

УДК 621.891
DOI: 10.12737/18269

В.П. Тихомиров, М.А. Измеров

ГЕРМЕТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛ-МЕТАЛЛИЧЕСКИХ УПЛОТНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Разработана двухуровневая модель протекания уплотняемой среды через стык сопряжённых металлических поверхностей с учётом волнистости и шероховатости. Представлены разработанные авторами компьютерные программы, позволяющие смоделировать работу уплотнительного устройства,

определить основные параметры его работы и оценить герметичность при заданных условиях.

Ключевые слова: герметичность, протекание, утечка, пористая среда, фрактальный объект, уплотнение.

V.P. Tikhomirov, M.A. Izmerov

IMPERMEABILITY OF METAL-METAL SEALING ARRANGEMENTS

A contact of machinery real engineering surfaces has a complex geometry and is defined by errors at machining, in particular, by macro-deviations, corrugation and roughness. This paper report the consideration carried out on a fluid consumption through an end axisymmetric sealing arrangement formed by a joint of metal surfaces. Sealed environment consumption is defined through a sum of leaks through a slit between surfaces conditioned on corrugation and dripping through a porous layer farmed by surface roughness on contact contour spots. The surface corrugation is modeled by splines according to initial parameters of a corrugation, and as a roughness a surface fractal model is used repeating a real roughness most accurate. On al-

gorithms presented taking into account basic parameters of corrugation and roughness the 3D models of engineering surfaces are created and after their bringing in contact arises a possibility to obtain practically all parameters of contacting defining the impermeability of a sealing arrangement. The application of 3D models allows rendering processes passing in a contact of conjugate surfaces and obtaining some data, for instance, a tortuosity of leaking channels which earlier were chosen according to recommendations which no doubt increases computation accuracy.

Key words: impermeability, passing, leakage, porous environment, fractal object, compacting.

Введение

В современном машиностроении очень широко используются жидкие и газообразные среды. Трудно представить механизм или машину, где нет технических жидкостей. Их используют для снижения сил трения, передачи и преобразования энергии, защиты элементов механизмов от влияния окружающей среды и изнашивания и т.д. И во многих случаях герметичность соединений определяет работоспособное состояние механизма и экологическую безопасность. Поэтому инженеры очень часто сталкиваются с проблемой герметизации трубопроводов и уплотнительных элементов при перекачке различных жидкостей, в том числе опасных, а также находящихся под высоким давлением и температурой. При таких условиях применение уплотняющих прокладок из более мягких материалов не все-

гда оправдано, так как большие давления способны повредить прокладку, а перепад температур вызывает разгерметизацию уплотнительного устройства из-за разности коэффициентов температурного расширения основного материала уплотнительного устройства и прокладки. Покрытие рабочих поверхностей уплотнительных устройств, например, золотом, позволяет в ряде случаев обеспечить герметичность устройства, но приводит к значительному удорожанию конечного продукта из-за применения дорогих материалов. Поэтому создание методики проектирования металл-металлических уплотнительных устройств для экстремальных условий работы является актуальной задачей и будет способствовать значительной экономии затрат на проектирование и изготовление уплотнительных устройств, а также позво-

лит обеспечить экологическую безопасность окружающей среды и безопасность персонала, обслуживающего проектируемый механизм.

Существующие модели протекания через стык инженерных поверхностей [1] имеют недостатки, с чем связано расхождение теоретических результатов с экспериментальными данными. В случае применения линейной фильтрационной модели

Методика проектирования

Рассмотрим контакт двух инженерных поверхностей, являющихся элементами уплотнительного устройства. Для небольших размеров уплотнительного устройства (диаметр до 100 мм) макроотклонениями можно пренебречь ввиду их малости. При проектировании следует учитывать волнистость и шероховатость.

Утечка уплотняемой среды будет обусловлена суммой утечек через щель, образованную волнистостью поверхности, и фильтрацией среды через пористый слой, образованный непосредственным контактом поверхностей на контурных пятнах контакта.

Использование компьютерного моделирования контакта волнистых шероховатых

Протекание через щель между волнистыми поверхностями

Рассмотрим образование контурных площадок контакта волнистых поверхностей и модель протекания между ними. На рис. 1 представлена модель волнистой поверхности осесимметричного уплотнительного устройства.

Примем следующие допущения: высотные параметры шероховатости малы по сравнению с размером щели (щель с гидравлически гладкими стенками), утечка происходит в радиальном направлении между волнами.

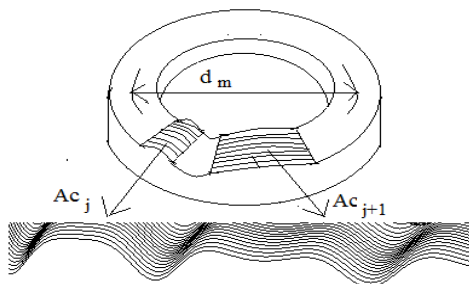


Рис. 1. Контурные площадки

ли Дарси проницаемость зависит от пористости, извилистости каналов и других факторов, точность определения которых влияет на оценку расхода уплотняемой среды. В связи с этим конструктор при проектировании конкретного герметизирующего устройства часто не обладает достоверными данными, необходимыми для обеспечения его работоспособного состояния на начальном этапе проектирования.

ватых поверхностей и протекания позволяет получить недостающие данные при проектировании уплотнительного устройства. В этом случае имеющихся исходных данных о сопряженных поверхностях достаточно для создания полноразмерной модели. На начальном этапе исходными данными будут размеры и геометрия уплотнительного устройства, материалы и их физико-механические характеристики, волнистость, шероховатость. Для повышения точности расчёта модель можно дополнить и другими данными, например учесть влияние на контакт температуры, рассчитать деформацию микронеровностей поверхностей и т.д.

Для осесимметричного кольцевого соединения число волн определяется выражением

$$n_w = 2\pi r_m / W_{Sm},$$

где r_m – средний радиус ($r_m = (r_1 + r_2)/2$); W_{Sm} – длина волны (обозначение соответствует стандартам ISO 4287: '97 и ISO 3274: '96).

В качестве модели волнистой поверхности примем набор радиально расположенных волн, имеющих в верхней части цилиндрическую форму. При этом учитывается случайный разброс амплитуд волн. При оценке уровня герметичности длина волны W_{Sm} и ее радиус r_w приняты постоянными. Полагаем, что все вершины волн находятся в упругом контакте с сопряженной поверхностью. Уровень деформации связан с амплитудой волн. Начальный зазор ненагруженного соединения принимается равным H_0 – расстоянию между средними линиями профиля волнистости.

$$H_0 = W_{p1} + W_{p2},$$

где W_p – высота сглаживания волнистого профиля; индексы 1 и 2 относятся к двум сопряженным поверхностям.

После приложения сжимающей силы зазор в контакте уменьшится на величину сближения поверхностей δ :

$$h = H_0 - \delta.$$

Расчет утечек выполним на основе уравнения Рейнольдса для щели с гладкими стенками для неподвижного соединения. Граничные условия: $p = p_1$ при $r = r_1$; $p = p_0$ при $r = r_2$. Решая уравнение Рейнольдса с учетом граничных условий, найдем в рамках щелевой модели [2] величину утечки Q для кольцевого зазора с гладкими стенками высотой h :

$$Q = \frac{4\pi h^3 \Delta p}{3\eta \ln(r_2/r_1)}.$$

Здесь $\Delta p = p_1 - p_0$ – разность давлений уплотняемой жидкости и атмосферы; η – динамическая вязкость.

Рассмотрим следующий алгоритм решения задачи обеспечения герметичности торцевого уплотнения. Поверхность торцевого уплотнения представим в виде цилиндрических волн. Тогда при прочих

равных условиях (перепад давления, динамическая вязкость уплотняемой среды, внутренний и наружный радиусы торцевой поверхности, параметры волнистости) можно найти требуемое сближение поверхностей:

$$\delta = \sum_{i=1}^n W_{pi} - \left[\frac{3Q\eta \ln(r_2/r_1)}{4\pi \Delta p} \right]^{1/3}.$$

Сила прижима, обеспечивающая требуемое сближение, определяется исходя из принятой модели контактного взаимодействия волнистых поверхностей.

Полагаем, что утечка уплотняемой среды происходит между контурными площадками, число которых равно n_w . Для оценки упругой деформации волн, обеспечивающей заданную степень герметичности, представим торцевую поверхность в виде набора цилиндров одинакового радиуса r_w , расположенных на разных уровнях по высоте (рис. 2).

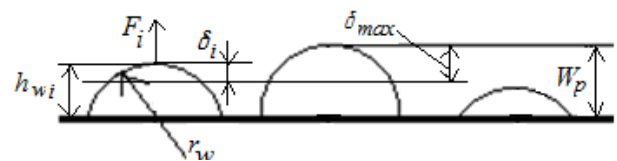


Рис. 2. Модель волнистой поверхности

Процедура проведения статистических испытаний

1. Зададим нагрузку F , приходящуюся на n_w волн, и радиус закругления верхней части r_w . Приняв логарифмически нормальный закон распределения вершин волн, смоделируем волну, состоящую из n_w случайных величин (СВ). Определим начальное сближение δ_{max} волн [3], считая, что имеем только одну волну, по формуле

$$\delta = \frac{F}{L} (\lambda_1 + \lambda_2) \left\{ \ln \left[\frac{L^3}{4(\lambda_1 + \lambda_2) F \cdot r_w} \right] + 2,38629 \right\}.$$

Здесь L – длина линии контакта ($L = r_2 - r_1$); $\lambda_i = (1 - \mu_i^2) / (\pi E_i)$, где μ – коэффициент Пуассона, E – модуль упругости; r_w – радиус волны; F – нагрузка, приходящаяся на волну, которая сформирована до сближения δ . При предварительно рассчитанной величине сближения δ_{max} деформация i -й волны, согласно рис. 3, оказывается равной

$$\delta_i = h_{wi} - (W_p - \delta_{max}).$$

2. Полагая, что вершины волн имеют

логарифмически нормальное распределение [4], найдем реакцию i -й волны F_i , соответствующую деформации δ_i . Сравним сумму реакций, приходящихся на n_w волн, ΣF_i с внешней нагрузкой F . Если $\Sigma F_i > F$, то следует уменьшить сближение: $\delta_{max} = \delta_{max} - \Delta$, где $\Delta = \delta_{max} / 2$. Если $\Sigma F_i < F$, то следует увеличить сближение: $\delta_{max} = \delta_{max} + \Delta$. Если происходит смена неравенства с большего на меньшее или наоборот, то методом половинного деления уменьшаем Δ до $\Delta/2$. Расчет следует закончить, если выполняется условие

$$\frac{F - \sum_{i=1}^{n_w} F_i}{F} \leq [\varepsilon].$$

Здесь $[\varepsilon]$ – заданная точность (0,01).

3. Выполним N прогонов моделирования волн (предварительно примем $N=20$) и определим в каждом случае сближение $\delta_i, i=1, \dots, N$.

4. По результатам N прогонов вычисляем среднее арифметическое отклонение

$\bar{\delta}(N)$ и половину доверительного интервала $d(N, \alpha)$ по формулам

$$\bar{\delta}(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i; \quad d(N, \alpha) = t_{N-1, 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{S^2(N)}{N}}$$

Здесь дисперсия отклика (сближения) равна

$$S^2(N) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\delta_i - \bar{\delta}(N)]^2$$

Табличные значения параметра t (критерия Стьюдента) приведены в справочных пособиях по математической статистике. Так, при $N=20$ и $\alpha=0,10$ имеем $t_{19,0,95} = 2,09$.

5. Если отношение $(d(N, \alpha)) / (\bar{\delta}(N)) < \gamma$,

то используем $\bar{\delta}(N)$ как точечную оценку и завершаем процедуру прогона для данной нагрузки. В итоге получаем соотношение $F_1 \sim \bar{\delta}(N)$. Погрешность оценим по формуле $\gamma' = \gamma / (1 + \gamma)$, где γ – относительная погрешность ($0 < \gamma < 1$), доверительный интервал – $100(1 - \alpha)\%$. В противном случае число прогонов следует увеличить.

6. Изменив нагрузку на волны, найдем в соответствии с предложенной процедурой соотношения $F_2 \sim \bar{\delta}(N)$, $F_3 \sim \bar{\delta}(N)$, ..., $F_n \sim \bar{\delta}(N)$.

По предложенной методике в среде C++ Builder была разработана программа, позволяющая смоделировать контакт вол-

нистых поверхностей и рассчитать величину сближения и контурную площадь контакта волны с гладкой поверхностью при заданной величине нагрузки или определить величину нагрузки при заданном сближении (рис. 3).

Программа позволяет оценить необходимое количество статистических испытаний или машинных экспериментов, достаточное для того, чтобы считать результаты достоверными со статистической точки зрения. Также программа позволяет определить зависимость нагрузки на волнистую поверхность от сближения и наоборот, оценить влияние числа волн и их радиусов на величину сближения и нагрузки на поверхность.

Моделирование выступов с разной высотой расположения проводилось по логарифмически нормальному закону распределения. Пусть X^R – случайная величина, распределенная равномерно на отрезке $[0,1]$. Тогда можно найти зависимость случайной величины (максимальной высоты волны), распределенной по логарифмически нормальному закону, от X^R . Согласно [4], после сглаживания данных уравнение регрессии имеет вид

$$X^{LN} = 1,60 \cdot 10^{-3} \exp(9,78X^R) + 7,06$$

Здесь $X^{LN} = W_{max}$ имеет размерность, выражаемую в мкм.

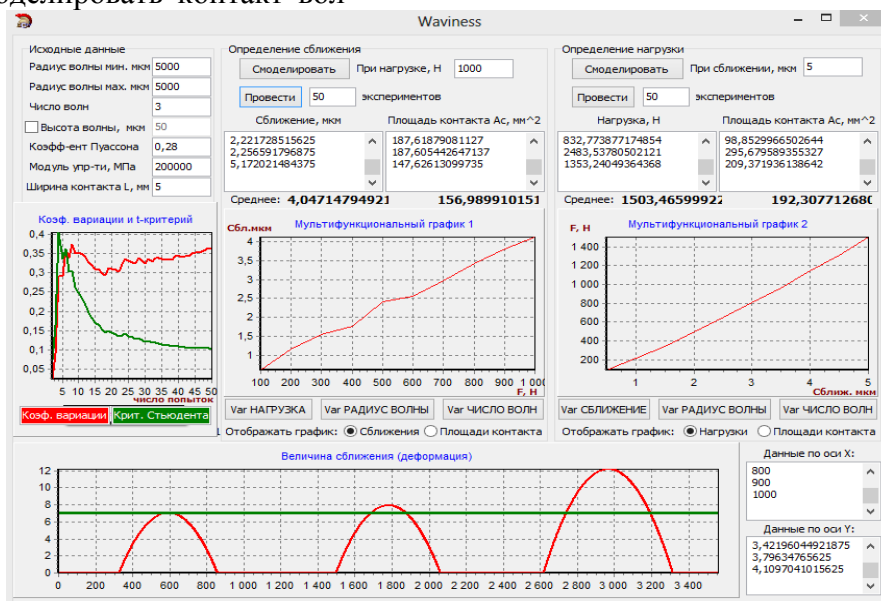


Рис. 3. Результаты моделирования волнистых поверхностей и оценка параметров контактного взаимодействия

С помощью полученного уравнения регрессии можно найти набор вершин волн ($h_{wi} \sim W_{max}/2$) и провести имитационное моделирование в соответствии с ранее предложенной процедурой.

Расчёты по предложенному алгоритму представлены в виде графиков на рис. 4 и 5. Исходные данные: $W_p = 10$ мкм, $\Delta p = 0,9$ МПа, $r_2 - r_1 = 5$ мм, динамическая вязкость $\eta = 0,01$ Па·с (вода). Для оценки влияния макрогеометрии на герметичность уплотнения каждый график построен в трех вариантах при разных числах волн.

Применительно к моделированию волнистых поверхностей алгоритм несколько модифицируется. Профиль волны строится с помощью сплайнов, построен-

ных таким образом, что начало последующего участка сплайна является конечной точкой сплайна предыдущего. Сплайн строится по косинусоидальному закону на длине, которая выбирается случайным образом по заданным условиям. Исходными данными для построения волнистой поверхности являются:

- общая длина участка;
- вид волнистости – в ортогональной системе координат или в полярной;
- число волн в соответствующих направлениях по осям или шаг волны;
- амплитуда волны в соответствующих направлениях.

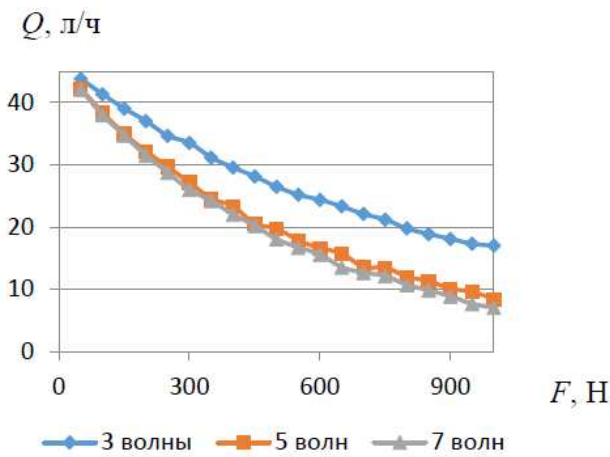


Рис. 4. Зависимость утечки Q от нагрузки F

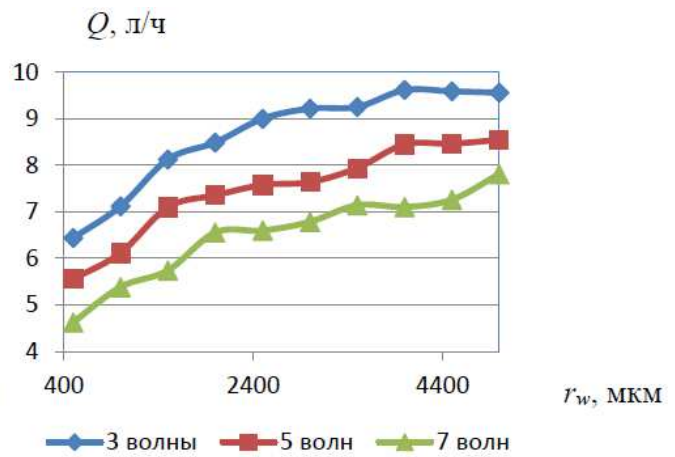


Рис. 5. Зависимость утечки Q от радиуса кривизны волн r_w

Возрастающие и убывающие участки сплайнов соединяются таким образом, чтобы обеспечить заданные условия по числу волн и их высоте. К тому же, если рассматривать моделирование волны в осесимметричном уплотнении в полярных координатах, нужно учесть, что начало са-

мого первого участка должно быть концом последнего, чтобы поверхность замкнулась в кольцо. Пример такого построения из 4 сплайнов с моделированием двух волн и пример волнистой поверхности представлены на рис. 6.

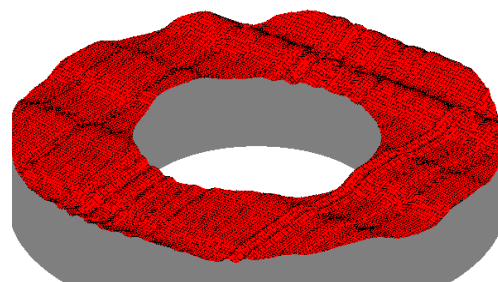
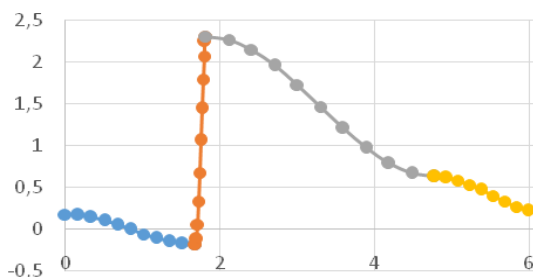


Рис. 6. Построение профиля волны сплайнами и пример поверхности

Моделируя волны одновременно в двух направлениях (по осям X и Y в ортогональной системе координат или по окружности и радиусу в полярной), можно получить волнистые поверхности с практически любыми геометрическими характеристиками.

Фильтрация уплотняемой среды через пористый слой

Пористый слой образуется на контурных пятнах контакта, обусловленных волнистостью поверхности. После проведения моделирования контакта волнистых поверхностей на первом этапе, описанном выше, представляется возможность абсолютно точно определить размеры контурных площадок контакта. Зная эти размеры, мы можем смоделировать шероховатость сопряжённых поверхностей и их контакт с учётом деформации микронеровностей.

В качестве модели шероховатой поверхности мы используем фрактальную модель [5], позволяющую более точно описать всю сложность структуры поверхности металла после её технологической обработки. Тогда контакт фрактальных поверхностей уплотнительного устройства, являющийся дискретным и состоящим из множества замкнутых и соединённых в цепочки пор, можно представить в виде фрактальной пористой среды. Длина цепочки соединённых между собой пор в плоскости разъёма, по которой проходит утечка, может быть определена (по Мандельброту [6]) по следующей зависимости:

$$L = \lambda \delta^{1-D_T}, \tag{1}$$

где L – длина кривой; λ – параметр, определяемый экспериментально; δ – масштаб измерения (раствор циркуля при измерении длины кривой); D_T – фрактальная размерность кривой (цепочки пор).

Фрактальный объект (кривая) обладает свойством самоподобия: любой участок кривой имеет ту же фрактальную размерность, что и вся кривая. С математической точки зрения свойство самоподобия определяется формулой

$$k L = \lambda (k \delta)^{1-D_T}.$$

Здесь k – масштаб увеличения.

Для измерения длины фрактальной кривой в k раз длиннее участка, на котором проводились измерения (стандартный раз-

мер участка – 0,8 x 0,8 мм), необходимо измерять (в частности, методом *yard stick*) длину раствором циркуля в k раз больше предыдущего. Процедура определения длины фрактальной кривой представлена на рис. 7 (участок AB).

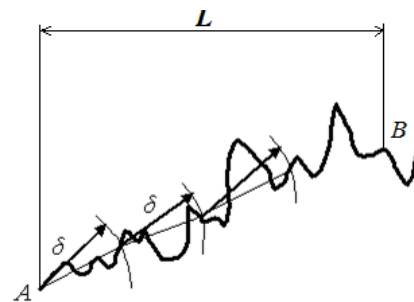


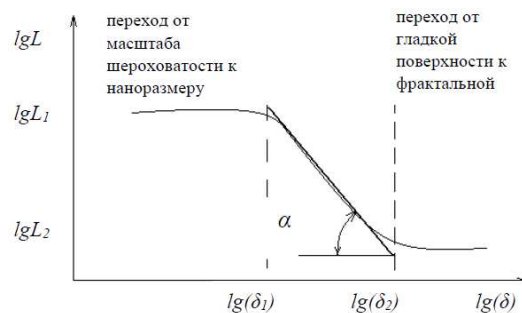
Рис. 7. Определение фрактальной размерности

Длина определяется выражением $L=N(\delta) \delta$. С уменьшением размера δ длина нелинейно возрастает. Прологарифмировав уравнение (1), запишем

$$\ln L = \ln \lambda + (1 - D_T) \ln \delta.$$

Зависимость $\ln L = f(\ln \delta)$ может быть представлена в виде графика (рис. 8).

График имеет три характерных



участка, разграниченных кроссоверами. В правом участке раствор циркуля δ боль-

Рис. 8. Определение фрактальной размерности

шой и не позволяет точно измерить длину кривой, а в левом – меньше масштаба карты.

Наклон прямой под углом α на участке $\delta_1 \dots \delta_2$ позволяет найти фрактальную размерность:

$$D_T = 1 - \operatorname{tg} \alpha = 1 - \frac{\lg L_1 - \lg L_2}{-(\lg \delta_1 - \lg \delta_2)}, \quad 1 < D_T < 2.$$

Прологарифмировав уравнение (1) и взяв логарифмическое выражение, запишем при $L = L_1$ и $\delta = \delta_1$ и преобразовав полу-

$$\begin{aligned} \ln L_1 &= \ln \lambda + (1 - D_T) \ln \delta_1, \\ \ln \lambda &= \ln L_1 - (1 - D_T) \ln \delta_1, \end{aligned}$$

откуда

$$\lambda = \frac{L_1}{\delta_1^{1-D_T}}.$$

Растворы циркуля от δ_2 до δ_1 определяют соответствующие длины волн $\delta = 1/\omega$, где ω – частота. На рис. 9 представлена спектральная плотность типичного профиля шероховатой поверхности.

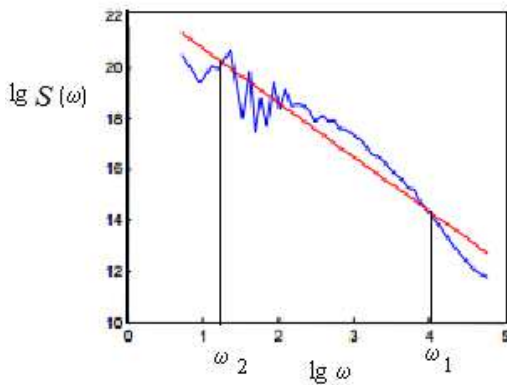


Рис. 9. Спектральная плотность

Спектральная плотность профиля фрактальной поверхности определяется зависимостью

$$S(\omega) = c\omega^{-\beta}.$$

Здесь β – угловой коэффициент (наклон) прямой зависимости $\lg S(\omega)$ от $\lg \omega$; c – коэффициент пропорциональности.

Фрактальная размерность оценивается выражением

$$D = \frac{5 - \beta}{2}.$$

Тогда длина кривой (магистрального канала протекания) будет равна

$$L_T = \lambda \left(\frac{A_c^{1/2}}{L_0} \delta \right)^{1-D_T}.$$

Здесь A_c – контурная площадь исследуемого участка.

Представим магистральный канал утечки так, как показано на рис. 10, предполагая, что боковые стенки, выделенные жирными линиями, изолированы.

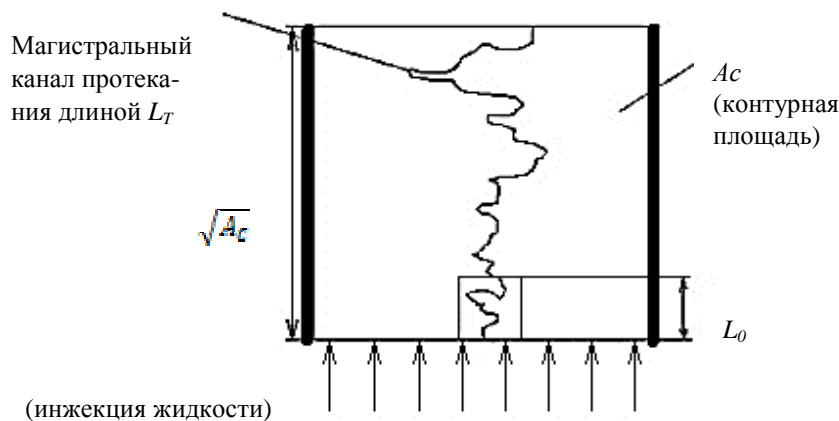


Рис. 10. Протекание через пористую среду

Тогда коэффициент извилистости определяется как

$$K_{изв} = \frac{L_T}{\sqrt{A_c}} = \lambda \left(\frac{\delta^{1-D_T}}{L} \right)^{1-D_T}$$

С другой стороны, для площадки $L_0 \times L_0$ и диаметра канала ($2r$) имеем [7; 8]

$$K_{изв}^0 = \frac{L_T}{L_0} = L_0^{D_T-1} (2r)^{1-D_T}$$

При $D_T = 1$ $K_{изв} = 1$. Учитывая самоподобие ($K_{изв} = K_{изв}^0$), запишем

$$L_0^{D_T-1} (2r)^{1-D_T} = \lambda \frac{\delta^{1-D_T}}{A_c^{D_T/2} L_0^{1-D_T}}$$

$$(2r)^{1-D_T} = \lambda \frac{\delta^{1-D_T}}{A_c^{D_T/2} L_0^{1-D_T} L_0^{D_T-1}} = \lambda \frac{\delta^{1-D_T}}{A_c^{D_T/2}}$$

откуда средний диаметр канала

$$d_K = 2r = \frac{\lambda^{1/D_T} \delta}{A_c^{D_T/(2[1-D_T])}}$$

Таким образом, средний гидравлический радиус равен

$$r = \frac{\lambda^{1/D_T} \delta}{2A_c^{D_T/(2[1-D_T])}}$$

Расход жидкости через прямолинейный цилиндрический канал, по Пуазейлю, определяется уравнением

$$Q_F = - \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta P}{(D_T - 1) \lambda A_c^{0.5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} L_0^{D_T-1}} D_f r_{max}^{D_f} r^{-(D_f+1)} dr =$$

$$= - \frac{\pi}{8\eta} \frac{\Delta P D_f r_{max}^{D_f}}{(D_T - 1) A_c^{0.5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} L_0^{D_T-1}} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{r^4}{r^{D_f+1}} dr,$$

$$I = - \int_{r_{min}}^{r_{max}} r^{3-D_f} dr = \frac{r^{4-D_f}}{4-D_f} \Big|_{r_{min}}^{r_{max}} = \left(r_{max}^{4-D_f} - r_{min}^{4-D_f} \right) \frac{1}{4-D_f},$$

$$Q_F = - \frac{\pi}{8\eta(4-D_f)} \frac{\Delta P D_f}{(D_T - 1) \lambda A_c^{0.5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} L_0^{D_T-1}} \left(r_{max}^4 - r_{min}^{D_f} r_{min}^{4-D_f} \right) =$$

$$= -A r_{max}^4 \left(1 - \left(\frac{r_{min}}{r_{max}} \right)^{4-D_f} \right).$$

Здесь η - динамическая вязкость (в расчётах принимают $r_{min} / r_{max} = 10^{-2}$).

Площадь сечения пористой среды, перпендикулярного направлению фильтрации, определяется как

$$q^*(r) = - \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{dp}{dL_T}$$

где dp – перепад давления. Дифференциал dL_T найдём из уравнения (2), приняв за переменную величину L_0 . Тогда

$$L_T = \lambda A_c^{0.5} \delta^{1-D_T} L_0^{D_T-1},$$

$$dL_T = \lambda A_c^{0.5} \delta^{1-D_T} (D_T - 1) L_0^{D_T-2} dL_0.$$

Выражение для утечки через пористую среду имеет вид

$$Q_F = - \int_{r_{min}}^{r_{max}} q^*(r) dN(r).$$

Здесь r_{min} и r_{max} – минимальный и максимальный размеры пор; $N(r)$ – число пор, радиус которых находится в диапазоне от r до $r+dr$.

$$dN(r) = -D_f r_{max}^{D_f} r^{-(D_f+1)} dr.$$

Это уравнение получено дифференцированием известного выражения

$$N(L > r) = \left(\frac{r_{max}}{r} \right)^{D_f},$$

где D_f – фрактальная размерность пор.

Приняв градиент (перепад) давления $dP/dL_0 = \Delta P/L_0$ и подставив приведенные зависимости в предыдущее выражение, найдём

$$A = \frac{A_p}{m} = \frac{\pi D_f r_{max} (1-m)}{4(2-D_f)m},$$

где m – пористость; A_p – площадь пор.

Для осесимметричного уплотнения $A_c = (r_2^2 - r_1^2) L_{Ac}$, откуда (в соответствии с рис. 11)

$$L_{Ac} = \frac{A_c}{r_2 - r_1}.$$

$$A = L_{Ac} (\sum_{i=1}^n W_{pi} - \delta).$$

Тогда, обозначив высоту сглаживания волнистости W_p , найдём

Окончательно запишем:

$$Q_F = \frac{\pi r_{max}^4}{8\eta(4 - D_f)} \frac{\Delta P D_f}{(D_T - 1) \lambda A_c^{0.5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} L_0^{D_T-1}}.$$

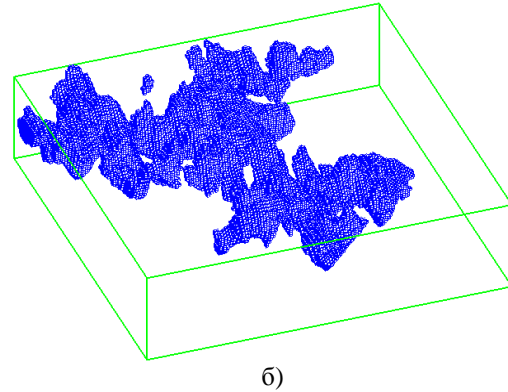
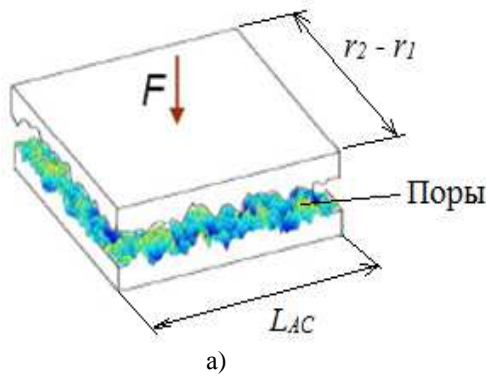


Рис. 11. Пористая среда: а – схема; б - 3D-модель межконтактного зазора

Фрактальную размерность пористости D_f можно определить с учётом числа пор фрактальной пористой среды:

$$N(R > r) = \left(\frac{r_{max}}{r}\right)^{D_f}.$$

Здесь D_f – фрактальная размерность пористой среды ($1 < D_f < 2$). Дифференцируя представленное выражение, запишем

$$-dN = D_f r_{max}^{D_f} r^{-(1+D_f)} dr.$$

Отрицательный знак в полученном выражении указывает на то, что число пор уменьшается с ростом их размеров. Общее число пор, находящихся в пределах от r_{min} до r_{max} , равно

$$N_f(R > r_{min}) = \left(\frac{r_{max}}{r_{min}}\right)^{D_f}.$$

Разделив предпоследнее выражение на последнее, получим

$$\frac{-dN}{N_f} = D_f \frac{r_{max}^{D_f}}{r_{min}^{D_f}} r^{-(1+D_f)} dr = f(r) dr.$$

В работе [8] фрактальная размерность пористой среды определяется формулой

$$D_f = D_E + \frac{\ln m}{\ln \frac{r_{max}}{r_{min}}} - 1.$$

Здесь D_E – евклидова размерность (например, для трёхмерного пространства $D_E = 3$); m – пористость ($0 < m < 1$).

В расчётах принимают $r_{min} / r_{max} = 10^{-2}$ [8]. Тогда фрактальная размерность пористой среды окажется равной

$$D_f = 3 + \frac{\ln m}{4,605} - 1 \approx 2 + 0,215 \ln m.$$

Фрактальную размерность извилистости D_T можно определить, представив капиллярную модель протекания через фрактальную пористую среду в виде цепочки соединённых между собой пор. В этом случае капилляр представляет собой фрактальный объект. Фрактальная размерность капилляра характеризует его извилистость, которая, в свою очередь, связана с диаметром капилляра (рис. 12).

Извилистый канал, имеющий большой диаметр и позволяющий соединить прямой линией его вход и выход, считается прямым. Согласно фрактальным представлениям [9], длина извилистого канала определяется выражением

$$L_c = L_0^{D_T} (2r)^{1-D_T}.$$

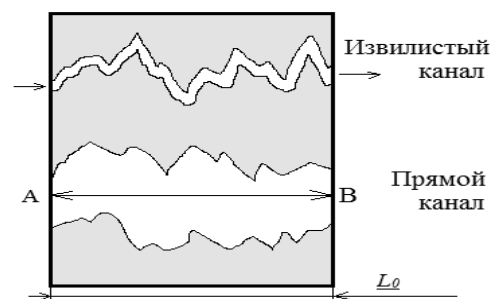


Рис. 12. Каналы протекания

Прологарифмировав это выражение, получим

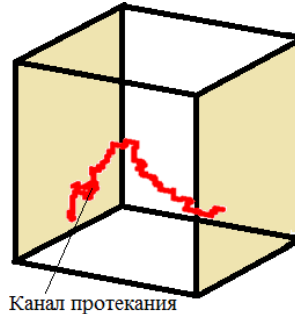
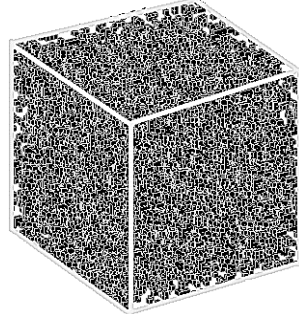
$$\ln L_t = D_T \ln L_0 + (1 - D_T) \ln(2r),$$

откуда

$$\ln L_t - \ln(2r) = D_T (\ln L_0 - \ln(2r)).$$

Тогда

$$D_T = \frac{\ln L_t - \ln(2r)}{\ln L_0 - \ln(2r)} = \frac{\ln \frac{L_t}{2r}}{\ln \frac{L_0}{2r}}.$$



Канал протекания

Рис. 13. 3D-модель пористой среды и канал протекания

Тогда

$$\frac{L_t}{L_0} = L_0^{D_T-1} (2r)^{1-D_T};$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{L_t}{L_0} &= (D_T - 1) \ln L_0 + (1 - D_T) \ln(2r) = (1 - D_T) \ln L_0 + (1 - D_T) \ln(2r) = \\ &= -(1 - D_T) \ln L_0 - \ln(2r_0) = (1 - D_T) [\ln(2r) - \ln L_0]. \end{aligned}$$

Отсюда найдём фрактальную размерность извилистости D_T :

$$(1 - D_T) = \frac{\ln \frac{L_t}{L_0}}{\ln(2r) - \ln L_0}, \quad D_T = 1 - \ln \frac{L_t}{L_0} / \ln \frac{2r}{L_0}.$$

Средний размер цилиндрических пор (капилляров) можно определить как

$$d_{ср} = 2r_{ср} = 4 * 10^3 \frac{V}{A} \quad (\text{нм}),$$

где V – объём пор (см^3); A – площадь их поверхности (м^2) в одном грамме.

Учитывая изложенное, можно смоделировать пористую среду, через которую будет просачиваться уплотняемая жидкость. Так, на рис. 14 представлены графики утечки таких уплотняемых сред, как

трансформаторное масло (динамическая вязкость $\eta = 0,0316$ Па·с – штриховая линия) и нефть ($\eta = 0,2$ Па·с – сплошная линия), при перепаде давления $\Delta p = 10^6$ Па для осесимметричного уплотнения со следующими параметрами: $L_0 = 0,8$ мм; $A_c = 10$ мм²; $\delta = 2$ мкм; $D_f = 1,5$; $D_T = 1,5$.

Полученные зависимости хорошо согласуются с данными литературных источников [10].

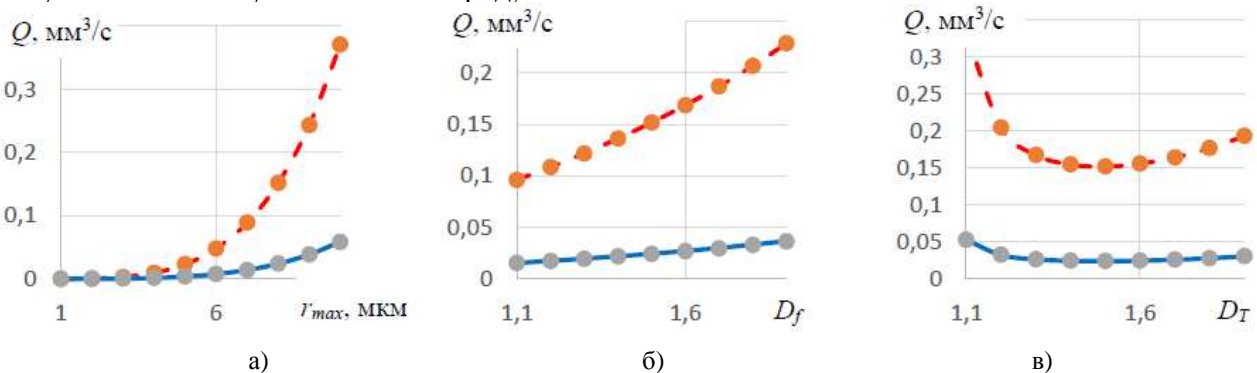


Рис. 14. Зависимость утечки Q : а - от r_{max} ; б - от D_f ; в - от D_T

Вывод

Таким образом, представляется возможным смоделировать протекание

уплотняемой среды через стык волнистых и шероховатых поверхностей с оценкой

основных параметров проектируемого уплотнительного устройства: силы прижатия, контурной и фактической площади

контакта, величины утечек уплотняемой среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Greenwood, J.A. Contact of nominally flat surfaces / J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson // Proc. Royal Soc. London. Ser. A. – 1966.–V. 293.–P. 300-319.
- Богомолов, Д.Ю. Математическое моделирование течения жидкости в щелевых каналах с учетом реальной микротопографии поверхности их стенок / Д.Ю. Богомолов, В.В. Порошин, В.Ю. Радыгин, А.А. Сыромятникова, А.А. Шейпак. - М.: МГИУ, 2010. - 162 с.
- Norden, B.N. On the compression of a cylinder in contact with a plane surfaces / B.N. Norden.- Washington: Institute for Basic Standards National Bureau of Standards, 1973. - 47 p.
- Дианов, А.А. Технологическое обеспечение качества деталей с износостойкими покрытиями за счет управления параметрами точности основы и покрытия: автореф. дис.... канд. техн. наук / А.А. Дианов. - Барнаул: АлтГТУ, 2010.-16 с.
- Маджумдар, А. Фрактальная модель упруго-пластического контакта шероховатых поверхностей / А. Маджумдар, Б. Бхушан / Современное машиностроение. Сер. Б.–1991.–№6.–С.11-23.
- Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы: [пер. с англ.] / Б. Мандельброт. – М.: Ин-т компьютер. исследований, 2002. - 656 с.
- Kou, J. Fractal analysis of effective thermal conductivity for three-phase (unsaturated) porous media / J. Kou, Y. Liu, F. Wu, J. Fan, H. Lu, Y. Xu / Journal of applied physics. - 2009. – V.106.
- Yu, B. M. Fractals / B. M. Yu, J. H. Le // Fractals. - 2001. – V.9. – P.365.
- Bhushan, B. Contact mechanics of rough surfaces in tribology: Multiple asperity contact / B. Bhushan / Tribology Letters.–1998.–V.4.–P. 1-35.
- Тихомиров, В.П. Имитационное моделирование герметичности плоских стыков / В.П. Тихомиров, Л.В. Вольпер // Машиноведение. - 1986. - №2. – С. 91 – 94.
- Majumdar, A. Fractal model of narrow-plate contact of rough surfaces / A. Majumdar, B. Bhushan / Modern Mechanical Engineering. Series. B.–1991.–№6.– pp.11-23.
- Mandelbrot, B. Nature fractal geometry: [translated from Engl.] / B. Mandelbrot. – М.: Institute of Computer Researches, 2002. – pp. 656.
- Kou, J. Fractal analysis of effective thermal conductivity for three-phase (unsaturated) porous media / J. Kou, Y. Liu, F. Wu, J. Fan, H. Lu, Y. Xu / Journal of applied physics. - 2009. – V.106.
- Yu, B. M. Fractals / B. M. Yu, J. H. Le // Fractals. - 2001. – V.9. – P.365.
- Bhushan, B. Contact mechanics of rough surfaces in tribology: Multiple asperity contact / B. Bhushan / Tribology Letters.–1998.–V.4.–P. 1-35.
- Tikhomirov, V.P. Simulation of Hermetically Flat Joints / V.P. Tikhomirov, L.V. Volper // Engineering Science. - 1986. - №2. – pp. 91 – 94.

Статья поступила в редколлегию 3.06.2015.

*Рецензент: д.т.н., профессор
Брянского государственного аграрного университета
Погонышев В.А.*

Сведения об авторах:

Тихомиров Виктор Петрович, д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Детали машин» Брянского государственного технического университета, e-mail: dm-bgtu@yandex.ru.

Tikhomirov Victor Petrovich, D.Eng., Prof., Head of the Dep. “Machinery”, Braynsk State Technical University e-mail: dm-bgtu@yandex.ru.

Измеров Михаил Александрович, к.т.н., доцент кафедры «Детали машин» Брянского государственного технического университета, e-mail: m.izmerov@yandex.ru.

Izmerov Mikhail Alexandrovich, Can.Eng., Assistant Prof. of the Dep. “Machinery”, Bryansk State Technical University, e-mail: m.izmerov@yandex.ru.