

## О РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МЕТОДА ДИРЕКЦИОННЫХ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ ЗОНДИРОВАНИЙ

### ON RESOLUTION OF THE METHOD OF DIRECTIONAL MAGNETOTELLURIC SOUNDINGS

**М.Г. Савин**

Вычислительный центр ДВО РАН,  
Хабаровск, Россия, savmig@rambler.ru

**M.G. Savin**

Computing Center FEB RAS,  
Khabarovsk, Russia, savmig@rambler.ru

**Аннотация.** Поставлена задача изучения разрешающей способности метода дирекционных магнитотеллурических зондирований (ДМТЗ). Показано, что резкие изменения импедансов  $Z^{e,h}$  электрического и магнитного типов в критической области параметров  $R \sim 0$ ,  $J \sim \omega \mu \sigma$ , где  $R = \text{Re}[(K_x)^2 + (K_y)^2]$ ,  $J = \text{Im}[(K_x)^2 + (K_y)^2]$ , приводят к существенному повышению разрешающей способности метода по сравнению с традиционной интерпретацией при помощи импеданса Тихонова–Каньяра  $Z^0$ . Рассматривается проблема устойчивости решения обратной задачи метода ДМТЗ с учетом погрешностей полевых измерений импедансов, накладывающих ограничения на разрешающую способность. Определен нижний предел этих ограничений для малых вариаций проводимости  $\Delta\sigma/\sigma$ . Для изучения разрешающей способности метода ДМТЗ применительно к задаче магнитотеллурического мониторинга очага землетрясения выполнен математический эксперимент для трехслойной геоэлектрической модели. Показано, что при изменении проводимости очага  $\Delta\sigma \sim \pm 10\%$  вариации коэффициента отражения электрической моды  $\Delta Q^e$  находятся в пределах 20%, что существенно превышает погрешность полевых измерений. Обсуждается возможность построения прогностических моделей в свете полученных результатов.

**Ключевые слова:** разрешающая способность, магнитотеллурическое зондирование, импедансные измерения, прогноз землетрясений.

**Abstract.** The problem is to examine the resolution of directional magnetotelluric soundings (DMTS). Abrupt changes of impedances  $Z^{e,h}$  of electrical and magnetic types in critical region of parameters  $R \sim 0$ ,  $J \sim \omega \mu \sigma$  where  $R = \text{Re}[(K_x)^2 + (K_y)^2]$ ,  $J = \text{Im}[(K_x)^2 + (K_y)^2]$  are shown to result in significantly higher resolution of the method as compared with the traditional interpretation using Tikhonov–Cagniard impedance  $Z^0$ . The stability of solution of DMTS method inverse problem is considered subject to field measurement errors limited the resolution. The minimum of the limits is determined for the conductivity  $\Delta\sigma/\sigma$  small variations. For studying DMTS resolution as applied to MT monitoring of earthquake site the mathematical experiment for three-layer geoelectric model was carried out. When changing the earthquake site conductivity of  $\Delta\sigma \sim \pm 10\%$  variations of reflection coefficient of electric mode  $\Delta Q^e$  are in the range of 20% that is significantly more than the field measurement error. The possibility for prediction modeling in the context of obtained results is discussed.

**Key words:** resolution, magnetotelluric sounding, impedance measurements, earthquake prediction.

## ВВЕДЕНИЕ

Дирекционный анализ магнитотеллурических (МТ) наблюдений [Четаев, 1985], основанный на использовании модели неоднородной плоской волны (волны Четаева), расширил возможности традиционной интерпретации при помощи модели Тихонова–Каньяра [Ваньян, 1997]. При этом ключевым является вопрос о разрешающей способности методов МТ-зондирований (МТЗ), или степени точности, с которой можно определить параметры  $(\sigma_i, h_i)$   $i$ -го слоя геоэлектрического разреза,  $i=1, 2, \dots, N$ , где  $N$  — число слоев в разрезе. На практике речь идет о распознавании геоэлектрических структур, вычлениении зон аномальной проводимости и т. п.

Как известно [Бердичевский и др., 1986], при помощи метода МТЗ, обладающего большой глубиной, оценивается проводимость сравнительно крупных структур земной коры. Так, в работе

[Мороз и др., 2008] оценивается разрешающая способность МТ-зондирований для определения наличия проводящих зон под Камчаткой и магматических зон под вулканами. Показано, что выделение на кривых МТЗ проводящих слоев с удельным сопротивлением  $\rho \sim 10$  Ом·м оказывается затруднительным, если мощность слоя  $h \leq 1.5$  км. При этом достаточно тонкие слои мощностью от десятков до первых сотен метров проводящих рудных залежей или залежей углеводородов, обладающих высоким сопротивлением ( $\rho \sim 10^{11}$  Ом·м), этим методом неразличимы. Использование импеданса Тихонова–Каньяра  $Z^0$ , например, для мониторинга проводимости очага землетрясения также остается проблематичным в силу его малой чувствительности [Жданов, 1986]. Давая оценку сложившейся в магнитотеллурике ситуации, авторы работы [Морозова и др., 1998] приходят к выводу, что «точность методов естествен-

ных полей оказывается недостаточной в свете требований, предъявляемых к изучению геоэлектрического строения земной коры и вариаций электропроводности». Разумеется, речь идет о методах интерпретации МТ-полей в рамках модели однородной плоской волны, исключаяющей  $H_z$ - и  $E_z$ -компоненты.

Первые попытки интерпретации полного (6-компонентного) МТ-поля, выполненные для Украинского кристаллического щита способом аналитического продолжения коэффициентов отражения вниз [Четаев и др., 1984], свидетельствовали о его более высокой, по сравнению с методом МТЗ, разрешающей способности. При решении обратной задачи дирекционных МТЗ (ДМТЗ) методом невязки [Савин, Израильский, 1985] было показано, что метод в принципе не имеет ограничений на разрешающую способность. Одновременно выяснилось, что малые погрешности при измерении импедансов, превышающие первые проценты, приводят к ухудшению устойчивости обратной задачи. Следовательно, при оценке чувствительности метода нельзя игнорировать степень точности полевых импедансных измерений.

Таким образом, проблема разрешающей способности ДМТЗ требует дальнейшего изучения как в применении к различным задачам геоэлектрики, так и в отношении того или иного способа решения обратной задачи.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей работе мы сознательно ограничимся электродинамической задачей мониторинга очага землетрясений. Предстоит выяснить, обладают ли парциальные импедансы  $Z^{e,h}$  или коэффициенты отражения  $Q^{e,h}$  в модели Четаева достаточной чувствительностью, чтобы надежно различать вариации проводимости очага  $\Delta\sigma$ , составляющие, по данным работы [Поиск ..., 1988], в период подготовки землетрясений порядка 10 %. Под достаточной чувствительностью будем понимать вариации  $\Delta Z^{e,h}$  (или  $Q^{e,h}$ ) не менее 10 %, что в несколько раз превышает погрешность измерений импедансов, находящуюся в пределах нескольких процентов [Савин, Смагин, 2004]. Положительный ответ на этот вопрос мог бы служить теоретическим основанием для мониторинга вариаций электропроводности очаговой зоны, тесно связанной с динамикой напряженного состояния вещества, его физико-химическими свойствами и температурой.

Обратимся к модели внешнего МТ-поля в виде неоднородной плоской волны поверхностного типа [Четаев, 1985]. Дисперсионное уравнение для неоднородной плоской волны имеет вид

$$K_z^2 = -R + i(\omega\mu\sigma - J), \quad (1)$$

где  $R = \text{Re}(K_x^2 + K_y^2)$ ,  $J = \text{Im}(K_x^2 + K_y^2)$ , а  $K_x$  и  $K_y$  — горизонтальные компоненты волнового вектора  $\mathbf{K}$ .

В критической области изменения параметров этой волны  $R \approx 0$ ,  $\omega\mu\sigma - J \approx 0$  парциальные импедансы электрического  $Z^e$  и магнитного  $Z^h$  типа испытывают резкие изменения [Структура ..., 1980]. Именно этот факт наталкивает на мысль использо-

вать измерения парциальных импедансов для эффективного контроля над вариациями удельной проводимости  $\Delta\sigma$  в очаге. Очевидно, что в данном случае речь может идти об исследовании нового электромагнитного предвестника землетрясений.

С целью теоретического обоснования указанного выше способа электромагнитного мониторинга нами выполнен математический эксперимент по изучению влияния вариаций электропроводности очага  $\Delta\sigma(z)$  на входные парциальные импедансы  $Z^e$  и  $Z^h$  слоистой среды (или коэффициенты отражения  $Q^e$  и  $Q^h$ ).

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРЦИАЛЬНЫХ ИМПЕДАНСОВ

Рассмотрим распространение волны Четаева — неоднородной плоской волны вида

$$f_j(x, y, z, t) = A_j(z) \exp(-i\omega t + K_x x + K_y y), \quad (2)$$

где  $A_j$  — любая из шести компонент электромагнитного поля в горизонтально-слоистой проводящей среде.

Амплитуды  $A_j(z)$  однозначно определяются из уравнений Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = i\omega \mu \mathbf{H} \quad (4)$$

совместно с требованием непрерывности горизонтальных компонент поля и условием затухания при  $z \rightarrow \infty$ .

Для анализа комплексных амплитуд  $A_j(z)$  оказывается удобным ввести вспомогательные скалярные потенциалы электрического  $U_e(z)$  и магнитного  $U_h(z)$  типов по формулам [Дмитриев, 1970]

$$U_e = K_y H_x - K_x H_y, \quad (5)$$

$$U_h = K_x H_x - K_y H_y.$$

Компоненты электромагнитного поля выражаются через эти потенциалы следующим образом:

$$\begin{aligned} H_x &= (K_x U_h + K_y U_e) / K_\tau^2, \quad H_y = (K_y U_h + K_x U_e) / K_\tau^2, \\ H_z &= U_h' / \eta^2, \quad E_x = (K_y i\omega \mu \sigma U_h' + K_x \eta^2 U_e') / \sigma \eta^2 K_\tau^2, \\ E_y &= (K_x \eta^2 U_e' - K_y i\omega \mu \sigma U_h') / \sigma \eta^2 K_\tau^2, \quad E_z = -i U_e / \sigma, \\ K_\tau^2 &= K_x^2 + K_y^2, \quad \eta = \sqrt{K_\tau^2 - i\omega \mu \sigma}, \quad \text{Re } \eta > 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Из (5) и (6) видно, что введение парциальных потенциалов позволяет представить электромагнитное поле в виде суперпозиции двух парциальных волн: h-типа с  $E_z=0$  и e-типа с  $H_z=0$ . Кроме того, введение парциальных потенциалов упрощает систему уравнений (4), сводя ее к двум независимым обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\left(\frac{U_e'}{\sigma}\right)' - \frac{\eta^2}{\sigma} U_e = 0, \quad \left(\frac{U_h'}{\eta^2}\right)' - U_h = 0, \quad (7)$$

где штрих означает производную по  $Z$ .

Уравнения (7) совместно с условием непрерывности величин  $U_e$ ,  $U_h$ ,  $U_e'/\sigma$  и  $U_h'/\eta^2$  на границах раздела слоев (функцию  $\sigma(z)$  считаем ку-

сочно-постоянной) и условием затухания на бесконечности при  $z \rightarrow \infty$  позволяют однозначно определить скалярные потенциалы и, следовательно, амплитуды волны.

Из уравнений (6) видно, что комплексные амплитуды  $E^e$ - и  $H^e$ -компонент волны e-типа удовлетворяют условию

$$E_x^e = Z^e H_y^e, E_y^e = -Z^e H_x^e, \quad (8)$$

где  $Z^e$  — парциальный импеданс электрического типа,

$$Z^e = -U_e' / \sigma U_e. \quad (9)$$

Горизонтальные компоненты волны h-типа также связаны соотношением (8), при этом величина  $Z^h$  равна

$$Z^h = i\omega\mu U_h' / \eta^2 U_h. \quad (10)$$

В случае однородного проводящего полупространства ( $\delta = const$  при  $z=0$ ) формулы (9) и (10) приобретают простой вид:

$$Z^e = \eta / \sigma, Z^h = -i\omega\mu / \eta. \quad (11)$$

В соответствии с формулами (11) выражения для действительных  $Re Z^{e,h}$  и мнимых  $Im Z^{e,h}$  частей импедансов обоих типов запишем так:

$$Re Z^e = \sqrt{R + \sqrt{R^2 + (\omega\mu\sigma - J)^2}}, \quad (12)$$

$$Im Z^e = -\frac{\omega\mu\sigma - J}{\sqrt{R + \sqrt{R^2 + (\omega\mu\sigma - J)^2}}}, \quad (13)$$

$$Re Z^h = \frac{\omega\mu\sigma - J}{\sqrt{R^2 - (\omega\mu\sigma - J)^2} \sqrt{R + \sqrt{R^2 + (\omega\mu\sigma - J)^2}}}, \quad (14)$$

$$Im Z^h = -\frac{\sqrt{R + \sqrt{R^2 + (\omega\mu\sigma - J)^2}}}{\sqrt{R^2 + (\omega\mu\sigma - J)^2}}. \quad (15)$$

Из (12)–(15) видно, что при изменении параметра  $J$  в окрестности точки  $J_{кр.} = \omega\mu\sigma$  парциальные импедансы претерпевают резкие изменения. Импеданс  $Z^e$  ведет себя аналогично импедансу последовательного, а импеданс  $Z^h$  — параллельного контура [Четаев, 1985].

Результаты многочисленных расчетов, проведенных для плоскостойких сред [Савин и др., 1982], показывают, что и в этом случае зависимость импедансов от параметра  $J$  имеет резонансный характер, при этом

$$\omega\mu\sigma_{\min} \leq J_{кр.} \leq \omega\mu\sigma_{\max},$$

где  $\sigma_{\min}$  и  $\sigma_{\max}$  — минимальная и максимальная проводимости слоев.

### КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВОЛНЫ ЧЕТАЕВА

Уравнения (7), определяющие зависимость парциальных потенциалов  $U^{e,h}$  от глубины  $z$ , удобно привести к единой форме:

$$\left( \frac{Z_0}{\eta} U' \right)' - \eta Z_0 U = 0. \quad (16)$$

Здесь  $Z_0$  — удельный парциальный импеданс в слое с проводимостью  $\sigma$ , определяемый формулами (11).

Входные парциальные импедансы  $Z$  для волн e- и h-типов также могут быть единообразно выражены через парциальный потенциал  $U$ :

$$Z = -\frac{Z_0 U'}{\eta U}. \quad (17)$$

Внутри каждого слоя проводимость  $\sigma = const$ , поэтому решение уравнения (16) имеет вид

$$U(z) = Ae^{-\eta z} + Be^{\eta z}. \quad (18)$$

Здесь первое слагаемое представляет амплитуду падающей волны, а второе — амплитуду отраженной волны.

Введем коэффициент отражения  $Q(z)$  на уровне  $z$  [Четаев и др., 1984], имеющий смысл отношения комплексной амплитуды волны, идущей вверх, к амплитуде волны, идущей вниз:

$$Q(z) = \frac{B}{A} e^{2\eta z}. \quad (19)$$

Используя формулу (17), получим следующее соотношение между коэффициентом отражения  $Q(z)$  и импедансами  $Z$  и  $Z_0$ :

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{1 - Q(z)}{1 + Q(z)}, \quad (20)$$

откуда

$$Q(z) = \frac{1 - Z/Z_0}{1 + Z(Z_0)}. \quad (21)$$

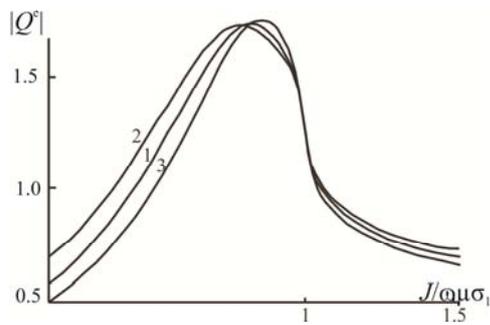
Поскольку входной (полный) парциальный импеданс  $Z$  зависит от глубины  $z$  непрерывно, а удельный импеданс  $Z_0$  претерпевает разрыв на границе раздела слоев, то и  $Q(z)$  является кусочно-непрерывной функцией.

### РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ В ТРЕХСЛОЙНОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим трехслойную модель земной коры, в которой  $\sigma_3/\sigma_1=1$ ,  $h_2/h_1=1$ , а удельная проводимость второго слоя, аппроксимирующего электрические свойства очага землетрясения, варьирует:  $(\sigma_2/\sigma_1)_1=1$ ,  $(\sigma_2/\sigma_1)_2=1.1$ ,  $(\sigma_2/\sigma_1)_3=0.9$ . Таким образом, указанным значениям удельной проводимости первого и третьего слоя соответствуют изменения проводимости второго слоя в пределах  $\pm 10\%$ , что отвечает реальному положению вещей в период подготовки землетрясения [Поиск ..., 1988].

Возникают вопросы, могут ли указанные вариации проводимости в очаге вызвать заметные изменения коэффициентов отражения на поверхности Земли и какова относительная (в %) величина этих изменений.

Положим безразмерную толщину скин-слоя  $\hat{\lambda} = \sqrt{2\omega\mu\sigma_1}/h_1 = 10$ , а значения безразмерных величин  $DR = R/\omega\mu\sigma_1$  и  $DJ = J/\omega\mu\sigma_1$  будем варьировать в пределах от 0.5 до 1.5, что отвечает реальным вариациям параметров волны. Период вариаций положим



Зависимость  $|Q^c|$  от  $J/\omega\mu\sigma_1$  при вариациях  $\sigma_2 \pm 10\%$

$T=20$  с. Коэффициент отражения на поверхности Земли вычислим по формуле (21) при  $z=0$ .

Вычисления показывают, что наиболее чувствительным по отношению к изменению проводимости очага является коэффициент отражения электрической моды. График изменений  $|Q^c|$  в зависимости от  $J/\omega\mu\sigma_1$  приведен на рисунке. Видно, что  $\Delta|Q^c|$  достигает 20 %, т. е. достаточно заметной величины, которая дает возможность эффективно исследовать проводимость очага землетрясения при помощи импедансных измерений в реальном времени.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате математического эксперимента было показано, что разрешающая способность метода ДМТЗ позволяет проводить мониторинг очага готовящегося землетрясения в реальном времени, если вариации  $\Delta\sigma$  очаговой зоны не менее 10 %. Выше отмечалось, что разрешающая способность МТ-зондирований зависит не только от выбора той или иной фундаментальной модели внешнего поля, но и от способа решения обратной задачи. Исследование было ориентировано на способ невязки (минимизация функционала невязки измеренных и рассчитанных импедансов [Савин, Израильский, 1985]). Метод интерпретации ДМТЗ аналитическим продолжением коэффициентов отражения вниз [Четаев и др., 1984], претендующий на точное определение границ геоэлектрических слоев, требует специального исследования его разрешающей способности. Побочным, но тем не менее интересным практическим результатом проведенного математического моделирования явилось теоретическое обоснование возможности электромагнитного мониторинга очаговой зоны в реальном времени. Не исключено, что дальнейшие исследования помогут нащупать новый предвестник сейсмического события.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бердичевский М.Н., Ваньян Л.Л., Дмитриев В.И. Интерпретация глубинных МТ-зондирований // Физика Земли. 1986. № 12. С. 24–38.
- Ваньян Л.Л. Электромагнитные зондирования. М.: Научный мир, 1997. 216 с.
- Дмитриев В.И. Импеданс слоистой среды для неоднородной плоской волны // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1970. № 7. С. 63–68.
- Жданов М.С. Электроразведка. М.: Недра, 1986. 316 с.
- Мороз Ю.Ф., Лагута Н.А., Мороз Т.И. Магнитотеллурическое зондирование Камчатки // Вулканология и сейсмология. 2008. № 2. С. 1–13.

Морозова Г.М., Манштейн А.К., Ельцов И.Н. Глубинные электромагнитные зондирования с контролируемым источником // Геофизические методы изучения земной коры: Сб. научн. докл. Всероссийской геофиз. конф. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998. С. 57–62.

Поиск электромагнитных предвестников землетрясений. М.: ИФЗ АН СССР, 1988. 243 с.

Савин М.Г., Израильский Ю.Г. Обратная задача дирекционных МТЗ // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 12. С. 61–70.

Савин М.Г., Смагин С.И. Применение МГД-генераторов в геофизических исследованиях на Дальнем Востоке // Вестник ДВО РАН. 2004. С. 129–137.

Савин М.Г., Израильский Ю.Г., Осьмаков А.Н. О дирекционных магнитотеллурических зондированиях / Препринт ВЦ ДВНЦ АН СССР. Владивосток. 1982. С. 1–34.

Структура электромагнитного поля геомагнитных пульсаций. М.: Наука, 1980. 220 с.

Четаев Д.Н. Дирекционный анализ магнитотеллурических измерений. М.: ИФЗ РАН, 1985. 228 с.

Четаев Д.Н., Осьмаков А.Н., Матвейчев М.В., Чернышев А.К. Интерпретация дирекционных МТЗ способом аналитического продолжения // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 4. С. 75–82.

## REFERENCES

- Berdichevsky M.N., Van'yan L.L., Dmitriyev V.I. Interpretation of deep MT soundings. *Fizika Zemli* [Physics of the Earth]. 1986, no. 12, pp. 24–38 (in Russian).
- Chetayev D.N. Directional Analysis of Magnetotelluric Measurements. Moscow, IPE RAS Publ., 1985, 228 p. (in Russian).
- Chetayev D.N., Os'makov A.N., Matveichev M.V., Chernyshov A.K. Interpretation of directional MTS with the method of analytic continuation. *Izvestiya AN SSSR. Fizika Zemli* [Izvestiya of the Academy of Sciences of the USSR. Physics of the Solid Earth]. 1984, no. 4, pp. 75–82 (in Russian).
- Dmitriyev V.I. Stratified medium impedance for inhomogeneous plane wave. *Izvestiya AN SSSR. Fizika Zemli* [Izvestiya of the Academy of Sciences of the USSR. Physics of the Solid Earth]. 1970, no. 7, pp. 63–68 (in Russian).
- Moroz Yu.F., Laguta N.A., Moroz T.I. Magnetotelluric sounding of Kamchatka. *Vulkanologiya i Seismologiya* [Volcanology and Seismology]. 2008, no. 2, pp. 1–13 (in Russian).
- Morozova G.M., Mainshtein A.K., El'tsov I.N. Deep electromagnetic soundings with controlled source. *Geophysical Methods of Studying the Earth's Crust. National Geophysical Conference: Proceedings*. Novosibirsk, SB RAS Publ., 1998, pp. 57–62 (in Russian).
- Poisk Elektromagnitnykh Predvesnikov Zemletryasenii* [Search of Electromagnetic Predictors of Earthquakes]. Moscow, IPE AS RAS Publ., 1988. 243 p. (in Russian).
- Savin M.G., Izrail'sky Yu.G. The inverse problem of directional MTS. *Izvestiya AN SSSR. Fizika Zemli* [Izvestiya of the Academy of Sciences of the USSR. Physics of the Solid Earth]. 1985, no. 12, pp. 61–70 (in Russian).
- Savin M.G., Izrail'sky Yu.G., Os'makov A.N. On Directional Magnetotelluric Soundings. Preprint of Computing Center of the Far East Scientific Center AS USSR. Vladivostok, 1982, pp. 1–34 (in Russian).
- Savin M.G., Smagin S.I. Using MHD generators in geophysical research in the Far East. *Vestnik DVO RAN* [Bulletin of FEB RAS]. 2004, pp. 129–137 (in Russian).
- Struktura Elektromagnitnogo Polya Geomagnitnykh Pulsatsii* [Structure of Electromagnetic Field of Geomagnetic Pulsations]. Moscow, Nauka Publ., 1980, 220 p. (in Russian).
- Van'yan L.L. Elektromagnitnye zondirovaniya [Electromagnetic soundings]. Moscow, Nauchny Mir Publ., 1997, 216 p. (in Russian).
- Zhdanov M.S. *Elektrorazvedka* [Electrical prospecting]. Moscow, Nedra Publ., 1986, 316 p. (in Russian).