

DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-12-162-169

**Данилов А.В.**

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана  
Россия, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, дом 5, с. 1  
E-mail: 157304@rambler.ru

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА «КОНЕЧНОГО ПОВОРОТА И СМЕЩЕНИЯ» В УПРАВЛЕНИИ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ АНТЕННОЙ

**Аннотация.** Рассматривается применение метода «конечного поворота и смещения» (МКПС) в нахождении желаемых значений обобщенных координат для системы управления параболической антенной. Для управления параболической антенной используется специальный манипулятор последовательной структуры, обладающий достаточной жесткостью для удержания антенны. Жесткость данного манипулятора обеспечивается применением звеньев в виде шаровидных оболочек и подшипников, расположенных по периметру каждой оболочки в плоскости вращения каждого звена. Это позволяет оптимальным образом разместить материал конструкции манипулятора и получить достаточную жесткость при минимальном весе. Манипулятор представляет собой четыре звена, связанных кинематическими парами пятого класса с произвольным наклоном осей. Для данной задачи важна ориентация антенны без учета малого смещения её положения при ориентации. Метод МКПС обеспечивает и ориентацию, и положение. Основан на определении точных и оптимальных итерационных шагов для каждой степени подвижности, обеспечивающих максимальное приближение к заданным параметрам ориентации параболической антенны. По алгоритму метода разработано программное обеспечение, состоящее из подпрограмм для организации общего решения обратной задачи кинематики для произвольного числа звеньев и частного, для конкретного манипулятора в виде исходных данных. Исходными данными являются векторная модель манипулятора, значения конструктивных ограничений обобщенных координат и признаки кинематических пар по виду и по классу.

**Ключевые слова:** метод «конечного поворота и смещения», манипулятор, обратная задача кинематики, параболическая антенна.

**Введение.** В настоящее время для организации автоматических операций во всех отраслях промышленности и военного дела используют манипуляционные роботы, способные быстро и точно решать поставленные задачи. Для таких манипуляционных роботов используется управление конечным звеном. Для организации такого управления необходимо находить желаемые значения обобщенных координат, удовлетворяющие заданному положению и ориентации конечного звена. Это достигается решением обратной задачи кинематики (ОЗК). В статье рассматривается применение метода «конечного поворота и смещения» (МКПС) в составе системы управления ориентацией параболической антенны с помощью четырехстепенного манипулятора последовательной структуры с кинематическими парами пятого класса с произвольной ориентацией осей. Звенья манипулятора представляют собой шаровидные оболочки, связанные подшипниками по периметру оболочек. Такая конструкция звеньев обеспечивает максимальную жесткость манипулятора при минимальном весе. Подобная конструкция с тремя степенями подвижности представлена в патенте [1]. Безусловно, для такой задачи возможно применение аналитического метода, но как показывает практика, разработка

аналитического метода представляется достаточно сложной задачей и увеличивает время для проектирования аналогичных изделий.

Из всех популярных на сегодняшний день методов решения ОЗК, а именно: FABRIK [2, 3], Cyclic Coordinate Descent (CCD) [4, 5, 6], Jacobian Transpose [7, 8], Jacobian DLS [9, 10], Jacobian SVD-DLS [11, 12], FTL [13], Триангуляция [14], метод МКПС не уступает самому быстрому эвристическому методу FABRIK и имеет более естественную настройку для конкретного манипулятора [15, 16].

Аналогичную конструкцию манипулятора можно использовать для других целей, где важна ориентация и достаточная жесткость конструкции. Примером возможного использования аналогичной конструкции является система слежения за солнцем в гелиоэнергетических установках. Можно в разработке конструкции звеньев использовать схему академика В.Г. Шухова и получить звенья в виде однополостных гиперболоидов, обладающих максимальной удельной прочностью.

Описание конструкции манипулятора. Каждое звено манипулятора образовано шаровидной оболочкой, срезанной в двух местах плоскостью. Первой плоскостью срезана нижняя часть оболочки, а второй – верхняя часть под углом  $30^\circ$  к

первой плоскости. Первые три звена манипулятора подобны и различаются только коэффициентом масштаба, который равен 0,8). Коэффициент масштаба выбран из условий равной прочности звеньев манипуляционной цепи согласно эпюрам изгибающих моментов от сил веса параболической антенны и ветровой нагрузки на неё. В нижней части каждого звена по периметру оболочки в плоскости нижнего среза установлен

подшипник, позволяющий закрепить первое звено к основанию и каждое последующее к предыдущему звену и иметь возможность менять угловое положение звеньев относительно друг друга. Конечным звеном манипулятора является параболическая антенна, которая также посредством подшипника закрепляется к предпоследнему звену. Схема конструкции манипулятора в составе основания показана на рисунке 1.

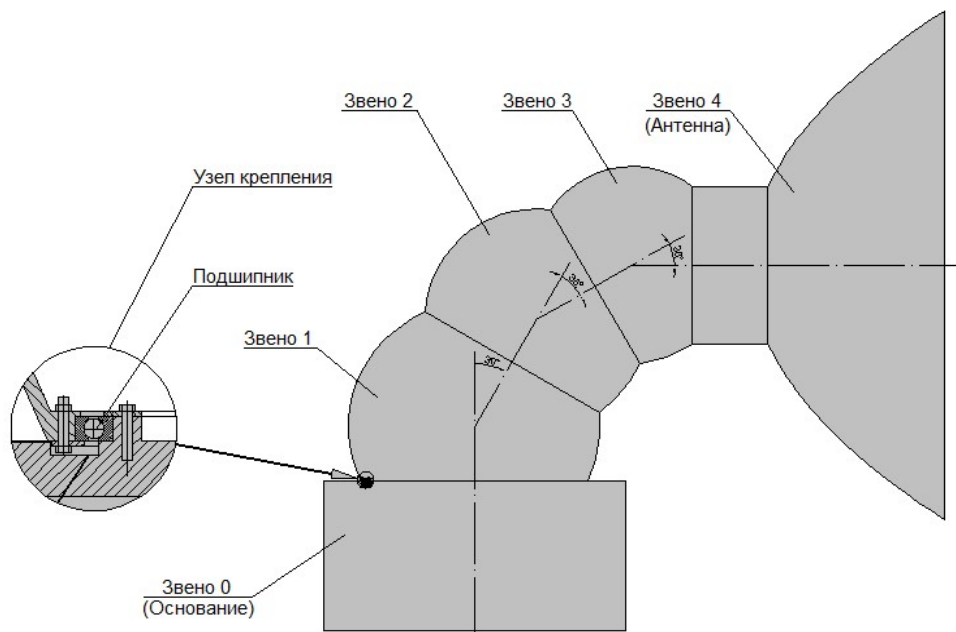


Рис. 1. Схема манипулятора с основанием.

Для передачи электрической энергии к приводам звеньев и антенны в сочленениях звеньев используются кольцевые контакты, исключающие конструктивные ограничения углов поворота звеньев относительно друг друга. Все сочленения шарнирные и относятся к пятому классу.

Краткое описание метода. Метод «конечного поворота и смещения» (МКПС) геометрический. С помощью вспомогательных векторов и теорем, изложенных в [15,16] относительно шарнира/призмы, определяется однозначное и оптимальное значение поворота/смещения каждого звена, являющегося итерационным шагом метода, в соответствии с условием максимального приближения к заданным параметрам положения и ориентации конечного звена. При выполнении условия по точности положения и ориентации конечного звена (антенны) сумма итерационных шагов по каждой степени подвижности является решением ОЗК и соответствует желаемым значениям обобщенных координат для системы управления параболической антенной.

**Подготовка к решению ОЗК.** Для решения ОЗК методом МКПС необходимо построить векторную математическую модель манипулятора. Для этого в декартовой системе XYZ нулевого

звена строятся звенья и оси шарниров в виде векторов. В качестве осей шарниров используются единичные векторы  $\vec{e}_i$ , где  $i = 1, \dots, 4$ . В качестве звеньев манипулятора используются векторы  $\vec{M}_i$ , равные длинам звеньев и совпадающие с их осями. Для рассматриваемого манипулятора длина векторов  $\vec{M}_i$  определяется точками пересечения осевых линий звеньев. Векторная математическая модель манипулятора, представленного на рисунке 1, показана на рисунке 2.

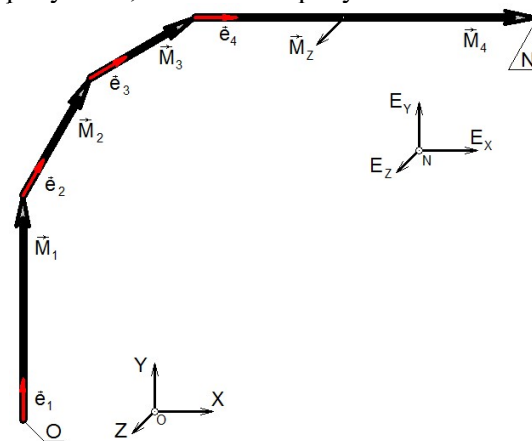


Рис. 2. Векторная математическая модель манипулятора

Точка N является характерной точкой антенны, которая обозначает положение антенны, а оси правой системы координат  $E_x E_y E_z$  образуют заданную ориентацию антенны.  $\vec{M}_4$  и  $\vec{M}_z$  – векторы, указывающие текущую ориентацию конечного звена,  $\vec{E}_x$  и  $\vec{E}_z$  – векторы, совпадающие с одноименными осями, – заданную ориентацию конечного звена. Признаки кинематических пар по виду задаются в одномерном массиве  $p(k)$ , где  $k$  принимает значения 1 для шарнира и 0 для призмы в порядке очередности звеньев. Для рассматриваемого манипулятора массив  $p$  записывается следующим образом:  $p(1, 1, 1, 1)$ .

Для визуализации движения звеньев манипулятора при решении ОЗК разработана модель манипулятора, показанная на рисунке 3.

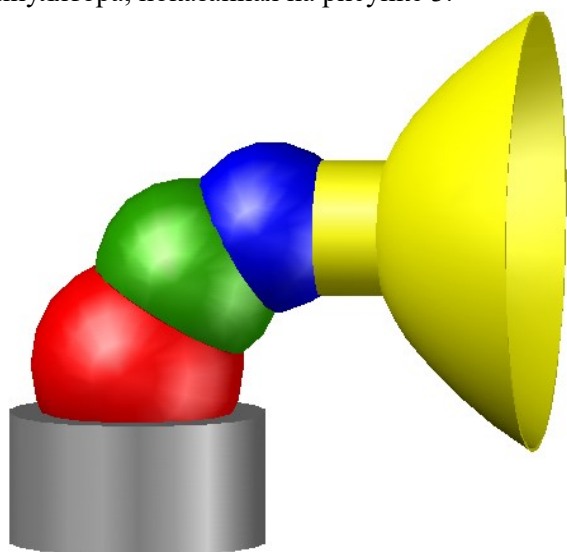


Рис. 3. Модель манипулятора

**Результаты решения ОЗК.** Для решения ОЗК необходимо задать начальные параметры звеньев манипулятора и конечные для ориентации параболической антенны. Начальные координаты положения соответствуют координатам характерной точки антенны: N (1,86897; 1,46496; 0). Начальные координаты ориентации соответствуют обобщенным координатам звеньев и имеют следующие значения:  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 0^\circ, \theta_3 = 0^\circ, \theta_4 = 0^\circ$ . Для заданных начальных значений матрица ориентации антенны имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Конечное положение и ориентацию параболической антенны зададим с помощью углов Эйлера-Крылова:  $\varphi = 210^\circ, \psi = 70^\circ, \theta = 190^\circ$ , где  $\varphi, \psi, \theta$  – углы курса, дифферента и крена антенны соответственно относительно осей Y, Z, X. Для заданных конечных значений матрица ориентации имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} -0,296198 & -0,714610 & 0,633718 \\ 0,939693 & -0,336824 & 0,059391 \\ 0,171010 & 0,613092 & 0,771281 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Матрица ориентации антенны после решения ОЗК имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} -0,296184 & -0,714601 & 0,633735 \\ 0,939686 & -0,336853 & 0,059339 \\ 0,171072 & 0,613087 & 0,771271 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Углы Эйлера-Крылова и координаты положения соответственно:  $\varphi = 210,01^\circ; \psi = 69,9988^\circ; \theta = 189,99^\circ$  и N (-0,86294; 2,71814; 0,0416437).

Результаты решения ОЗК приведены в матрице ориентации (2), в таблице 1 и на рисунках 4 и 5. На рисунке 4 приведены графики изменения обобщенных координат в зависимости от числа макроитераций, а на рисунке 5 – графики обобщенных координат в зависимости от числа итераций. Макроитерацией называется число итераций по одному из критериев решения ОЗК. В нашем случае – по двум углам ориентации антенны относительно оси X и оси Z, так как для данной задачи требуется решение только по ориентации. Итерацией называется конечный поворот/смещение согласно теоремам в [15].

Если сравнить заданную матрицу (1) и полученную после решения ОЗК (2), то можно убедиться в высокой точности метода. Время решения ОЗК равно 11 мс. Данная оценка времени решения ОЗК проводилась на микроконтроллере STM32F407VGT6 при тактовой частоте ядра ARM Cortex-M4 равной 144 МГц. ОЗК решалась для заданной точности  $\epsilon_{\text{зад}} = 0,0001$  по каждому параметру, что соответствует 0,1 мм по положению и 21 секунде по ориентации.

Таблица 1

**Значения обобщенных координат**

№ кинематич. пары	Обозначение, размерность	Значения обобщенных координат, град		
		Начальное положение	После решения ОЗК	Приращение $\Delta q$
1	$\Theta_1$ , град	0	136,811	136,811
2	$\Theta_2$ , град	0	77,547	77,547
3	$\Theta_3$ , град	0	116,931	116,931
4	$\Theta_4$ , град	0	56,507	56,507

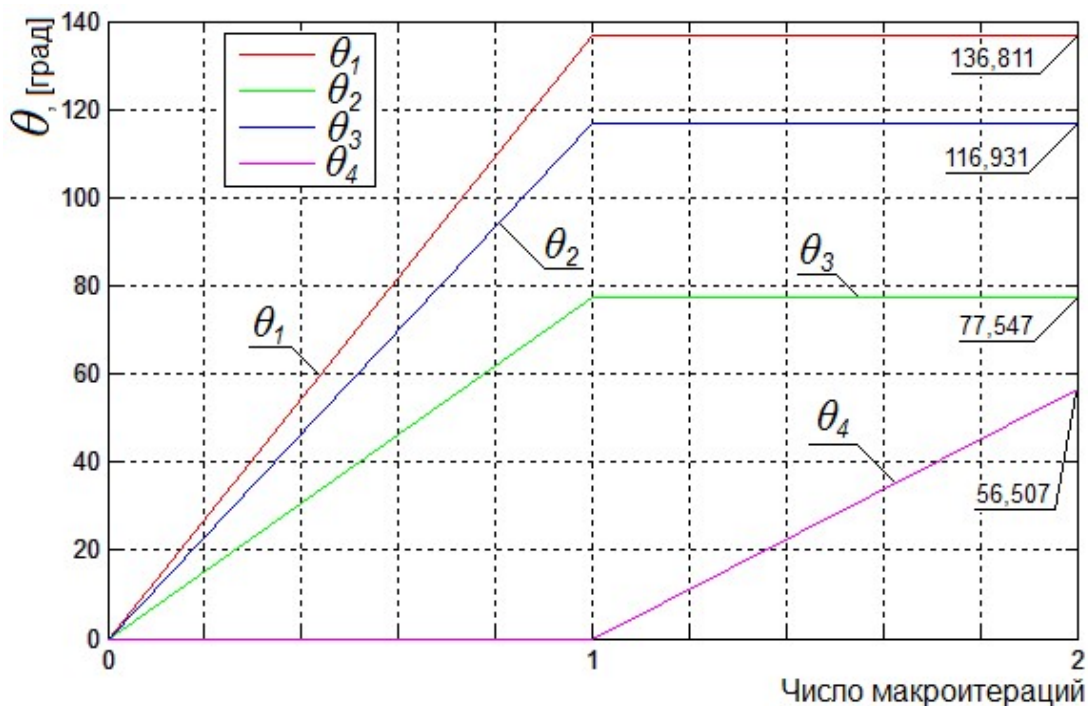


Рис. 4. Графики изменения обобщенных координат от числа макроитераций

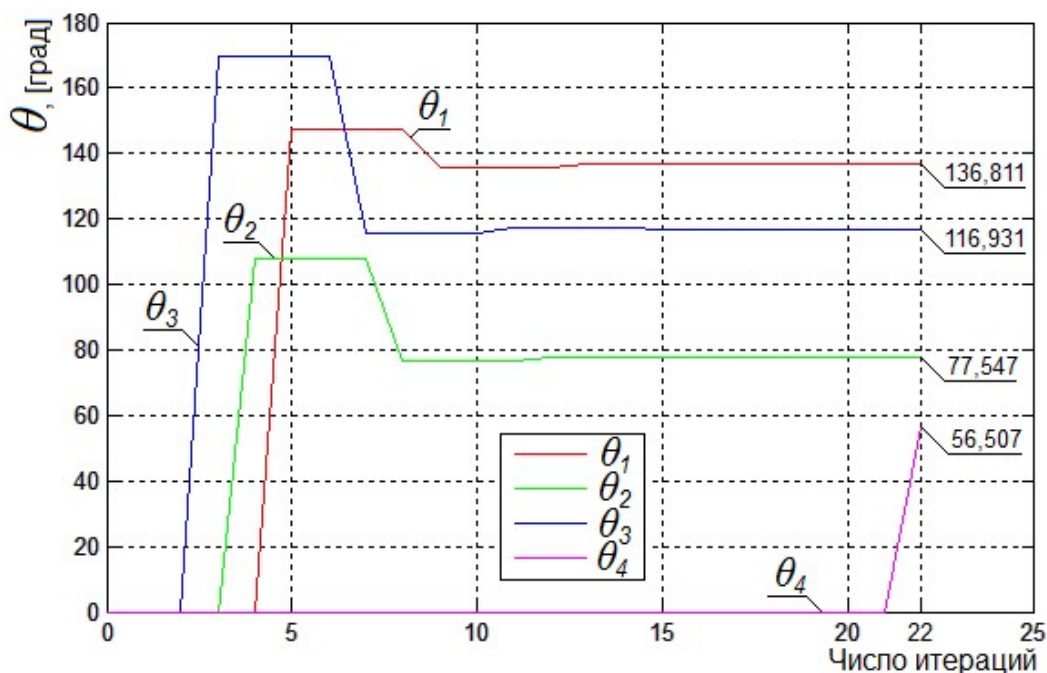


Рис. 5. Графики изменения обобщенных координат от числа итераций

**Моделирование движения по траектории.**

Для организации моделирования траекторного движения манипулятора необходимо задать начальные значения ориентации антенны с помощью углов Эйлера-Крылова:  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ . Это соответствует нулевым значениям обобщенных координат звеньев:  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 0^\circ$ ,  $\theta_3 = 0^\circ$ ,  $\theta_4 = 0^\circ$ .

Моделирование траекторного движения можно осуществлять от рукоятки управления, программным заданием законов изменения ориентации антенны и любым другим способом. В

данном случае используется способ программного задания траектории движения. Осуществляется он заданием трех уравнений изменения углов Эйлера-Крылова по формулам:  $\varphi = \varphi_0 + 0,05t$ ,  $\psi = \psi_0 + 0,05t$ ,  $\theta = \theta_0 + 0,05t$ , где  $t$  – время. Полученные траектории в виде графиков изменения обобщенных координат звеньев манипулятора показаны на рисунке 6.

Для представленной траектории движения записан файл визуализации движения модели манипулятора, представленный в [17].

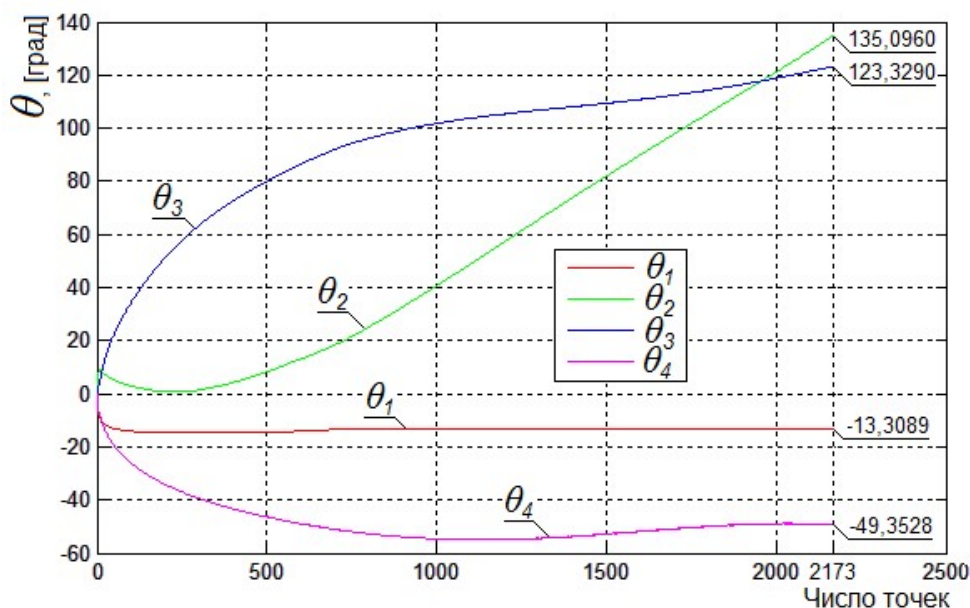


Рис. 6. Графики обобщенных координат при траекторном движении

**Сингулярные точки.** У рассматриваемого манипулятора сингулярные точки в рабочей зоне проявляют себя как «мертвые» точки. По аналогии с кривошипно-шатунным механизмом, при одном лишь отличии, в этих точках невозможно угловое движение по изменению ориентации антенны строго в плоскости дифферента. Если зве-

нья манипулятора обозначить указателями вращения, показанными на рисунке 7, то видно, что конфигурации звеньев манипулятора в «мертвых» точках образуются в случае одновременного совпадения направлений указателей с плоскостью дифферента.

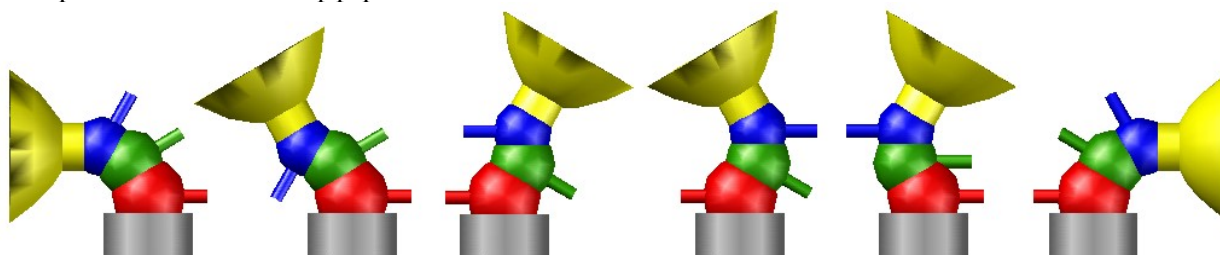


Рис. 7. Конфигурации звеньев манипулятора в «мертвых» точках

Из рисунка 7 видно, что число «мертвых» точек равно шести и они соответствуют углам дифферента антенны, указанным в таблице 2. Если манипулятор поворачивать по курсу относительно вектора  $\vec{e}_i$ , согласно векторной модели, то

в плоскостях параллельных плоскости XZ получим шесть окружностей, состоящих из «мертвых» точек.

Таблица 2

**Сингулярные точки «мертвого» типа.**

	Сингулярные точки в плоскости дифферента					
Положение указателей						
Угол дифферента	0	60	120	180	120	60

Чтобы при управлении антенной не попадать в «мертвые» точки, в методе МКПС предусмотрен автоматический обход таких точек. Индикатором попадания в «мертвую» точку в методе являются условия компланарности или коллинеар-

ности соответствующих векторов согласно теоремам в [15] и алгоритму в [16] для всех звеньев одновременно. Это условие соответствует нулевым значениям итерационных шагов для всех звеньев. В этом случае обход «мертвых» точек происходит посредством изменения обобщенных

координат на заданные малые углы, что соответствует малому изменению конфигурации звеньев манипулятора в этих точках. При подсчете обобщенных координат, также учитываются заданные малые углы, используемые для выхода из «мертвых» точек. Окончательную формулу для итерационного процесса нахождения обобщенной координаты для  $i$ -ого звена  $q_i$  можно записать в виде линейной комбинации  $q_i = q_{i0} + \sum \Delta q_i + \sum \delta q_i$ , где  $i = 1, \dots, n$ ,  $n$  – число звеньев манипулятора,  $q_{i0}$  – начальное значение обобщенной координаты,  $\Delta q_i$  – приращения к  $i$ -й обобщенной координате равные итерационным шагам согласно теоремам в [15],  $\delta q_i > \varepsilon_{\text{зад}}$  – заданное малое значение угла для обхода «мертвых» точек и  $\varepsilon_{\text{зад}}$  – заданная точность определения обобщенных координат для звеньев манипулятора. Суммирование в первом случае происходит по числу итераций, а во втором случае по числу «мертвых» точек, встретившихся на пути движения манипулятора.

**Выводы.** В работе рассмотрено применение метода «конечного поворота и смещения» для получения желаемых значений обобщенных координат звеньев манипулятора для системы управления при управлении ориентацией параболической антенны посредством решения ОЗК.

Показано траекторное движение манипулятора с антенной и прохождение манипулятора через сингулярные точки.

Дана оценка времени решения ОЗК.

По алгоритму метода разработано общее программное обеспечение решения ОЗК для произвольного числа звеньев манипулятора, связанных кинематическими парами пятого класса с произвольным направлением осей в виде динамически подключаемой библиотеки, содержащей необходимые подпрограммы для организации решения ОЗК, и частное для конкретного манипулятора в виде исходных данных.

Исходными данными для метода являются векторная модель манипулятора, значения конструктивных ограничений обобщенных координат и признаки, отображающие свойства кинематических пар по виду и по классам.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Патент РФ 95110669/28, 1993.09.03 Вассен Вильгельмус Мари Херманус, Гроененбоом Альберт Устройство для трехмерного ориентирования объекта // Патент России №2107863. 1998.  
[https://yandex.ru/patents/doc/RU2107863C1\\_19980327](https://yandex.ru/patents/doc/RU2107863C1_19980327)
2. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem // Graphical Models. 2011. Vol. 73. Iss. 5. Pp. 243–260. doi: 10.1016/j.gmod.2011.05.003
3. Aristidou A., Lasenby J. Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver. Cambridge University Engineering Department (CUEDF-INFENG, TR-632). 2009. 60 p.
4. Canutescu A.A., Dunbrack Jr. R.L. Cyclic coordinate descent: A robotics algorithm for protein loop closure // Protein Science. 2003. Vol. 12, Iss. 5. Pp. 963–972. doi: 10.1110/ps.0242703
5. Wang L.-C.T., Chen C.C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1991. Vol. 7 (4). Pp. 489–499. doi: 10.1109/70.86079
6. Welman C. Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation. Master Dissertation, Simon Fraser University, Department of Computer Science, 1993. 77 p.
7. Balestrino A., De Maria G., Sciavicco L. Robust control of robotic manipulators // IFAC Proceedings Series. 1985. Pp. 2435–2440.
8. Wolovich W.A., Elliott H. A computational technique for inverse kinematics // Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. 1984, Pp. 1359–1363.
9. Orin D., Schrader W. Efficient computation of the jacobian for robot manipulators // The International Journal of Robotics Research. 1984. Vol. 3, Iss. 4. Pp. 66–75. doi: 10.1177/027836498400300404
10. Wampler C. Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1986. Vol. 16, Iss. 1, Pp. 93–101. doi: 10.1109/TSMC.1986.289285
11. Baillieul J. Kinematic programming alternatives for redundant manipulators // Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1985. 1087234. Pp. 722–728. doi: 10.1109/ROBOT.1985.1087234
12. Buss S. Selectively damped least squares for inverse kinematics // Journal of Graphics Tools. 2005. Vol. 10(3). Pp. 37–49. DOI: 10.1080/2151237X.2005.10129202
13. Brown J., Latombe J.-C., Montgomery K. Realtime knot-tying simulation // The Visual Computer: International J. of Computer Graphics. 2004. Vol. 20 (2). P. 165–179.
14. Müller-Cajar R., Mukundan R. Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics. Proceedings of Image and Vision Computing. 2007, December, Hamilton, New Zealand. Hamilton, 2007, Pp. 181–186. <http://ir.canterbury.ac.nz/handle/10092/743>, Date of the application 01.02.2016.

15. Данилов А.В., Кропотов А.Н., Трифонов О.В. Общий подход к решению обратной задачи кинематики для манипулятора последовательной структуры с помощью конечного поворота и смещения // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 81. Режим доступа: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-81> (дата обращения: 20.02.2019)

16. Данилов А.В., Кропотов А.Н., Трифонов О.В. Применение метода конечного поворота и смещения для манипулятора последовательной

структуры с кинематическими парами пятого класса // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2018. № 107. Режим доступа: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-107> (дата обращения: 20.02.2019)

17. Данилов А.В. Видеофайлы. Визуализация траекторного движения модели манипулятора с параболической антенной. [Электронный ресурс] Режим доступа: [www.sasha-dan.ru/antenna.html](http://www.sasha-dan.ru/antenna.html) (дата обращения: 01.10.2019)

#### Информация об авторах

**Данилов Александр Владимирович**, младший научный сотрудник НИИСМ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: [157304@rambler.ru](mailto:157304@rambler.ru). Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет). Россия, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, дом 5, с. 1.

Поступила в декабре 2019 г.

© Данилов А.В., 2019

**Danilov A.V.**

Moscow State Technical University named after N.E. Bauman

Russia, 105005, Moscow, 2nd Baumanskaya st., 5/1.

E-mail: [157304@rambler.ru](mailto:157304@rambler.ru)

## APPLICATION OF THE «FINITE ROTATION AND DISPLACEMENT» METHOD TO CONTROL THE PARABOLIC ANTENNA

**Abstract.** The article deals with the application of the "finite rotation and displacement" method (FRDM) which can find the desired values of the generalized coordinates for the control system of a parabolic antenna. The special manipulator of a sequential structure with sufficient rigidity is used to control the parabolic antenna. The rigidity of this manipulator is ensured by use of links in the form of spherical shells and bearings located along the perimeter of each shell in the rotation plane of each link. It allows to optimally place the material of the manipulator's design and to obtain sufficient rigidity with minimal weight. The manipulator consists of four links connected by fifth class kinematic pairs with an arbitrary inclination of the axes. For this task the antenna's orientation is important without taking into account the small displacement of its position during the process of its orientation. The FRDM method provides both orientation and position. It is based on determining the precise and optimal iterative steps for each degree of mobility, providing maximum approximation to the specified orientation parameters of the parabolic antenna. According to the method's algorithm, the software is developed consisting of subprograms for organizing a general solution of the inverse kinematics for an arbitrary number of links and a particular one for a manipulator in the form of source data. The initial data are the vector model of the manipulator, the values of the structural constraints of the generalized coordinates, and the characteristics of kinematic pairs by type and class.

**Keywords:** "finite rotation and displacement" method, manipulator, inverse kinematics, parabolic antenna.

### REFERENCES

1. Patent RF 95110669/28, 1993.09.03 Vaassen Vil'gel'mus Mari Hermanus, Groenenboom Al'bert Ustrojstvo dlya trekhmernogo orientirovaniya ob"ekta. Patent Rossii No. 2107863. 1998.

2. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem. Graphical Models. 2011. Vol. 73. Iss. 5. Pp. 243–260. doi: 10.1016/j.gmod.2011.05.003

3. Aristidou A., Lasenby J. Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver.

Cambridge University Engineering Department (CUEDF-INFENG, TR-632). 2009. 60 p.

4. Canutescu A.A., Dunbrack Jr. R.L. Cyclic coordinate descent: A robotics algorithm for protein loop closure. Protein Science. 2003. Vol. 12, Iss. 5. Pp. 963–972. doi: 10.1110/ps.0242703

5. Wang L.-C.T., Chen C.C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators. IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1991. Vol. 7 (4). Pp. 489–499. doi: 10.1109/70.86079

6. Welman C. Inverse kinematics and

geometric constraints for articulated figure manipulation. Master Dissertation, Simon Fraser University, Department of Computer Science, 1993. 77 p.

7. Balestrino A., De Maria G., Sciavicco L. Robust control of robotic manipulators. IFAC Proceedings Series. 1985. Pp. 2435–2440.

8. Wolovich W.A., Elliott H. A computational technique for inverse kinematics. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. 1984, Pp. 1359–1363.

9. Orin D., Schrader W. Efficient computation of the jacobian for robot manipulators. The International Journal of Robotics Research. 1984. Vol. 3, Iss. 4. Pp. 66–75. doi: 10.1177/027836498400300404

10. Wampler C. Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1986. Vol. 16, Iss. 1, Pp. 93–101. doi: 10.1109/TSMC.1986.289285

11. Baillieul J. Kinematic programming alternatives for redundant manipulators. Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1985. 1087234. Pp. 722–728. doi: 10.1109/ROBOT.1985.1087234

12. Buss S. Selectively damped least squares for inverse kinematics. Journal of Graphics Tools. 2005. Vol. 10(3). Pp. 37–49. DOI: 10.1080/2151237X.2005.10129202

13. Brown J., Latombe J.-C., Montgomery K. Realtime knot-tying simulation. The Visual Computer: International J. of Computer Graphics. 2004. Vol. 20 (2). Pp. 165–179.

14. Müller-Cajar R., Mukundan R. Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics. Proceedings of Image and Vision Computing. 2007, December, Hamilton, New Zealand. Hamilton, 2007, Pp. 181–186. Режим доступа:

<http://ir.canterbury.ac.nz/handle/10092/743>, Дата обращения 01.02.2016.

15. Danilov A.V., Kropotov A.N., Trifonov O.V. Obshchij podhod k resheniyu obratnoj zadachi kinematiki dlya manipulyatora posledovatel'noj struktury s pomoshch'yu konechnogo povorota i smeshcheniya [A general approach to solving the inverse kinematics problem for a serial structure manipulator using finite rotation and displacement]. Preprinty IPM im. Keldysha. 2018. No. 81. Access mode:

<http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-81> (date of access: 02.20.2019). (rus)

16. Danilov A.V., Kropotov A.N., Trifonov O.V. Application of the finite rotation and displacement method for a sequential-structure manipulator with kinematic pairs of the fifth class [Primenenie metoda konechnogo povorota i smeshcheniya dlya manipulyatora posledovatel'noj struktury s kinematicheskimi parami pyatogo klassa]. Preprinty IPM im. Keldysha. 2018. No. 107. Access mode: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-107> (date of access: 02.20.2019). (rus)

17. Danilov A.V. Videofajly. Vizualizaciya traektorного dvizheniya modeli manipulyatora s parabolicheskoy antennoj. Rezhim dostupa: [www.sasha-dan.ru/antenna.html](http://www.sasha-dan.ru/antenna.html) (data obrashcheniya: 01.10.2019)

#### *Information about the authors*

**Danilov, Alexander V.** Junior Researcher. E-mail: 157304@rambler.ru. Moscow State Technical University named after N.E. Bauman, Russia, 2-ya, 5/1 Baumanskaya str., Moscow Postcode, 105005, Russia.

---

*Received in Desember 2019*

#### **Для цитирования:**

Данилов А.В. Применение метода «конечного поворота и смещения» в управлении параболической антенной // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 12. С. 162–169. DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-12-162-169

#### **For citation:**

Danilov A.V. Application of the «Finite rotation and displacement» method to control the parabolic antenna. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2019. No. 12. Pp. 162–169. DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-12-162-169