

Аниканова Т.В., канд. техн. наук, доц.,  
Рахимбаев Ш.М., д-р техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ЦЕМЕНТНОЙ ОБОЛОЧКИ В БЕТОНЕ И ЦЕМЕНТНОЙ ПЕРЕГОРОДКИ В ПЕНОБЕТОНЕ НА УСАДОЧНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ

anik.tv@yandex.ru

Известно, что при твердении цемента может происходить как расширение, так и усадка камня. Обычные рядовые цементы дают усадку, поэтому наибольший интерес представляют именно усадочные деформации и напряжения цементного камня. При исследовании усадки тяжелого бетона особое внимание следует уделять влиянию обжаривания зерен заполнителя цементным кольцом, так как это позволяет регулировать физико-механические свойства, трещиностойкость и долговечность бетона.

В данной работе излагаются результаты расчета радиальных и тангенциальных собственных напряжений, возникающих в цементной оболочке в бетоне и в цементной перегородке в пенобетоне с помощью уравнения Ламе.

**Ключевые слова:** усадочные деформации, тангенциальные напряжения, радиальные напряжения, тяжелый бетон, пенобетон.

**Введение.** В работе [4] показано направление действия радиальной и тангенциальной напряжений в бетоне на его усадочные деформации. В данном случае рассматривается бетон, изготовленный из рядового усадочного цемента (рис. 1).



Рис. 1. Схема деформаций цементного камня при усадке:

$a$  – радиус заполнителя;  $b$  – радиус цементной оболочки;  $\sigma_R$  – радиальные напряжения и деформации;  $\sigma_\tau$  – тангенциальные напряжения и деформации

Схема деформаций цементного камня при радиальной усадке представлена на рис. 2.

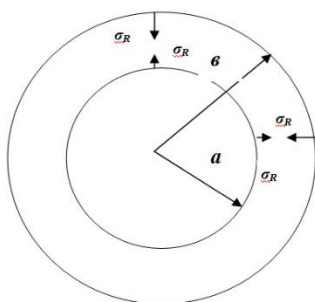


Рис. 2. Схема деформаций цементного камня при радиальной усадке

При тангенциальной усадке кольцо цементного камня сжимается вокруг заполнителя, длина наружной окружности уменьшается, а внутренней остается постоянной из-за ограничения со стороны заполнителя (рис. 3). Это вызывает в цементном кольце возникновение градиента напряжений в радиальном направлении, что приведет к уменьшению растягивающих напряжений в направлении от наружной к внутренней оболочке цемента. Указанные растягивающие напряжения могут вызывать в цементном кольце поперечные трещины [2], поэтому надо стремиться к снижению  $\frac{\sigma_\tau}{\sigma_R}$ .

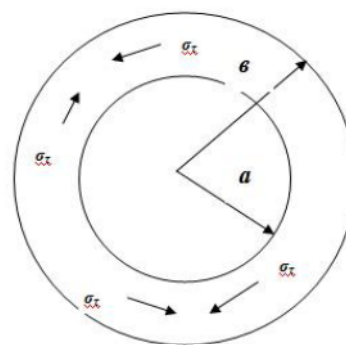


Рис. 3. Схема деформаций цементного камня при тангенциальной усадке

При расширении радиус  $a$  – уменьшается, а радиус  $b$  – увеличивается, что приводит к росту длины цементного кольца вокруг заполнителя.

**Основная часть.** Для расчета тангенциальных и радиальных усадочных деформаций применяются формулы, основанные на задаче Ламе [5]:

$$\sigma_R = \frac{\Delta\varepsilon \left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right)}{\frac{1}{2E_2} \left[ \left(2\frac{a^3}{b^3} + 1\right) - \mu_2 \left(4\frac{a^3}{b^3} - 1\right) \right] + \frac{1}{E_1} \left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right) (1 - 2\mu_2)}, \quad (1)$$

$$\sigma_\tau = \frac{\Delta\varepsilon \left(2\frac{a^3}{b^3} + 1\right)}{\frac{1}{E_2} \left[ \left(2\frac{a^3}{b^3} + 1\right) - \mu_2 \left(4\frac{a^3}{b^3} - 1\right) \right] + \frac{2}{E_1} \left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right) (1 - 2\mu_1)}, \quad (2)$$

где  $\sigma_R$  – радиальные напряжения;  $\sigma_\tau$  – тангенциальные напряжения;  $\Delta\varepsilon$  – величина усадки или расширения, мм;  $E_1$  – модуль упругости заполнителя, МПа;  $E_2$  – модуль упругости цементного камня, МПа;  $\mu_1$  – коэффициент Пуассона заполнителя;  $\mu_2$  – коэффициент Пуассона цементного камня;  $a$  – радиус зерна заполнителя, м;  $b$  – радиус зерна заполнителя с цементной оболочкой, м;

Уравнения (1) и (2) позволяют рассчитать отношения тангенциальных деформаций к ради-

альным. Для преобразования уравнений 1 и 2 примем:

$$\lambda = \left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right); \quad (3)$$

$$\alpha = \left(2\frac{a^3}{b^3} + 1\right); \quad (4)$$

$$\beta = \left(4\frac{a^3}{b^3} - 1\right). \quad (5)$$

Тогда получим уравнения в виде:

$$\sigma_R = \frac{\Delta\varepsilon\lambda}{\frac{1}{2E_2}(\alpha - \mu_2\beta) + \frac{1}{E_1}\lambda(1 - 2\mu_2)}, \quad (6)$$

$$\sigma_\tau = \frac{\Delta\varepsilon\alpha}{\frac{1}{E_2}(\alpha - \mu_2\beta) + \frac{2}{E_1}\lambda(1 - 2\mu_1)}, \quad (7)$$

Разделив обе части на  $\Delta\varepsilon$ , получим:

$$\frac{\sigma_R}{\Delta\varepsilon} = \frac{\lambda}{\frac{1}{2E_2}(\alpha - \mu_2\beta) + \frac{1}{E_1}\lambda(1 - 2\mu_2)}, \quad (8)$$

$$\frac{\sigma_\tau}{\Delta\varepsilon} = \frac{\alpha}{\frac{1}{E_2}(\alpha - \mu_2\beta) + \frac{2}{E_1}\lambda(1 - 2\mu_1)}, \quad (9)$$

Разделив уравнение 6 на уравнение 5:

$$\frac{\sigma_\tau}{\sigma_R} = \frac{\alpha \left( \frac{1}{2E_2}(\alpha - \mu_2\beta) + \frac{1}{E_1}\lambda(1 - 2\mu_1) \right)}{\lambda \left( \frac{1}{E_2}(\alpha - \mu_2\beta) + \frac{2}{E_1}\lambda(1 - 2\mu_1) \right)}. \quad (10)$$

Определим отношение  $\frac{\sigma_\tau}{\sigma_R}$  для цементного

камня вокруг заполнителя. Рассмотрим конкретный пример: модуль упругости заполнителя  $E_1 = 5\,000$  МПа, модуль упругости цементного камня  $E_2 = 1200$  МПа, коэффициент Пуассона заполнителя  $\mu_1 = 0,34$ , коэффициент Пуассона цементного камня  $\mu_2 = 0,16$  [6, 7]. При этом рассмотрим случаи с разными радиусами  $a$  и  $b$ . Примем радиус заполнителя 1 и 2 см для мелкозернистого бетона и 3 и 4 см для тяжелого бетона, а толщину цементной оболочки от 0,1 до 1 см. Результаты расчета представлены на рис. 4 и 5.

Из представленных графиков на рис. 4 и 5 видно, что при радиусе заполнителя от 1 до 4 см с увеличением толщины цементной оболочки до 0,6 см и более размер заполнителя перестает существенно влиять на отношение  $\frac{\sigma_\tau}{\sigma_R}$ , как у мелкозернистого, так и у тяжелого бетона.

При толщине цементной оболочки 0,1 см с увеличением радиуса заполнителя от 1 до 4 см отношение  $\frac{\sigma_\tau}{\sigma_R}$  увеличивается с 5,13 до 20,11.

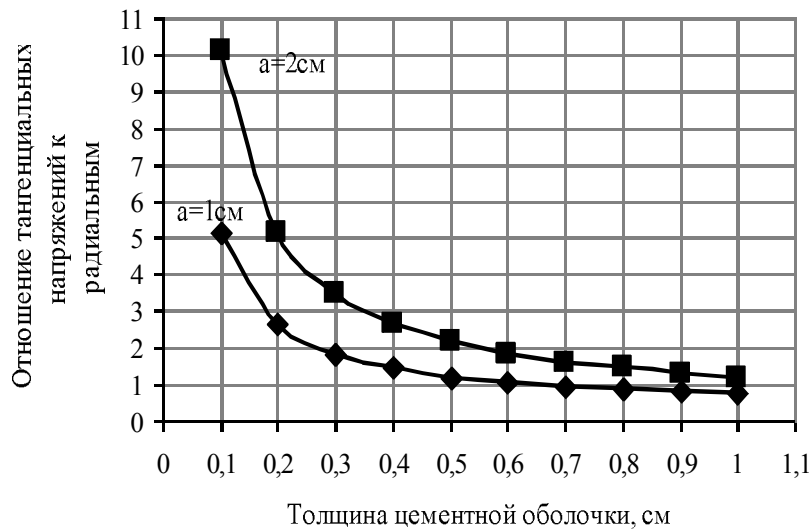


Рис. 4. Зависимость  $\frac{\sigma_t}{\sigma_R}$  от толщины цементной оболочки в мелкозернистом бетоне

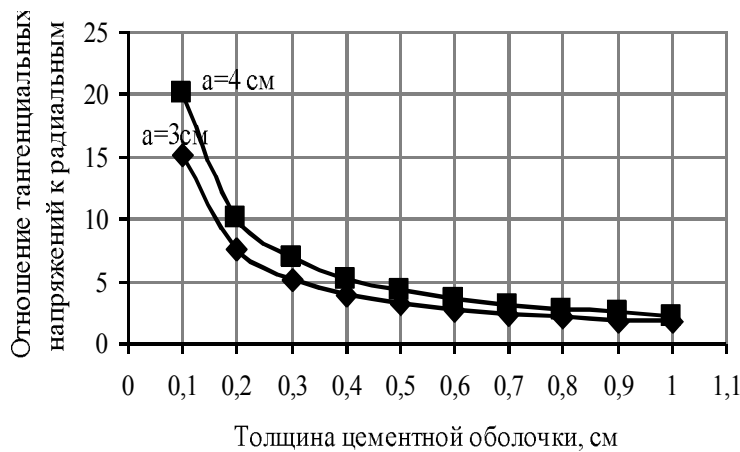


Рис. 5. Зависимость  $\frac{\sigma_t}{\sigma_R}$  от толщины цементной оболочки в тяжелом бетоне

При толщине цементной оболочки 1,0 см для заполнителей радиусом 1 и 2 см отношение  $\frac{\sigma_t}{\sigma_R}$  составляет 0,79 и 1,21 соответственно, а для радиусов 3 и 4 см – 1,68 и 2,16. Это говорит об уменьшении тангенциальных и росте радиальных напряжений, когда отношение толщины цементной оболочки к радиусу заполнителя составляет 1:2 и более. Чем больше радиус заполнителя, тем сильнее влияет толщина цементной оболочки на отношение  $\frac{\sigma_t}{\sigma_R}$ . По характеру изменения зависимости  $\frac{\sigma_t}{\sigma_R}$  от толщины цемент-

ной оболочки в мелкозернистом и тяжелом бетонах графики похожи на зависимость предела

прочности от водоцементного отношения (В/Ц) и пористости (рис. 6).

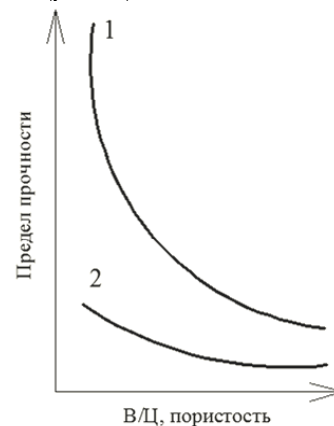


Рис. 6. Влияние водоцементного отношения (В/Ц) и пористости на предел прочности: 1 – предел прочности при сжатии; 2 – предел прочности при изгибе

Как видно из рис. 6, рост водоцементного отношения и других показателей, способствующих увеличению пористости цементного камня, ведет к уменьшению прочности. При этом предел прочности при сжатии падает сильнее, чем при изгибе и растяжении, что ведет к их сближению при высокой пористости, поэтому, чем ниже средняя плотность материалов, тем меньше соотношение пределов прочности при сжатии и изгибе. При высоком водоцементном отношении предел прочности при сжатии стремится к пределу прочности при изгибе.

Сопоставляя полученные результаты расчета, представленные на рис. 4–6, можно предположить, что в тяжелом и мелкозернистом бетоне с толщиной цементной оболочки до 0,5–0,6 см при чрезмерно высоких собственных усадочных тангенциальных напряжениях будут наблюдаться поперечные трещины. С увеличением в бетоне толщины цементной оболочки вокруг заполнителя до 0,6 см и более будет наблюдаться рост роли радиальных напряжений и возникновение ослабленной зоны, расположенной вдоль продольной оси цементной оболочки. Это обусловлено тем, что тангенциальные напряжения на внешней поверхности цементной оболочки больше, чем на внутренней. Чем больше толщина цементной оболочки, тем больше эта разница. В связи с этим поперечные трещины при достаточной толщине цементной оболочки являются не прямолинейными, а S-образными (рис. 7), о чем свидетельствуют экспериментальные данные [2].

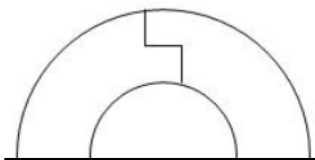


Рис. 7. Вид S-образной поперечной трещины в цементной оболочке

При уменьшении расхода цемента и толщины цементной оболочки предел прочности при сжатии будет снижаться сильнее, чем предел прочности при растяжении и изгибе. Образование поперечных трещин при малой толщине цементной оболочки оказывает большее влияние на предел прочности при сжатии, чем на предел прочности при изгибе, отношение  $\frac{R_{сж}}{R_{изг}}$  сильно уменьшается.

Представляет практический интерес подобный расчет применительно к ячеистым бетонам, а именно к пенобетонам, так как в этом случае система является саморегулирующейся. Применительно к поробетонам обозначения, приведенные на рис. 1 и в формулах 1 и 2 изменятся

следующим образом:  $a$  – радиус поры,  $(b - a)$  – толщина межпоровой перегородки;  $E_1$  – модуль упругости воздуха (в общем случае – газа),  $E_2$  – модуль упругости материала межпоровой перегородки (в пенобетоне – это цементный камень), МПа;  $\mu_1$  и  $\mu_2$  – коэффициенты Пуассона воздуха и цементного камня соответственно.

Рассмотрим конкретный пример: объемный модуль упругости воздуха  $E_1 = 0,1$  МПа, модуль упругости цементного камня  $E_2 = 1200$  МПа, коэффициент Пуассона воздуха  $\mu_1 = 0,001$  [8], коэффициент Пуассона цементного камня  $\mu_2 = 0,16$ . Рассмотрим случаи с разными радиусами  $a$  и  $b$ . Примем радиус поры 0,1, 0,2, 0,3 и 0,4 см, а толщину цементной перегородки 0,1; 0,15; 0,2; 0,25 и 0,3 см. Результаты расчета представлены на рис. 8.

На рис. 8 видно, что с увеличением толщины цементной перегородки от 1 до 3 мм радиус поры оказывает все меньшее влияние на отношение тангенциальных напряжений к радиальным. При неизменной толщине цементной перегородки 0,1 см с увеличением радиуса поры от

0,1 до 0,3 см отношение  $\frac{\sigma_{\tau}}{\sigma_R}$  увеличивается. Чем

больше радиус  $a$ , то есть поры, тем сильнее падает отношение  $\frac{\sigma_{\tau}}{\sigma_R}$  с увеличением толщины

межпоровой перегородки, то есть с ростом средней плотности. Когда толщина межпоровой перегородки, а тем самым средняя плотность поробетона минимальная, а радиус поры максимальный, в ней возникают самые большие тангенциальные напряжения.

Если в рядовом бетоне росту тангенциальных деформаций мешает заполнитель (деформации не происходит, идет обжатие заполнителя, улучшение его сцепления с цементной матрицей бетона) [9], то в пенобетоне нет заполнителя, поэтому ничего не мешает напряжениям, возникающим в межпоровых перегородках, вызывать их деформацию. В пенобетоне при уменьшении  $a$  и  $b$ , обусловленного усадочными деформациями, будет происходить уплотнение межпоровой перегородки и, как следствие, повышение прочности последних.

Из рис. 8 следует, что при радиусе поры 0,25–0,27 см наблюдается равновесие между тангенциальными и радиальными напряжениями в межпоровой перегородке. Когда радиус пор превышает 0,3 см, тангенциальные напряжения и деформации начинают преобладать над радиальными, что способствует образованию поперечных трещин в межпоровых перегородках. При радиусе поры 0,2–0,1 см и менее наблюдается обратное явление, то есть радиальные

напряжения и деформации начинают превалировать. Увеличение радиуса поры при неизменной толщине медпоровой перегородке особенно отрицательно будет влиять на предел прочности пенобетона при сжатии, а мелкопористые пено-

бетоны будут отличаться повышенной прочностью при сжатии и изгибе. В мелкозернистых и тяжелых бетонах усадка усиливает сцепление цементного камня с заполнителем и вызывает растягивающие тангенциальные напряжения.

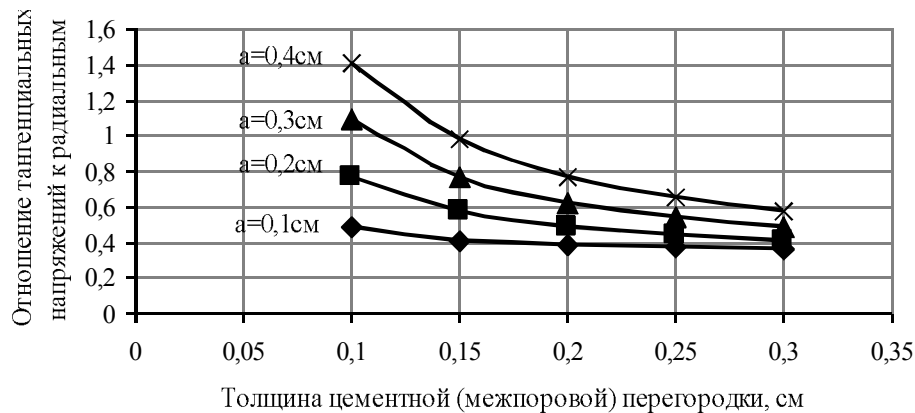


Рис. 8. Зависимость  $\frac{\sigma_T}{\sigma_R}$  от толщины цементной перегородки в пеноцементе

**Выводы.** Исходя из изложенного материала, можно сделать следующие выводы:

- толщина цементной оболочки тяжелых бетонов очень сильно влияет на отношение  $\frac{\sigma_T}{\sigma_R}$ ,

тогда как в пенобетоне геометрические характеристики перегородки из вяжущего слабо влияют на эту величину;

- в пенобетонах при усадке идет уплотнение межпоровых перегородок, поэтому в них нужно вводить ограниченное количество наполнителей, уменьшающих усадку камня межпоровых перегородок. Экспериментальные данные [10] показали, что добавка 10–15 % мела в пеноцементы улучшает многие показатели;

- чем ниже марка пеноцемента по средней плотности, тем меньше должен быть радиус его пор.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Подвальный А.М. Определение величины собственных деформаций в бетонном конгломерате на различных структурных уровнях // Заводская лаборатория. 1973. №10. С. 1204–1206.
2. Рахимбаев Ш.М. Регулирование прочности межфазных контактных связей в искусственных строительных конгломератах // Сб. трудов науч.-практич. конф. Проблемы материаловедения и совершенствование технологии

производства строительных изделий. Белгород, БТИСМ, 1990. С. 51–60.

3. Гордон С.С. Структура и свойства тяжелых бетонов на различных заполнителях. М.: Стройиздат, 1969. 151 с.

4. Тольпина Н.М. Физико-химические основы повышения коррозионной стойкости цементных систем путем оптимизации вещественного состава. Дис. ... д-ра техн. наук: 05.17.11 / Тольпина Наталья Максимовна; Белгород, БГТУ им. В.Г. Шухова. 2016. 393с.

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том VII. Теория упругости. М.: Наука. 1989.

6. Чехов А.П., Сергеев А.М., Дибров Г.Д. Справочник по бетонам и растворам. 2-е изд., переаб. и доп. Киев: Будівельник, 1979. 256 с.

7. Строительный портал «Доктор Лом» [Электронный ресурс]. Режим доступа: [www.doctorlom.com/item171.html#e\\_osnovnyue](http://www.doctorlom.com/item171.html#e_osnovnyue)

8. Путилов К.А. Курс физики. Том I. Механика, акустика, молекулярная физика, термодинамика. М.: Изд-во физико-математической литературы, 1963. 560с.

9. Рахимбаев Ш.М., Кафтаева М.В. О влиянии формы цементного кольца на его собственные деформации и напряжения // Строительные материалы. 2009. №9. С. 91–92.

10. Аниканова Т.В., Рахимбаев Ш.М. Пенобетоны для интенсивных технологий строительства: монография. Белгород: Изд-во БГТУ, 2015. 128 с.

---

**Anikanova T.V., Rakhimbaev Sch.M.****THE INFLUENCE OF THE THICKNESS OF THE CEMENT SHEATH IN THE CONCRETE AND CEMENT PARTITIONS IN THE FOAM CONCRETE TO SHRINKAGE DEFORMATION**

*It is known that during solidification could occur as the expansion and shrinkage of the stone. Ordinary cements shrink, so we are particularly interested in shrinkage deformation and stress of cement stone. In the study of the shrinkage of heavy concrete, special attention should be paid to the impact compression of the grains of the filler with cement ring, as it allows you to adjust the physico-mechanical properties, crack resistance and durability of concrete.*

*This work presents the results of calculation of the radial and tangential self-stresses arising in the cement sheath in the concrete and in cement wall in cellular concrete with the help of the Lamé equation.*

**Key words:** *shrinkage deformation, tangential stress, radial stress, heavy concrete, foam concrete.*

---

**Аниканова Татьяна Викторовна**, кандидат технических наук, доцент.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.

E-mail: anik.tv@yandex.ru

**Рахимбаев Шарк Матрасулович**, доктор технических наук, профессор.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.