фигур не требуется, поэтому классы трех-, шести- и четырехлучевых фрактальных фигур можно дополнить квазисимметричными (рис. 6, 7).

Заключение

В настоящей работе сделано уточнение задачи построения фрактальных сеток для дизайна и получено ее новое решение на основе фрактальных фигур с требуемой лучевой симметрией. Показаны образцы таких фигур и способы их получения.

В работе были использованы результаты ряда студенческих исследований, проведенных в рамках практико-ориентированной методики [7, 8, 9].

Рассмотренная в работе задача дизайна позволяет формулировать студентам проблемы исследования различных фракталов, связанные не только с поиском новых изображений (поставлена в [6]) или построением атласов (поставлена в [10]), но и изучением симметрии фракталов.

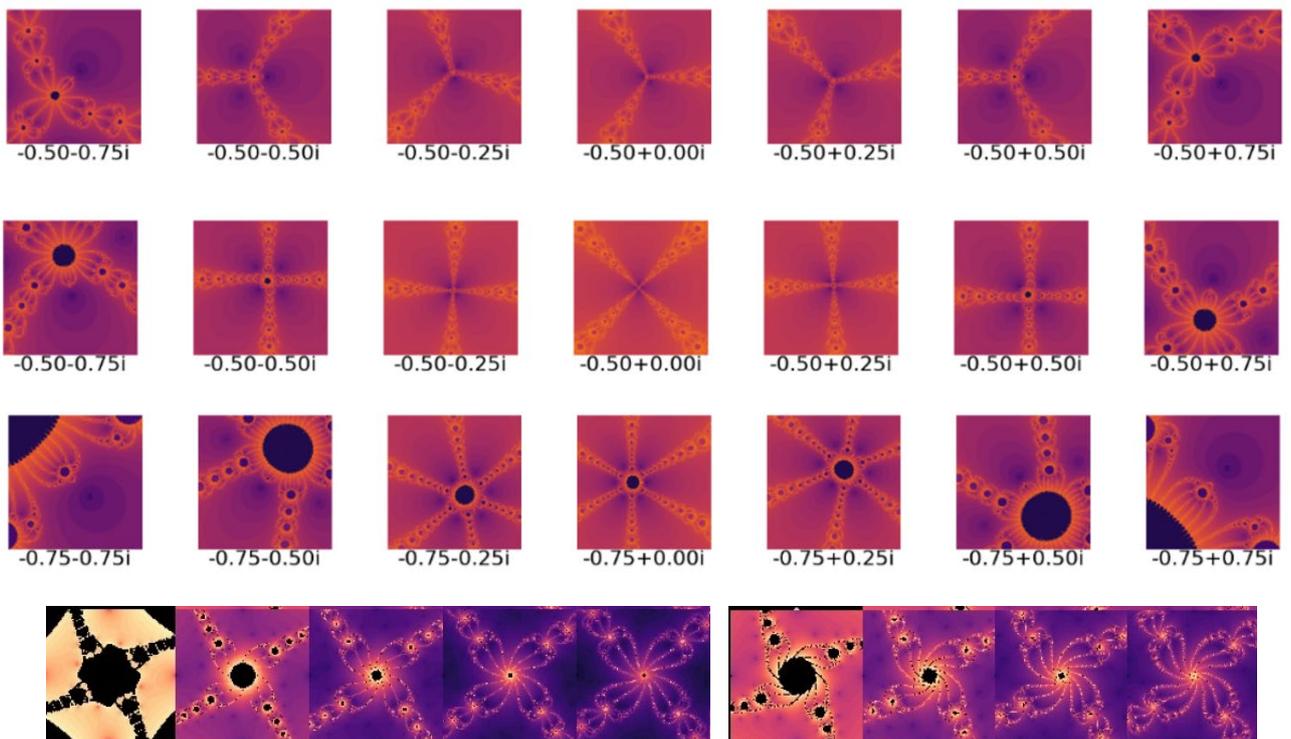
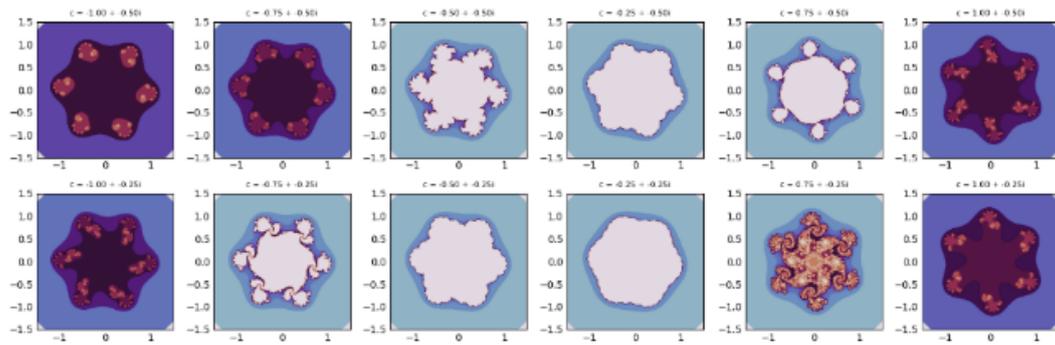
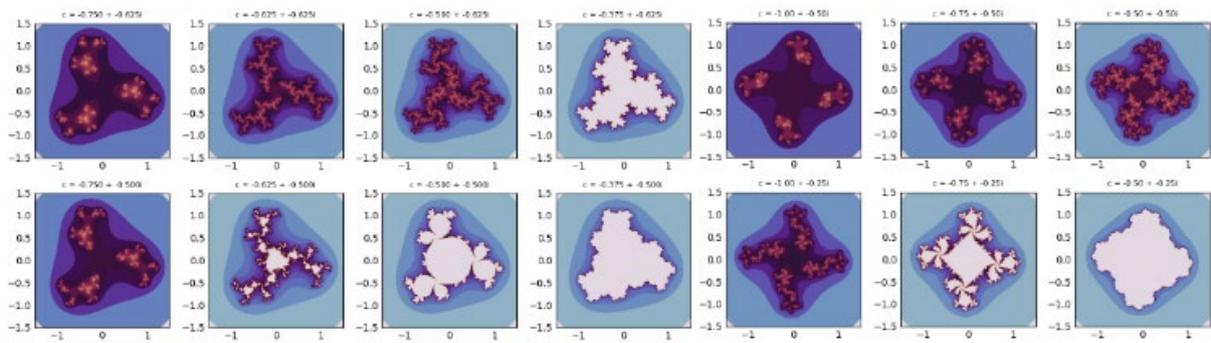


Рис. 6. Квазисимметричные фрактальные фигуры

Литература

1. Бойков А.А., Ефремов А.В., Рустамян В.В. О студенческой научно-исследовательской работе на геометро-графических кафедрах // Геометрия и графика. 2023. №. 4. С. 61-75. DOI: 10.12737/2308-4898-2024-11-4-61-75.
2. Бойков А.А., Орлова Е.В., Чернова А.В., Шкилевич А.А. О создании фрактальных образов для дизайна и полиграфии и некоторых геометрических обобщениях, связанных с ними // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации. Материалы VIII Международной научно-практической интернет-конференции, февраль – март 2019 г. – Пермь: ПНИПУ, 2019. – С. 325–339.
3. Бойков А.А. О фрактальных сетках // Инновационные технологии в инженерной графике: проблемы и перспективы: сборник трудов Международной научно-практической конференции 24 апреля 2024 года Брест, Республика Беларусь Новосибирск, Российская Федерация. – Брест: БрГТУ, 2024. – С. 17–20.
4. Бойков А.А., Бойкова Н.А. О создании атласа гиперфрактала // Визуальная культура. Искусство. Дизайн. Медиа-технологии: материалы XXIII Всерос. науч.-практ. конф. (Омск, 15 мая 2024 г.). – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2024. – 1 CD-ROM (12,4 Мб). – С. 26–33.
5. Бойков А.А., Гудаев И.И. Об одном способе создания бесшовных фрактальных паттернов для дизайна на основе многомерного подхода // Инновационные технологии в инженерной графике: проблемы и перспективы: сборник трудов Международной научно-практической конференции, 23 апреля 2021 года, Брест, Республика Беларусь, Новосибирск, Российская Федерация. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2021. – 281 с.
6. Ваньков К., Журавлев В. Правильные паркеты и производящие функции // Математическое просвещение. – 2018. – Вып. 22. – С. 127–157.
7. Вышнепольский В.И., Бойков А.А., Егиазарян К.Т., Кадыкова Н.С. Методическая система проведения занятий на кафедре «Инженерная графика» РТУ МИРЭА // Геометрия и графика. 2023. №. 1. С. 23-34. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-23-34.
8. Вышнепольский В.И., Бойков А.А., Егиазарян К.Т., Ефремов А.В. Научно-исследовательская работа на кафедре «Инженерная графика» РТУ МИРЭА // Геометрия и графика. 2023. №. 1. С. 70-85. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-70-85.
9. Колмогоров А.Н. Паркеты из правильных многоугольников // Квант. – 1970. №3. С. 24–27.
10. Орлова Е.В., Чернова А.В. Исследование алгебраических фракталов с позиции многомерной геометрии // Журнал естественнонаучных исследований. – 2024. – Т.9, №4. – С. 64–71.