
**ВЛИЯНИЕ КРИТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ
НА СПЕКТРЫ ВТОРИЧНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН
В СРЕДНЕЙ И ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ**

**CRITICAL LEVEL INFLUENCE ON SPECTRA OF SECONDARY
GRAVITY WAVES IN THE MIDDLE AND UPPER ATMOSPHERE**

Н.М. Гаврилов

*Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия, n.gavrilov@spbu.ru*

С.П. Кшевецкий

*Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия, renger@mail.ru
Балтийский федеральный университет им. И. Канта,
Калининград, Россия*

А.В. Коваль

*Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия, a.v.koval@spbu.ru*

Ю.А. Курдяева

*Калининградский филиал Института земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
им. Н.В. Пушкова РАН,
Калининград, Россия, yakurdyeva@gmail.com*

N.M. Gavrilov

*St. Petersburg State University,
Saint Petersburg, Russia, n.gavrilov@spbu.ru*

S.P. Kshevetski

*St. Petersburg State University,
Saint Petersburg, Russia, renger@mail.ru
I. Kant Baltic Federal University,
Kaliningrad, Russia*

A.V. Koval

*St. Petersburg State University,
Saint Petersburg, Russia, a.v.koval@spbu.ru*

Yu.A. Kurdyeva

*West Department of Pushkov Institute of Terrestrial
Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation RAS,
Kaliningrad, Russia, yakurdyeva@gmail.com*

Аннотация. С помощью нелинейной численной модели высокого разрешения исследуется распространение внутренних гравитационных волн (ВГВ) из тропосферы в верхние слои атмосферы. В этом моделировании учитываются фоновые профили ветра, содержащие критические уровни, на которых горизонтальная скорость ветра становится равной горизонтальной фазовой скорости ВГВ. Согласно традиционной линейной теории атмосферных волн, вблизи критических уровней вертикальная длина волны приближается к нулю, что должно приводить к сильной диссипации ВГВ, распространяющихся из тропосферы, и может сильно уменьшить их амплитуды в верхней атмосфере. Модельные источники волн заданы в виде возмущений вертикальной скорости, распространяющихся вдоль поверхности Земли. Горизонтальный ветер в атмосфере аппроксимируется гауссовым профилем среднего зонального ветра с максимумом на высоте 50 км. Выполнен анализ спектров волновых полей вблизи критических уровней и на удалении от них. Обнаружено, что неустойчивость волн около критических уровней интенсифицирует переход энергии от первичных ВГВ, распространяющихся от приземных источников, к вторичным волновым модам. Это приводит к росту спектральных пиков на длинах волн меньших горизонтальной длины первичной ВГВ. Поэтому выше критических уровней с ростом высоты начинают преобладать режимы с более короткими горизонтальными длинами волн, чем длина волны первичной ВГВ, причем амплитуды этих вторичных волн на той же высоте могут превышать амплитуды аналогичной первичной ВГВ, распространяющейся в случае отсутствия критических уровней в средней атмосфере.

Abstract. A high-resolution nonlinear numerical model is used to simulate propagation of internal gravity waves (IGWs) from the troposphere to the upper atmosphere. This simulation takes into account background wind profiles containing critical levels at which the horizontal wind velocity becomes equal to the horizontal phase speed of IGW. According to traditional linear theories of atmospheric waves, near critical levels the vertical wavelength approaches zero, which should lead to a strong dissipation of IGWs propagating from the troposphere and may significantly decrease their amplitudes in the upper atmosphere. The wave sources in the model are defined as vertical velocity perturbations propagating along the Earth surface. The mean horizontal wind in the atmosphere is approximated by the Gaussian profile with a maximum at an altitude of 50 km. We analyze the spectra of wave fields near critical levels and at a distance from them. It has been found that the instability of waves near critical levels intensifies the energy transition from primary IGWs propagating from surface sources to secondary wave modes. This causes an increase in spectral peaks at wavelengths shorter than the horizontal length of primary IGW. Therefore, above critical levels, spectral modes with shorter horizontal wavelengths begin to prevail with increasing altitude, and the amplitudes of these secondary waves at the same altitudes can exceed the amplitudes of analogous primary IGW propagating in the absence of critical levels in the middle atmosphere.

Keywords: acoustic-gravity waves, spectrum, secondary waves, numerical simulation, upper atmosphere, middle atmosphere.

Ключевые слова: акустико-гравитационные волны, спектр, вторичные волны, численное моделирование, верхняя атмосфера, средняя атмосфера.

ВВЕДЕНИЕ

Внутренние гравитационные волны (ВГВ) являются важным компонентом динамики средней и верхней атмосферы. Эти волны играют важную роль в солнечно-земной физике, обеспечивая связь явлений в нижней и верхней атмосфере, а также оказывая влияние на земную ионосферу. Значительная часть ВГВ генерируется в нижних слоях атмосферы, в частности, из-за пространственно-временной неоднородности нагрева атмосферы вследствие поглощения солнечной радиации. Затем ВГВ распространяются до больших высот с нарастанием амплитуды возмущений из-за убывания плотности атмосферы. Это приводит к формированию волнообразных неоднородностей ионосферы, влияющих на геофизические поля и на распространение радиоволн.

Волны, создаваемые в нижней атмосфере, переносят энергию и импульс в мезосферу и термосферу. Вследствие диссипации и передачи импульса среднему течению ВГВ могут приводить к существенным вариациям гидродинамических параметров атмосферы, вплоть до разворота зональной циркуляции в мезосфере и нижней термосфере (МНТ), и оказывать влияние на циркуляцию в средних и верхних слоях атмосферы, включая термосферу и ионосферу [Yigit, Medvedev, 2009; Miyoshi et al., 2014]. Поэтому для более глубокого изучения динамики атмосферы, космической погоды и солнечно-земных связей необходим прогресс в понимании процессов, связанных с ВГВ.

Для учета воздействия ВГВ в модели общей циркуляции атмосферы используются параметризации мезомасштабных волн и их влияния на среднее течение, которые необходимо сравнивать с наблюдениями [Alexander et al., 2010]. Существуют численные модели глобальной циркуляции на мелкой пространственно-временной сетке [Becker, Vadas, 2018], но разрешение этих моделей дает возможность описания только ВГВ с большими горизонтальными длинами. В связи с этим при разработке климатических моделей и комплексных моделей циркуляции атмосферы и ионосферы по-прежнему необходимы эффективные схемы параметризации динамических и тепловых эффектов ВГВ.

В последнее время активно развивается область численного моделирования нелинейных ВГВ и турбулентности в атмосфере. В работах [Бидлингмайер, Погорельцев, 1992; Погорельцев, Перцев, 1995] выполнено численное моделирование ВГВ, распространяющихся вверх из тропосферы и создающих возмущения ионосферы. Работы [Fritts et al., 2009, 2014] посвящены моделированию разрушения ВГВ с образованием неустойчивости Кельвина—Гельмгольца в областях атмосферы с небольшими вертикальными и горизонтальными размерами. Численные двумерные модели ВГВ в атмосфере использовались в работах [Yu et al., 2009; Liu et al., 2008].

В работе [Гаврилов, Кшевецкий, 2014] разработана численная трехмерная модель с высоким пространственно-временным разрешением, которая описывает поведение нелинейных ВГВ в атмосфере от поверхности Земли до термосферы. Алгоритм модели корректно учитывает законы сохранения энергии, импульса, массы и термодинамический закон необывания энтропии [Gassmann, Herzog, 2015]. Указанная модель дает возможность найти физически обоснованные обобщенные решения уравнений гидродинамики, а вычислительная схема устойчива в областях неустойчивости нелинейных волн и генерации турбулентности, где многие численные алгоритмы становятся неустойчивыми. Такой устойчивый алгоритм делает численную модель [Гаврилов, Кшевецкий, 2014] применимой для исследования ВГВ и их разрушения в широкой области высот, давая возможность более глубокого исследования механизмов динамических взаимодействий между различными слоями атмосферы.

Распространение нелинейных ВГВ в средней и верхней атмосфере сопровождается каскадным переносом энергии по спектру к волновым модам меньшего масштаба [Gavrilov et al., 2022; Гаврилов, Кшевецкий, 2023]. Длины и периоды таких вторичных мод первого типа меньше, чем первичных нелинейных ВГВ, генерируемых волновыми источниками в атмосфере. Вторичные ВГВ первого типа могут ускорять процесс перехода энергии волн к турбулентности.

Кроме того, разрушение первичных ВГВ может приводить к пространственным неоднородностям волновых ускорений и притоков тепла с масштабами, которые сравнимы с горизонтальными размерами волновых пакетов [Vadas et al., 2003, 2018]. Такие неоднородности, в свою очередь, могут создавать вторичные волновые моды второго типа, длины и периоды которых больше, чем длины и периоды первичных ВГВ. Вторичные волны как первого, так и второго типа могут иметь горизонтальные фазовые скорости и вертикальные длины большие, чем первичные ВГВ [Vadas, Liu, 2013; Vadas et al., 2023]. Такие быстрые ВГВ менее подвержены диссипации из-за молекулярной и турбулентной вязкости и теплопроводности. Они могут достигать больших высот и более эффективно переносить импульс и энергию в термосферу [Vadas et al., 2023].

Возникновение и эволюция вторичных мод ВГВ на сегодняшний день представляется важным и недостаточно изученным процессом, который может значительно влиять на механизмы трансформации и переноса волнового импульса и энергии. В частности, особый интерес представляют области конвективной и динамической неустойчивости, в которых амплитуды первичных ВГВ могут сильно возрастать и генерация вторичных волновых мод может сильно интенсифицироваться.

Более детальному исследованию вторичных ВГВ способствует применение численных моделей с вы-

соким пространственно-временным разрешением и разработка способов разделения спектров первичных и вторичных мод ВГВ. В работе [Gavrilov et al., 2025] проиллюстрирована возможность генерации вторичных волн вблизи критических уровней, на которых горизонтальная фазовая скорость волны равна скорости среднего ветра, что приводит к неустойчивости и разрушению ВГВ.

Гаврилов и Кшевецкий [2023] разработали метод, который дает возможность разделить полученные с помощью трехмерной нелинейной модели высокого разрешения горизонтальные пространственные спектры, создаваемые первичными и вторичными ВГВ на разных высотах в атмосфере в фиксированные моменты времени. Было показано, что через некоторое время после начала работы волнового источника на земной поверхности в спектрах появляются пики вторичных волн с большими горизонтальными волновыми числами, кратными волновым числам первичной ВГВ. Такое разделение спектров первичных и вторичных ВГВ дает возможность оценивать относительные амплитуды вторичных волновых мод в разное время, на разных высотах и при различной устойчивости средних профилей ветра и температуры в атмосфере.

В данной работе метод, разработанный Гавриловым и Кшевецким [2023], применен для разделения и последующего детального анализа эволюции спектров первичных и вторичных ВГВ в случае наличия в вертикальном профиле фонового ветра критических уровней, рассмотренных в [Gavrilov et al., 2025]. Вблизи критических уровней вертикальная длина первичной ВГВ сильно уменьшается и волна становится неустойчивой, что позволяет ожидать более интенсивного усиления спектральных составляющих, отличных от первичной волны [Bowman et al., 1980]. Указанный метод разделения позволяет продемонстрировать различия в спектрах вторичных атмосферных ВГВ для случаев наличия и отсутствия критических уровней в профиле фонового ветра.

1. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

В данной работе использована численная трехмерная модель с высоким пространственно-временным разрешением для описания нелинейных ВГВ в атмосфере [Гаврилов, Кшевецкий, 2014]. В модели используются полные трехмерные уравнения гидродинамики в приближении плоской геометрии [Гаврилов, Кшевецкий, 2014]. Модель включает нелинейные процессы и диссипацию, которые влияют на поведение ВГВ в атмосфере, и дает возможность исследовать такие сложные процессы, как неустойчивость и разрушение ВГВ, а также генерация турбулентности.

Профили средней температуры $T_0(z)$ для расчетов взяты из полуэмпирической модели атмосферы NRLMSISE-00 [Picone et al., 2002]. Средние коэффициенты молекулярной теплопроводности и вязкости рассчитываются по формуле Сазерленда [Кикоин, 1976]. Используемая модель учитывает также фоновые турбулентные теплопроводность и вязкость, коэффициенты которых максимальны (до $10 \text{ м}^2/\text{с}$) в при-

земном слое и в нижней термосфере и минимальны (до $0.1 \text{ м}^2/\text{с}$) в стратосфере (см. [Гаврилов, Кшевецкий, 2014]).

На верхней границе используются нулевые значения вертикальной скорости и вертикальных градиентов горизонтальной скорости и температуры [Гаврилов, Кшевецкий, 2014]. Эти граничные условия вызывают отражение ВГВ, приходящих снизу из атмосферы. В данном исследовании верхняя граница задается на высоте 600 км, на которой молекулярные теплопроводность и вязкость очень велики, и волны, отраженные от верхней границы, быстро затухают. Тестирование показывает, что на расстояниях более двух высот однородной атмосферы от верхней границы влиянием верхних граничных условий можно пренебречь, поэтому на рассматриваемых в данной статье высотах до 200 км влияние верхних граничных условий незначительно. На нижней границе (на земной поверхности) граничные условия записываются в следующем виде (см. [Гаврилов, Кшевецкий, 2014]):

$$\begin{aligned} (T')_{z=0} &= 0, (u)_{z=0} = 0, (v)_{z=0} = 0, \\ (w)_{z=0} &= W_0 \cos(\sigma t - \vec{k}_h \cdot \vec{r}), \end{aligned} \quad (1)$$

где T' , w , u , v — волновые вариации температуры и компонент скорости по вертикальной оси z и горизонтальным осям x и y соответственно. В (1) выражение для вертикальной скорости на нижней границе используется как источник плоских ВГВ в модели. Здесь σ и W_0 — наблюдаемая частота и амплитуда возбуждаемой первичной волны; $\vec{r}(x, y)$ и $\vec{k}_h(k_x, k_y)$ — горизонтальные радиус-вектор и волновой вектор, где k_x и k_y — горизонтальные волновые числа вдоль осей x и y соответственно. В настоящем исследовании горизонтальная ось x направлена параллельно горизонтальному волновому вектору, поэтому для первичной ВГВ $k_h = k_x$ и $k_y = 0$.

Монохроматические волновые составляющие (1) можно трактовать как компоненты фурье-преобразования турбулентных, конвективных и мезометеорологических процессов. Такие процессы можно аппроксимировать суперпозицией эффективных спектральных компонент вертикальной скорости на земной поверхности [Townsend, 1965, 1966].

Численные расчеты начинаются с безветренного состояния атмосферы со стационарными профилями средней плотности, температуры, молекулярной вязкости и молекулярной массы согласно модели NRLMSISE-00 [Picone et al., 2002] для широты 50° N в январе при средней солнечной активности ($F10.7=150 \text{ с.е.п.}$). Профиль температуры, используемый в моделировании, представлен на верхней панели рис. 1.

Для анализа влияния критических уровней на поведение ВГВ в этом исследовании проекция стратомезосферного струйного течения на направление первичной волны аппроксимирована гауссовой функцией с максимумом 80 м/с на высоте 50 км (нижняя панель рис. 1). Этот профиль ветра совпадает с моделью ветра, используемой в работе [Gavrilov et al., 2025].

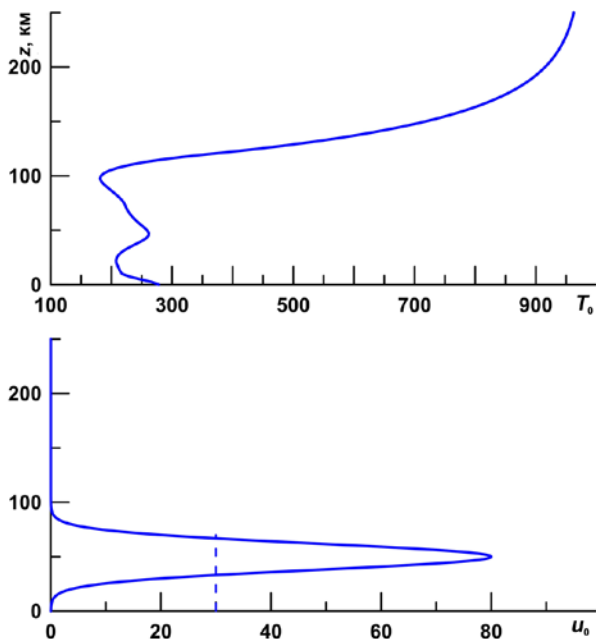


Рис. 1. Вертикальный профиль среднезональной фоновой температуры [K] для января на широте 50° N (вверху) и модельный гауссов профиль проекции скорости ветра на направление горизонтального волнового вектора [м/с] (внизу). Штриховая линия отмечает горизонтальную фазовую скорость ВГВ, используемую в расчетах

Предшествующие эксперименты с данной моделью продемонстрировали, что резкое включение волнового источника (1) может сформировать сильный начальный волновой импульс, который способен достигнуть верхней атмосферы за несколько минут. Чтобы обеспечить плавное включение волнового источника, при описываемом моделировании амплитуда W_0 в (1) умножается на гауссову функцию, которая увеличивается от нуля при $t=0$ до единицы при $t=t_a$ (см. подробности в статье [Gavrilov et al., 2022]). Момент t_a в данном исследовании рассматривается как время включения волнового источника в модели, и при $t > t_a$ амплитуда источника W_0 в (1) постоянна.

Естественно полагать, что при малых W_0 в уравнении (1) численное решение для нижней атмосферы при $t \gg t_a$ должно стремиться к установившимся волнам, описываемым линейной теорией атмосферных ВГВ (например, [Gossard, Hooke, 1975]). В работе [Gavrilov et al., 2015] продемонстрировано хорошее соответствие между моделируемыми отношениями амплитуд разных волновых полей и поляризационными соотношениями линейной теории ВГВ [Gossard, Hooke, 1975] при $t \gg t_a$ на высотах до 100 км.

В этом исследовании мы анализируем первичные ВГВ, генерируемые наземным источником (1), которые распространяются параллельно оси x . Горизонтальный размер анализируемой области атмосферы $L_h=800$ км. На границах этой горизонтальной области используются периодические условия (см. [Гаврилов, Кшевецкий, 2014]). При моделировании использовался волновой источник (1) с $k_y=0$ и амплитудой ВГВ $W_0=0.01-0.1$ мм/с. Малые амплитуды отвечают

слабым ВГВ, когда нелинейные эффекты малы. Источник (1) при $W_0 \sim 0.1$ мм/с создает интенсивные ВГВ и обуславливает значительные нелинейные взаимодействия в верхней атмосфере [Гаврилов, Кшевецкий, 2023].

Число горизонтальных длин первичной волны внутри анализируемой области $n=4$, что отвечает горизонтальной длине волны $\lambda_h=L_h/n=200$ км и периодам акустико-гравитационных волн (АГВ) $\tau=\lambda_h/c_h \sim 1.9-0.6$ ч для диапазона значений горизонтальной фазовой скорости $c_h \sim 30-100$ м/с. Шаг горизонтальной сетки численной модели равен $\Delta x=\lambda_h/32$, а шаг по времени выбирается автоматически и составляет несколько секунд. Сетка модели по вертикали покрывает высоты от земной поверхности до 600 км и содержит 1024 неравноотстоящих узла. Шаг сетки по вертикали изменяется от 12 м в приземном слое до 3 км вблизи верхней границы, таким образом, почти 70 % узлов сетки располагаются в тропосфере и средней атмосфере.

В разделе 3 приведены результаты моделирования для $c_h=30$ м/с, что соответствует ВГВ со сравнительно большой вертикальной длиной, которые могут доходить от поверхности Земли до верхней атмосферы.

2. ВЫДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА ВТОРИЧНЫХ АГВ

Аналогично исследованию [Гаврилов, Кшевецкий, 2023] спектры моделируемых волновых полей по горизонтальному волновому числу рассчитываются в разные моменты времени для горизонтальных плоскостей, расположенных на фиксированных высотах. Значения рассчитываемой переменной f_i задаются на горизонтальной сетке с координатами x_i ($i=1, 2, \dots, N$) на указанной плоскости. Для определения компонент фурье-преобразования для каждого $k_h \approx k_x$ набор значений f_i аппроксимируется суммой

$$f_c = X(k_h) \cos(k_h x) + Y(k_h) \sin(k_h x). \quad (2)$$

После применения метода наименьших квадратов для определения косинус- и синус-преобразования Фурье $X(k_h)$ и $Y(k_h)$ амплитуду $A_f(k_h)$ и спектральную плотность $S_f(k_h)$ можно найти по формулам

$$A_f(k_h) = \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad S_f(k_h) = \frac{L_h A_f^2}{2\pi}. \quad (3)$$

Применение формул (2) и (3) эквивалентно популярному методу спектрального анализа Ломба—Скаргла [Lomb, 1976; Scargle, 1982]. Если узлы сетки x_i равноотстоящие, использование (2) и (3) дает результат эквивалентный, например, быстрому фурье-преобразованию. Аппроксимация (2) методом наименьших квадратов возможна также при неравноотстоящих узлах сетки. На рис. 2 работы [Гаврилов, Кшевецкий, 2023] приведена спектральная плотность $S_w(k_h)$ вертикальной скорости на различных высотах.

Использование волнового источника (1) и возбуждение плоской первичной ВГВ с горизонтально-однородным распределением амплитуды на нижней границе дает возможность разделения спектров пер-

вичной и вторичных волн, которые имеют горизонтальные длины, отличающиеся от горизонтальной длины первичной волны. Неоднородности горизонтальной скорости в численной модели могут создавать локальные вариации горизонтального волнового числа первичной ВГВ k_{h1} . Из-за этого спектральный максимум, связанный с первичной ВГВ, может уширяться и занимать узкий диапазон волновых чисел $k_h \in [k_{h1} - \varepsilon, k_{h1} + \varepsilon]$ вблизи главного максимума при $k_h = k_{h1}$. Поэтому спектральная плотность вторичных ВГВ $S'_f(k_h)$ может быть получена путем исключения всех спектральных составляющих, попадающих в ε -окрестность значения k_{h1} . Спектр $S'_f(k_h)$ в интервале $k_h \in [k_{h1} - \varepsilon, k_{h1} + \varepsilon]$ может быть замещен линейной интерполяцией между значениями спектральной плотности на границах интервала. Пример выделения спектра вторичных ВГВ приведен на рис. 1 работы [Гаврилов, Кшевевский, 2023]. Указанное разделение спектров дает возможность найти дисперсии возмущений функции f δ_{f1}^2 и δ_{f2}^2 , которые создаются первичной и вторичными модами ВГВ соответственно:

$$\begin{aligned} \delta_{f1}^2 &= \int_{k_{h1}-\varepsilon}^{k_{h1}+\varepsilon} S_f(k_h) dk_h, \\ \delta_{f2}^2 &= \int_{k_{h0}}^{k_{hm}} S'_f(k_h) dk_h, \end{aligned} \quad (4)$$

где k_{h0} и k_{hm} — минимальная и максимальная границы рассматриваемой спектральной области.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Целью настоящей работы является исследование влияния критических уровней на распространение первичной ВГВ и формирование спектра вторичных волновых мод. Здесь представлены расчеты для источника ВГВ (1) с горизонтальной фазовой скоростью $c_h = 30$ м/с. Такая ВГВ имеет вертикальную длину около 10 км и может распространяться без значительного затухания до высот около 100 км.

Если волна распространяется на восток в направлении среднего течения в зимней средней атмосфере, она может достигнуть критического уровня, на котором $c_h = u_0$. На нижней панели на рис. 1 существуют два критических уровня, соответствующих пересечениям профиля среднего ветра и штриховой линии, отмечающей $c_h = 30$ м/с. Высоты этих критических уровней на рис. 1 составляют около 33 и 67 км.

На левой панели рис. 2 показано сечение смоделированного волнового поля вертикальной скорости вертикальной плоскостью, проходящей через горизонтальную ось x , в безветренной атмосфере с вертикальным профилем температуры с рис. 1 для момента времени $t = 52$ ч после включения волнового источника (1) на нижней границе и установления волновых колебаний на рассматриваемых высотах. Видны поверхности постоянной фазы, наклоненные к горизонту на высотах ниже 100 км и характерные для атмосферных ВГВ. Согласно теории плоских линейных стационарных ВГВ в безветренной атмосфере (например, [Gossard, Hooke, 1975]), угол наклона

волнового фронта к горизонту равен $\arcsin(\tau_b/\tau)$, где τ_b и τ — периоды Брента—Вяйсяля и ВГВ. Это соответствует теоретической вертикальной длине волны $\lambda_z \approx c_h \tau_b$, что дает $\lambda_z \approx 9$ –12 км для $c_h = 30$ м/с при значениях $\tau_b \approx (3$ –4) $\cdot 10^2$ с, которые соответствуют профилю температуры в январе на высотах 50–100 км (см. рис. 1). Оценки расстояния между последовательными наклонными волновыми фронтами на левой панели рис. 2 дают $\lambda_z \approx 10$ км на высотах 50–100 км, что соответствует указанному выше диапазону теоретических значений λ_z .

На правой панели рис. 2 показано поле вертикальной скорости, аналогичное представленному на левой панели, но для профиля среднего ветра с рис. 1, который задается в начальный момент времени. Горизонтальными линиями на высотах около 33 и 67 км на рис. 2 отмечены два критических уровня (см. нижнюю панель рис. 1), где скорость среднего ветра равна горизонтальной фазовой скорости волны.

Правая панель рис. 2 показывает, что между двумя критическими уровнями направлением наклона волновых фронтов к оси x меняется на противоположное. Это связано с тем, что внутренняя частота первичной ВГВ $\omega = \sigma - k_x u_0$ становится отрицательной между критическими уровнями. Идущие вверх ВГВ имеют положительную вертикальную компоненту волнового потока энергии $\overline{p'w'} \sim -\rho_0 \omega U^2 / (2m) > 0$, где ρ и p — плотность и давление; m и U — вертикальное волновое число и амплитуда колебаний горизонтальной скорости; штрихи и черта сверху обозначают волновые вариации и усреднение по периоду волны соответственно. Поддержание положительного $\overline{p'w'}$ при изменении знака ω соответствует изменению знака m и изменению направления наклона волновых фронтов к горизонту между нижним и верхним критическими уровнями на правой панели рис. 2.

Сравнение левой и правой панелей рис. 2 показывает, что волновое поле проникает выше критических уровней, хотя теория линейных ВГВ предсказывает, что энергия плоской первичной волны должна подвергаться сильной диссипации в области критического уровня и сильно уменьшаться при его прохождении [Bowman et al., 1980]. Однако на правой панели амплитуды ВГВ на высотах более 120 км при наличии критических уровней значительно больше, чем амплитуды первичной ВГВ для безветренной атмосферы на левой панели. Это может происходить, в частности, в результате передачи энергии первичной ВГВ другим волновым модам из-за конвективной неустойчивости волнового профиля температуры и ветра в окрестности критического уровня и распространения этих вторичных мод выше критического уровня [Bowman et al., 1980].

Кроме того, на правой панели выше 100 км волновое поле имеет в два-три раза больше максимумов и минимумов вдоль оси x по сравнению с четырьмя максимумами и минимумами на левой панели для первичной ВГВ. Такой же результат был получен в работе [Gavrilov et al., 2025]. Это свидетельствует о генерации вторичных волн, которые могут иметь горизонтальные длины меньше, чем первичная ВГВ, и которые могут доминировать в верхней

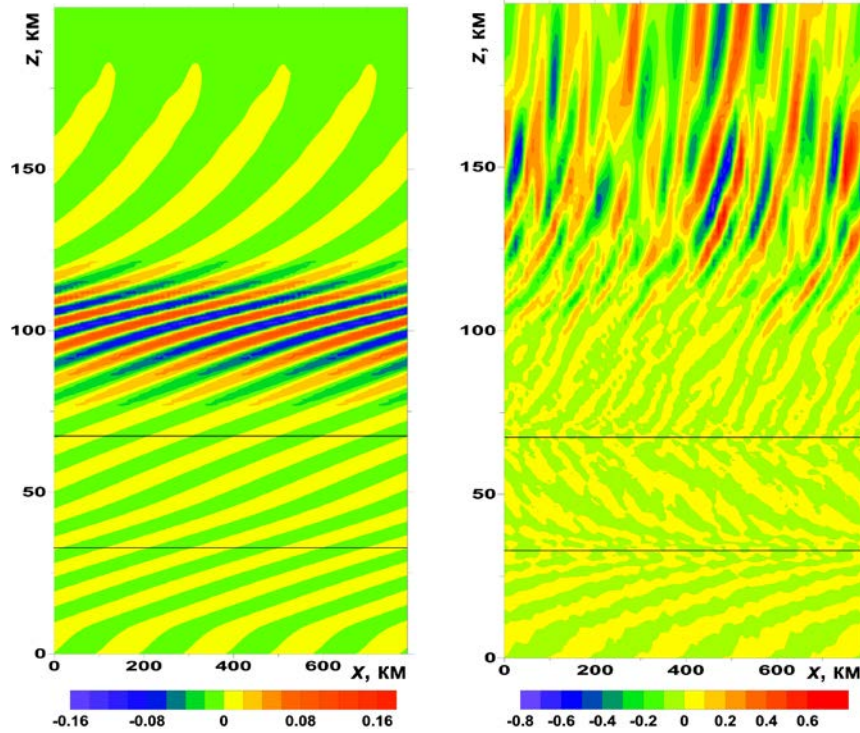


Рис. 2. Модельные волновые поля вертикальной скорости [м/с] в плоскости XOZ в безветренной атмосфере (слева) и при наличии критических уровней в профиле среднего ветра (справа) для ВГВ с $c_h=30$ м/с и амплитудой волнового источника (1) $W_0=0.1$ мм/с в момент времени $t=52$ ч после начала моделирования. Горизонтальные линии показывают высоты критических уровней

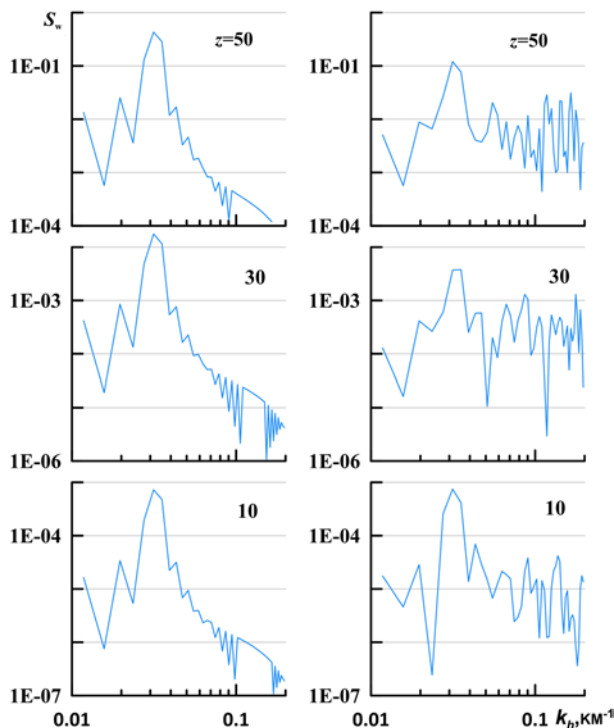


Рис. 3. Спектральная плотность волнового поля вертикальной скорости $S_w(k_h)$ [$\text{м}^3 \text{с}^{-2}$] в безветренной атмосфере (слева) и при наличии критических уровней в профиле среднего ветра (справа) для ВГВ с $c_h=30$ м/с и амплитудой волнового источника (1) $W_0=0.1$ мм/с в момент времени $t=52$ ч на разных высотах (указаны цифрами в км)

атмосфере над критическими уровнями. Моделирование спектров ВГВ с использованием нелинейной

модели [Гаврилов, Кшевецкий, 2023] показало, что максимальные амплитуды имеют вторичные волновые моды с горизонтальными длинами в два-три раза меньшими, чем у первичной ВГВ.

На рис. 3 приведены модельные горизонтальные пространственные спектры ВГВ в тропосфере и стратосфере. На левых панелях рис. 3 (для случая безветренной атмосферы и при отсутствии критических уровней) доминирует максимум, соответствующий горизонтальному волновому числу первичной ВГВ k_{h1} . На правых панелях рис. 3 при наличии критического уровня в профиле среднего ветра амплитуда первичной ВГВ на высоте 10 км примерно такая же, как в безветренной атмосфере. Вблизи и выше критических уровней на высотах 30 км и 50 км спектральная плотность первичной ВГВ на правых панелях значительно меньше соответствующих величин в безветренной атмосфере на левых панелях. При этом спектральная плотность вторичных волн с $k_h > k_{h1}$ вблизи и выше критического уровня на один-два порядка больше на правых панелях по сравнению с левыми панелями.

На рис. 4 представлены спектры, аналогичные спектрам на рис. 3, для высот мезосферы и нижней термосферы. Видно, что доминирует максимум, соответствующий первичной ВГВ с $k_h=k_{h1}$, а спектральная плотность вторичных волн с $k_h > k_{h1}$ в безветренной атмосфере мала (левые панели). На высоте 70 км вблизи верхнего критического уровня и выше него на правых панелях максимум, соответствующий первичной ВГВ, практически отсутствует, и в спектрах доминируют вторичные волны. Спектральные плот-

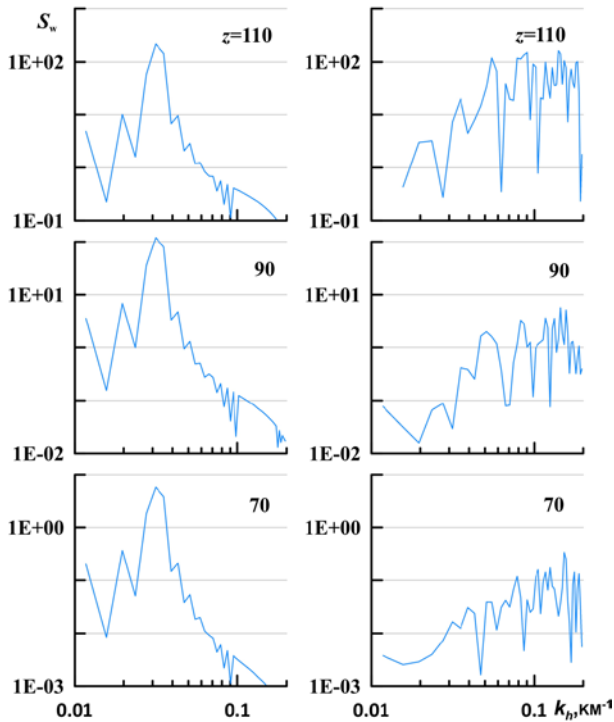


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для диапазона высот 70–110 км

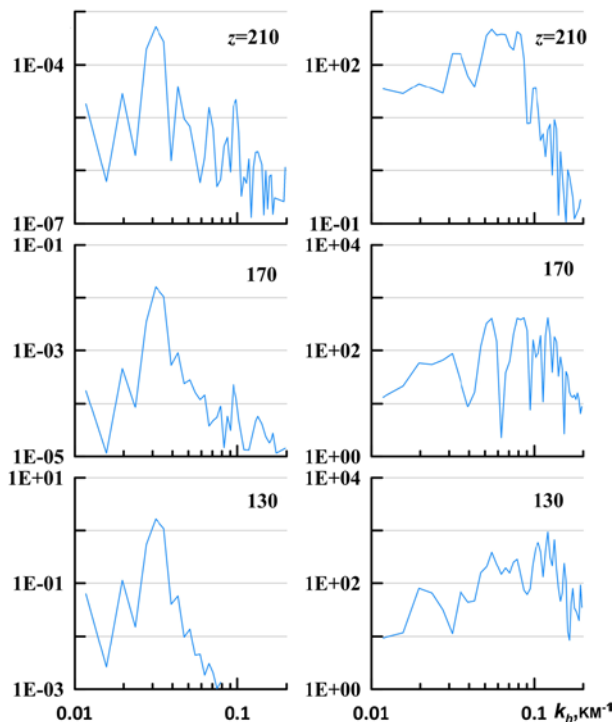


Рис. 5. То же, что на рис. 3, но для диапазона высот 130–210 км

ности на рис. 4 растут с высотой из-за уменьшения плотности атмосферы, поскольку диссипация сравнительно длинных ВГВ невелика.

На рис. 5 показаны спектры, аналогичные представленным на рис. 3 и 4, но для различных уровней в термосфере. На левых панелях рис. 5 аналогично рис. 3 и 4 доминируют максимумы, соответствующие первичной ВГВ с $k_h = k_{h1}$, однако соответствующие спектральные плотности на несколько порядков

меньше аналогичных величин выше критических уровней на правых панелях. Это объясняется сильной диссипацией первичной ВГВ под действием сильной молекулярной вязкости и теплопроводности в термосфере. Часть вторичных волновых мод, генерируемых вблизи критических уровней в средней атмосфере, могут иметь большие горизонтальные фазовые скорости и вертикальные длины и способны распространяться до больших высот в атмосфере.

Правые панели на рис. 5 показывают, что по мере увеличения высоты усиление диссипации приводит к уменьшению спектральной плотности при больших волновых числах. Поэтому спектр на правых панелях становится более узким и ограничивается малыми волновыми числами. Интересно, что на высоте 210 км на правой панели вновь появляется максимум на $k_h = k_{h1}$, аналогичный первичной волне, однако его спектральная плотность почти на шесть порядков больше, чем спектральная плотность первичной ВГВ на соответствующем уровне. Это позволяет предположить, что волновая мода с $k_h = k_{h1}$ на высоте 210 км имеет значения c_h и λ_h , большие, чем первичная ВГВ. Такая быстрая волна может возникать в результате нелинейных взаимодействий в спектре вторичных ВГВ. Это предположение подтверждается результатами, полученными в работе [Zhao et al., 2017], где экспериментально показано увеличение вертикальных длин волн с высотой, которое объясняется генерацией длинных вторичных ВГВ более короткими волнами, доминирующими в стратосфере.

В таблице приведены модельные среднеквадратические значения (стандартные отклонения) вариаций вертикальной скорости, создаваемых первичной ВГВ и вторичными волновыми модами, на различных высотах для безветренной атмосферы и при наличии критических уровней. Оценка дисперсий возмущений, создаваемых первичной и вторичными ВГВ, сделана согласно формуле (4) после разделения спектров первичной и вторичной ВГВ, как описано в разделе 2. Видно, что в безветренной атмосфере амплитуда первичной волны (пропорциональная δ_{w10}) растет до высоты 100 км, а затем уменьшается под действием сильной молекулярной вязкости и теплопроводности, так что первичная ВГВ практически пропадает выше 150 км. Относительный вклад вторичных волн в пульсации вертикальной скорости в безветренной атмосфере невелик и мало меняется с высотой.

При наличии критических уровней амплитуда первичной ВГВ в таблице растет в тропосфере и стратосфере на высотах ниже первого критического уровня на рис. 1 и примерно равна амплитуде первичной волны в безветренной атмосфере. Резкое отставание в росте δ_{w1} от δ_{w10} в областях критических уровней на высотах 30 и 70 км (см. таблицу) происходит из-за диссипации волновой энергии и ее перехода к вторичным волновым модам. На высотах 70–80 км значения δ_{w1} составляют только 5 % от соответствующих значений δ_{w10} . Одновременно в областях критических уровней значительно увеличиваются амплитуды вторичных волн, так что на высотах

Высотная зависимость модельных значений [мм/с] среднеквадратических вариаций вертикальной скорости, создаваемых первичной ВГВ (δ_{w10} , δ_{w1}) и вторичными волновыми модами (δ_{w20} , δ_{w2}), а также их отношений. Индексом «ноль» обозначены значения, полученные для безветренной атмосферы.

z, км	Безветренная атмосфера			С критическими уровнями			Отношения	
	δ_{w10}	δ_{w20}	$\delta_{w20}/\delta_{w10}$	δ_{w1}	δ_{w2}	δ_{w2}/δ_{w1}	δ_{w1}/δ_{w10}	δ_{w2}/δ_{w20}
0	0.07	0.02	0.22	0.07	0.02	0.23	0.99	1.00
10	0.11	0.02	0.22	0.11	0.07	0.62	1.02	2.87
20	0.22	0.05	0.22	0.23	0.13	0.58	1.06	2.81
30	0.53	0.12	0.22	0.26	0.36	1.36	0.46	3.08
40	1.22	0.26	0.22	0.59	0.83	1.41	0.50	3.13
50	2.62	0.58	0.22	1.36	1.88	1.38	0.53	3.26
60	4.90	1.10	0.22	0.98	2.57	2.61	0.20	2.34
70	9.57	2.14	0.22	0.61	5.22	8.59	0.05	2.44
80	20.1	4.45	0.22	1.12	12.3	11.0	0.05	2.77
90	43.6	9.69	0.22	2.47	22.8	9.25	0.06	2.35
100	83.4	18.7	0.22	8.63	63.3	7.34	0.10	3.38
110	58.5	12.7	0.22	16.4	135.1	8.23	0.30	10.6
130	5.15	1.15	0.22	36.3	250.8	6.91	64.8	217.7
150	1.43	0.31	0.22	33.4	312.9	9.38	16.5	1007.3
170	0.50	0.12	0.25	39.4	194.6	4.94	73.9	1563.2
190	0.23	0.07	0.29	40.8	199.4	4.89	161.1	3024.5
210	0.09	0.03	0.39	56.3	168.2	2.99	558.5	4868.8
250	0.08	0.03	0.42	82.6	67.3	0.81	1006.0	2098.1

70–90 км значения δ_{w2} в 9–11 раз превосходят соответствующие значения δ_{w1} . В верхней атмосфере значения δ_{w2} преобладают до высот около 200 км.

Таблица показывает рост δ_{w1} (амплитуды ВГВ с $k_h=k_{h1}$) на всех высотах от 70 км до 250 км, так что на высоте 250 км $\delta_{w1} > \delta_{w2}$. Однако эта волна не может быть первичной ВГВ, генерируемой волновым источником (1), поскольку даже в безветренной атмосфере значения δ_{w10} для первичной ВГВ незначительны на высотах более 150 км, а при наличии критических уровней первичная волна практически поглощается ниже высоты 70 км (см. таблицу). Причиной больших значений δ_{w1} может быть обратный переход энергии вторичных волн к ВГВ с $k_h=k_{h1}$, которая, однако, имеет горизонтальную фазовую скорость и вертикальную длину большие, чем первичная волна. Такая ВГВ меньше диссипирует под действием молекулярной вязкости и теплопроводности и может распространяться до больших высот в атмосфере.

В работах [Zhao et al., 2017; Becker, Vadas, 2018] исследованы ВГВ в средней атмосфере по данным лидарных наблюдений вариаций температуры. Было обнаружено, что вертикальные длины и горизонтальные фазовые скорости ВГВ на высотах 30–40 км обычно меньше, чем одновременно наблюдаемые значения в мезосфере и нижней термосфере.

В работе [Becker, Vadas, 2018] использована модель общей циркуляции с высоким разрешением, которая позволяет непосредственно моделировать

ВГВ со сравнительно большими горизонтальными ($\lambda_h > 165$ км) и вертикальными ($\lambda_z > 1.5$ км) длинами волны. Авторами показана возможность генерации вторичных ВГВ с большими λ_z на высотах чуть выше максимума скорости полярного вихря. Сравнение результатов моделирования с лидарными измерениями показало, что λ_z меньше в стратосфере и больше в мезосфере вследствие генерации длинных вторичных волновых мод.

В работе [Vadas et al., 2023] исследовано распространение ВГВ через полярный вихрь в стратосфере и обнаружена генерация идущих вверх и вниз вторичных волновых мод на высотах 50–60 км, где первичные ВГВ диссипируют и создают неоднородные волновые ускорения и притоки тепла, ведущие к генерации длинных вторичных волн второго типа. Распространяющиеся вверх и вниз вторичные волны наблюдались с помощью рэлеевского лидара в обсерватории Аломар в северной Норвегии и моделировались с использованием модели общей циркуляции NIAMCM, которая имеет разрешение, достаточное для выделения длинных ВГВ. Применительно к нашим расчетам с использованием модели высокого разрешения генерация идущих вниз вторичных волн вблизи критических уровней может объяснить повышенные значения δ_{w2} в таблице на высотах 10–20 км, которые превосходят соответствующие значения δ_{w20} для безветренной атмосферы.

Моделирование ВГВ на высотах от земной поверхности до термосферы было выполнено в работе

[Vadas et al., 2024]. Авторы показали, что ВГВ, генерируемые ниже и внутри полярного вихря, диссипируют и создают неоднородные волновые ускорения и притоки тепла в верхней стратосфере и нижней мезосфере, которые возбуждают вторичные волновые моды. Вторичные волны растут с высотой, становятся неустойчивыми, разрушаются и генерируют волны следующего порядка. Эта процедура повторяется и может приводить к появлению мезомасштабных и крупномасштабных волновых мод высокого порядка в термосфере. Эти волны могут иметь вертикальные длины значительно большие, чем первичные ВГВ в нижней атмосфере. Результаты моделирования хорошо согласуются с данными наблюдений с помощью спутников, лидаров и метеорных радаров. Таким образом, струйные течения в средней атмосфере могут вести к генерации волновых мод высоких порядков с большими вертикальными длинами в термосфере путем многоступенчатого взаимодействия нелинейных волн по мере вертикального распространения.

Моделирование, проведенное в данной работе, подтверждает важность вторичных мод ВГВ для динамики средней и верхней атмосферы. Повышенная генерация вторичных волн вблизи критических уровней струйных течений в средней атмосфере может усилить активность ВГВ в термосфере. Выше представлены результаты анализа только спектров вторичных волн в зависимости от горизонтального волнового числа. Можно ожидать, что частотные спектры вторичных волн не менее широки и охватывают значительные диапазоны частот. Поэтому спектр вторичных волн может содержать компоненты с большими горизонтальными фазовыми скоростями, которые соответствуют большим вертикальным длинам волны. Это позволяет объяснить результаты нашего моделирования, а именно, что спектр вторичных волн, генерируемых первичной ВГВ в средней атмосфере, может содержать компоненты, которые характеризуются меньшей диссипацией и могут создавать значительные волновые возмущения в термосфере. Критические уровни вертикального профиля фоновой скорости в средней атмосфере могут усиливать генерацию вторичных волновых мод. Распространяющиеся вверх компоненты этих вторичных мод с большими вертикальными длинами могут создавать в верхней атмосфере возмущения более интенсивные, чем прямое воздействие первичной ВГВ, распространяющейся в безветренной атмосфере.

В данной статье представлены результаты только для одного значения амплитуды, горизонтальной длины волны и фазовой скорости волнового источника на нижней границе атмосферы, а также одного вертикального профиля температуры и одной вертикальной структуры атмосферного струйного течения. Изменения этих параметров могут влиять на условия обмена энергией и импульсом между первичной ВГВ, фоновым течением и вторичными волнами. Требуется дальнейшее исследование для изучения зависимости характеристик вторичных волновых мод, приходящих в термосферу от

приземных волновых источников, от перечисленных выше параметров модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено моделирование атмосферных ВГВ с помощью нелинейной модели с высоким пространственно-временным разрешением. Использован алгоритм, дающий возможность разделить спектр первичных ВГВ, возбуждаемых источником волн на земной поверхности, и спектр вторичных волн, которые генерируются первичными волнами на различных высотах атмосферы. При моделировании учитываются фоновые профили ветра, содержащие критические уровни, на которых горизонтальная скорость ветра становится равной горизонтальной фазовой скорости ВГВ.

Согласно традиционной линейной теории атмосферных волн, вблизи критических уровней вертикальная длина волны приближается к нулю, что должно приводить к сильной диссипации ВГВ, распространяющихся из тропосферы, и значительному уменьшению их амплитуд в верхних слоях атмосферы. Модельные источники волн заданы в виде возмущений вертикальной скорости, распространяющихся вдоль поверхности Земли. Струйное течение в атмосфере аппроксимируется гауссовым профилем среднего зонального ветра с максимумом на высоте 50 км.

Моделирование, проведенное в данной работе, подтверждает важность вторичных мод ВГВ для динамики средней и верхней атмосферы. Критические уровни вертикального профиля фоновой скорости в средней атмосфере могут усиливать генерацию вторичных волновых мод. Неустойчивость волн около критических уровней интенсифицирует переход энергии от фонового течения и первичных ВГВ, распространяющихся от приземных источников, к вторичным волновым модам. Это приводит к росту спектральных пиков на длинах волн меньших, чем горизонтальная длина первичной ВГВ.

Повышенная генерация вторичных волн вблизи критических уровней в средней атмосфере может усилить активность ВГВ в термосфере. Наше моделирование показывает, что спектр вторичных волн, генерируемых первичной ВГВ в средней атмосфере, несмотря на меньшие горизонтальные длины волн, может содержать компоненты с большими вертикальными длинами, которые обладают меньшей диссипативностью и могут создавать значительные волновые возмущения в термосфере. Распространяющиеся вверх компоненты этих вторичных мод с большими вертикальными длинами могут создавать в верхней атмосфере возмущения более интенсивные, чем прямое воздействие первичной ВГВ, распространяющейся в безветренной атмосфере.

Требуется дальнейшее исследование зависимости характеристик вторичных ВГВ, возбуждаемых в областях критических уровней, от параметров первичных ВГВ и изменений фоновых профилей температуры и ветра.

Данное исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 25-17-00166).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бидлингмайер Е.Р., Погорельцев А.И. Численное моделирование трансформации акустико-гравитационных волн в температурные и вязкие волны в атмосфере. *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 1992, т. 28, № 1, с. 64–74.
- Гаврилов Н.М., Кшевецкий С.П. Численное моделирование распространения нелинейных акустико-гравитационных волн в средней и верхней атмосфере. *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2014, т. 50, № 1, с. 76–83. DOI: [10.7868/S0002351513050040](https://doi.org/10.7868/S0002351513050040).
- Гаврилов Н.М., Кшевецкий С.П. Выделение спектра вторичных акустико-гравитационных волн в средней и верхней атмосфере в численной модели высокого разрешения. *Солнечно-земная физика*. 2023, т. 9, № 3, с. 93–99. DOI: [10.12737/szf-93202310](https://doi.org/10.12737/szf-93202310) / Gavrilov N.M., Kshevetski S.P. Identification of spectrum of secondary acoustic-gravity waves in the middle and upper atmosphere in a high-resolution numerical model. *Sol.-Terr. Phys.* 2023, vol. 9, iss. 3, pp. 86–92. DOI: [10.12737/stp-93202310](https://doi.org/10.12737/stp-93202310).
- Кикоин И.К. *Таблицы физических величин*. М.: Атомиздат, 1976, с. 272–279.
- Погорельцев А.И., Перцев Н.Н. Влияние фонового ветра на формирование структуры акустико-гравитационных волн в термосфере. *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 1995, т. 31, № 6, с. 755–760.
- Alexander M.J., Geller M., McLandress C., et al. Recent developments in gravity-wave effects in climate models and the global distribution of gravity-wave momentum flux from observations and models. *Quarterly J. Royal Meteorological Society. Part A*. 2010, vol. 136, pp. 1103–1124. DOI: [10.1002/qj.637](https://doi.org/10.1002/qj.637).
- Becker E., Vadas S.L. Secondary gravity waves in the winter mesosphere: Results from a high-resolution global circulation model. *J. Geophys. Res.: Atmos.* 2018, vol. 23, iss. 5, pp. 2605–2627. DOI: [10.1002/2017JD027460](https://doi.org/10.1002/2017JD027460).
- Bowman M.R., Thomas I., Thomas R.H. The propagation of gravity waves through a critical layer for conditions of moderate wind shear. *Planetary and Space Sci.* 1980, vol. 28, iss. 2, pp. 119–133. DOI: [10.1016/0032-0633\(80\)90088-4](https://doi.org/10.1016/0032-0633(80)90088-4).
- Fritts D.C., Wang L., Werne J. Gravity wave-fine structure interactions: A reservoir of small-scale and large-scale turbulence energy. *Geophys. Res. Lett.* 2009, vol. 36, iss. 19, L19805. DOI: [10.1029/2009GL039501](https://doi.org/10.1029/2009GL039501).
- Fritts D.C., Wan K., Werne J., et al. Modeling the implications of Kelvin-Helmholtz instability dynamics for airglow observations. *J. Geophys. Res.: Atmos.* 2014, vol. 119, pp. 8858–8871. DOI: [10.1002/2014JD021737](https://doi.org/10.1002/2014JD021737).
- Gassmann A., Herzog H.-J. How is local material entropy production represented in a numerical model? *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 2015, vol. 141, pp. 854–869. DOI: [10.1002/qj.2404](https://doi.org/10.1002/qj.2404).
- Gavrilov N.M., Kshevetski S.P., Koval A.V. Verifications of the high-resolution numerical model and polarization relations of atmospheric acoustic-gravity waves. *Geoscientific Model Development*. 2015, vol. 8, pp. 1831–1838. DOI: [10.5194/gmd-8-1831-2015](https://doi.org/10.5194/gmd-8-1831-2015).
- Gavrilov N.M., Kshevetski S.P., Koval A.V. Decay times of atmospheric acoustic-gravity waves after deactivation of wave forcing. *Atmos. Chem. Phys.* 2022, vol. 22, pp. 3713–3724. DOI: [10.5194/acp-22-13713-2022](https://doi.org/10.5194/acp-22-13713-2022).
- Gavrilov N.M., Kshevetski S.P., Koval A.V., Kurdyayeva Yu.A. Tunneling of acoustic-gravity waves through critical levels to the upper atmosphere. *Adv. Space Res.* 2025, vol. 75, iss. 4, pp. 3661–3670. DOI: [10.1016/j.asr.2024.12.005](https://doi.org/10.1016/j.asr.2024.12.005).
- Gossard E.E., Hooke W.H. *Waves in the Atmosphere: Atmospheric Infrasound and Gravity Waves: Their Generation and Propagation*. Elsevier Sci. Publ. Co., 1975, 456 p.
- Liu X., Xu J., Liu H., et al. Nonlinear interactions between gravity waves with different wavelengths and diurnal tide. *J. Geophys. Res.: Atmos.* 2008, vol. 1139, iss. 8, D08112. DOI: [10.1029/2007JD009136](https://doi.org/10.1029/2007JD009136).
- Lomb N. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Astrophys. Space Sci.* 1976, vol. 39, iss. 2, pp. 447–462.
- Miyoshi Y., Fujiwara H., Jin H., et al. A global view of gravity waves in the thermosphere simulated by a general circulation model. *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2014, vol. 119, iss. 7, pp. 5807–5820. DOI: [10.1002/2014JA019848](https://doi.org/10.1002/2014JA019848).
- Picone J.M., Hedin A.E., Drob D.P., et al. NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues. *J. Geophys. Res.* 2002, vol. 107, iss. A12, 1468. DOI: [10.1029/2002JA009430](https://doi.org/10.1029/2002JA009430).
- Scargle J.D. Studies in astronomical time series analysis. II – Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *Astrophys. J.* 1982, vol. 263, pp. 835–853. DOI: [10.1086/160554](https://doi.org/10.1086/160554).
- Townsend A.A. Excitation of internal waves by a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mechanics*. 1965, vol. 22, pp. 241–252. DOI: [10.1017/S002211206500071X](https://doi.org/10.1017/S002211206500071X).
- Townsend A.A. Internal waves produced by a convective layer. *J. Fluid Mechanics*. 1966, vol. 24, pp. 307–319. DOI: [10.1017/S0022112066000661](https://doi.org/10.1017/S0022112066000661).
- Vadas S.L., Liu H.-L. Numerical modeling of the large-scale neutral and plasma responses to the body forces created by the dissipation of gravity waves from 6 h of deep convection in Brazil. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2013, vol. 118, pp. 2593–2617. DOI: [10.1002/jgra.50249](https://doi.org/10.1002/jgra.50249).
- Vadas S.L., Fritts D.C., Alexander M.J. Mechanism for the generation of secondary waves in wave breaking regions. *J. Atmos. Sci.* 2003, vol. 60, iss. 1, pp. 194–214. DOI: [10.1029/2004JD005574](https://doi.org/10.1029/2004JD005574).
- Vadas S.L., Zhao J., Chu X., Becker E. The excitation of secondary gravity waves from local body forces: Theory and observation. *J. Geophys. Res.: Atmos.* 2018, vol. 123, iss. 17, pp. 9296–9325. DOI: [10.1029/2017JD027970](https://doi.org/10.1029/2017JD027970).
- Vadas S.L., Becker E., Bossert K., et al. Secondary gravity waves from the stratospheric polar vortex over ALOMAR Observatory on 12–14 January 2016. *J. Geophys. Res.: Atmos.* 2023, vol. 128, e2022JD036985. DOI: [10.1029/2022JD036985](https://doi.org/10.1029/2022JD036985).
- Vadas S.L., Becker E., Bossert K., et al. The role of the polar vortex jet for secondary and higher-order gravity waves in the northern mesosphere and thermosphere during 11–14 January 2016. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2024, vol. 129, iss. 9, e2024JA032521. DOI: [10.1029/2024JA032521](https://doi.org/10.1029/2024JA032521).
- Yiğit E., Medvedev A.S. Heating and cooling of the thermosphere by internal gravity waves. *Geophys. Res. Lett.* 2009, vol. 36, L14807. DOI: [10.1029/2009GL038507](https://doi.org/10.1029/2009GL038507).
- Yu Y., Hickey M.P., Liu Y. A numerical model characterising internal gravity wave propagation into the upper atmosphere. *Adv. Space Res.* 2009, vol. 44, pp. 836–846. DOI: [10.1016/j.asr.2009.05.014](https://doi.org/10.1016/j.asr.2009.05.014).
- Zhao J., Chu X., Chen C., et al. Lidar observations of stratospheric gravity waves from 2011 to 2015 at McMurdo (77.84° S, 166.69° E), Antarctica: 1. Vertical wavelengths, periods, and frequency and vertical wave number spectra. *J. Geophys. Res. Atmos.* 2017, vol. 122, iss. 10, pp. 5041–5062. DOI: [10.1002/2016JD026368](https://doi.org/10.1002/2016JD026368).

Как цитировать эту статью:

Гаврилов Н.М., Кшевецкий С.П., Коваль А.В., Курдяева Ю.А. Влияние критических уровней на спектры вторичных гравитационных волн в средней и верхней атмосфере. *Солнечно-земная физика*. 2026, т. 12, № 1, с. 115–124. <https://doi.org/10.12737/szf-121202612>.