

ЧИСЛЕННЫЙ СИНТЕЗ ИОНОГРАММ В ГОРИЗОНТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОЙ ИОНОСФЕРЕ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ КОМБИНИРОВАННОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО СЛОЯ

NUMERICAL SYNTHESIS OF IONOGRAMS IN HORIZONTALLY INHOMOGENEOUS IONOSPHERE ON THE BASIS OF COMPOUND PARABOLIC LAYER MODEL

О.А. Ларюнин

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, laroleg@inbox.ru*

O.A. Laryunin

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, laroleg@inbox.ru*

Аннотация. Появление серпообразных особенностей на ионограммах связано с прохождением перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ), которые приводят к образованию горизонтальных градиентов электронной концентрации ионосферы и, соответственно, к боковым отражениям лучей при радиозондировании. Обсуждаются возможности сокращения времени расчета при численном синтезе ионограмм вертикального зондирования. Предложена модель комбинированного параболического слоя, которая позволяет использовать в расчетах аналитические выражения для траекторных характеристик. Исследованы изменения формы трека ионограммы, к которым приводит варьирование параметров ПИВ.

Ключевые слова: ионосфера, вертикальное зондирование, ионограмма.

Abstract. Characteristic U-shaped traces (cusps) on ionograms have been identified as off-angle echoes from sloping electron density contours caused by the presence of traveling ionospheric disturbances (TIDs). Dynamics of the cusps is associated with horizontal drift of the disturbances.

A potential for reducing calculation time in numerical synthesis of vertical ionograms is under discussion.

Since numerical ray tracing is expensive in terms of computer time, we have developed simplified formulation for this study. The suggested model of compound parabolic layer allows us to analytically calculate ray paths. Changes in the shape of the ionogram cusp caused by varying TID characteristics are examined.

Keywords: ionosphere, vertical sounding, ionogram.

ВВЕДЕНИЕ

На ионограммах вертикального и слабонаклонного зондирования можно часто наблюдать дополнительный трек (cusp), называемый серпом и свидетельствующий о наличии перемещающегося ионосферного возмущения (ПИВ) (рис. 1).

Обычно серп перемещается в сторону меньших частот и меньших групповых задержек (вниз и влево вдоль трека ионограммы), трансформируясь со временем в перегиб основного трека ионограммы [Данилкин и др., 1987; Крашенинников, Лянной, 1991]. Еще в середине прошлого века было установлено [Munro, Heisler, 1956], что появление серпообразных особенностей на ионограммах связано с прохождением ПИВ, которые приводят к образованию горизонтальных градиентов электронной концентрации ионосферы и, соответственно, к боковым отражениям лучей при радиозондировании.

Аналогичным образом боковые отражения приводят к формированию так называемых межмодовых треков на ионограмме (рис. 2). Они, подобно серпам, перемещаются по ионограмме, смещаясь со временем вверх между практически неподвижными вторым и третьим «кратниками» (треками двукратного и трехкратного отражения, рис. 2, а–в). Для объяснения данного эффекта в работе [Lynn et al., 2013] используется модель наклонной отражающей структуры (tilted ionospheric reflector), которая схематически пока-

зана дугой окружности на рис. 2, г. Данная структура приводит к переотражению от земной поверхности. Движение данной структуры в пространстве приводит к смещению межмодового трека на ионограмме.

Для численного моделирования в данной работе используется метод геометрической оптики (ГО) без учета магнитного поля Земли. В основу метода положено предположение о незначительности изменения показателя преломления на расстоянии одной длины волны. Данное допущение в ионосфере, как правило, выполняется. Метод ГО оперирует траекториями лучей, вдоль которых происходит распространение потоков энергии. Для построения траектории проводится интегрирование системы лучевых уравнений (см. далее). При этом возникающая особенность в точке отражения волны оказывается интегрируемой.

Траекторный синтез показывает [Ларюнин и др., 2014], что при моделировании серпообразных особенностей различные модели ПИВ могут давать хорошее соответствие экспериментальным ионограммам. Фактически, различия между способами задания горизонтального градиента не имеют критического характера и выбор обычно сводится к вопросу удобства работы с конкретной моделью. Так, адекватными, в частности, представляются следующие модели.

1. Модель волнообразного возмущения (здесь прохождение одного серпа на ионограмме будет соответствовать одному периоду ПИВ, см. [Munro, Heisler, 1956]):

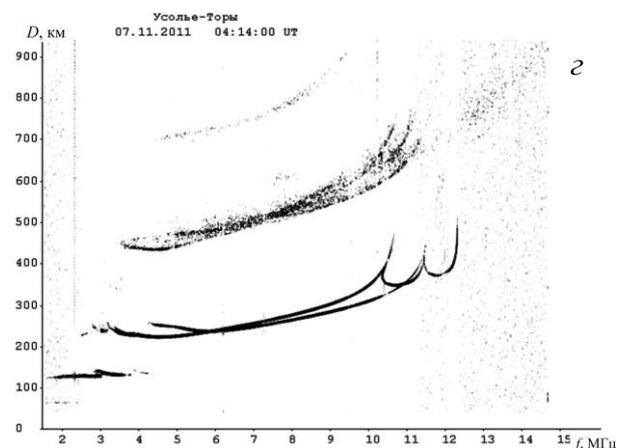
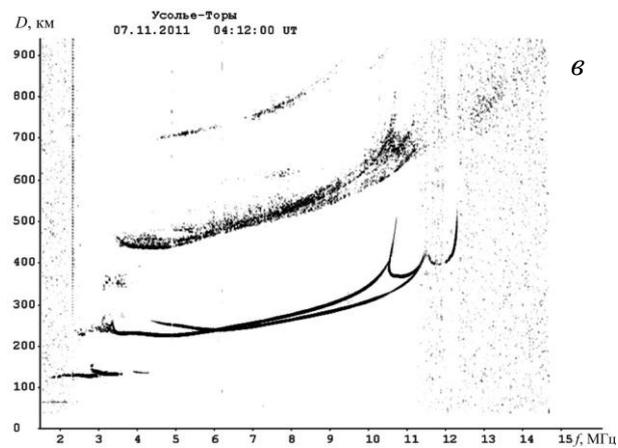
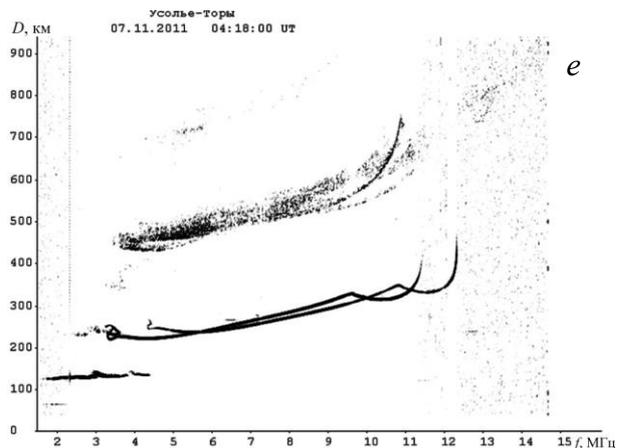
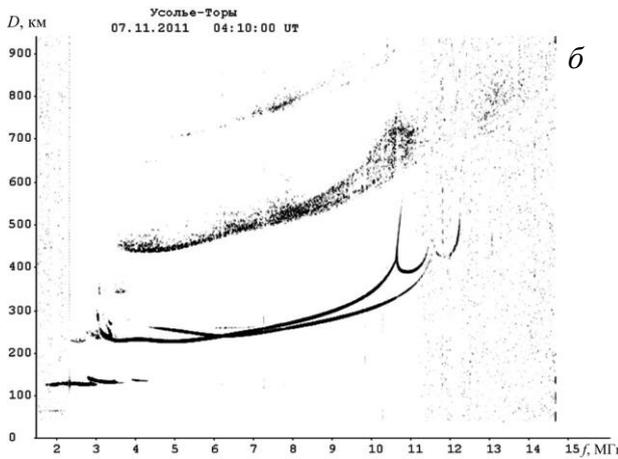
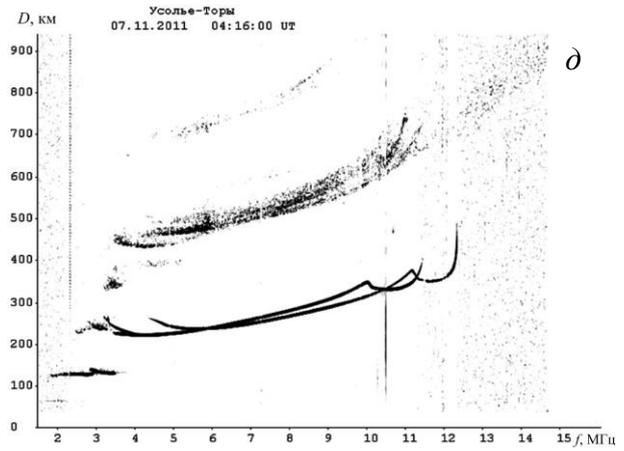
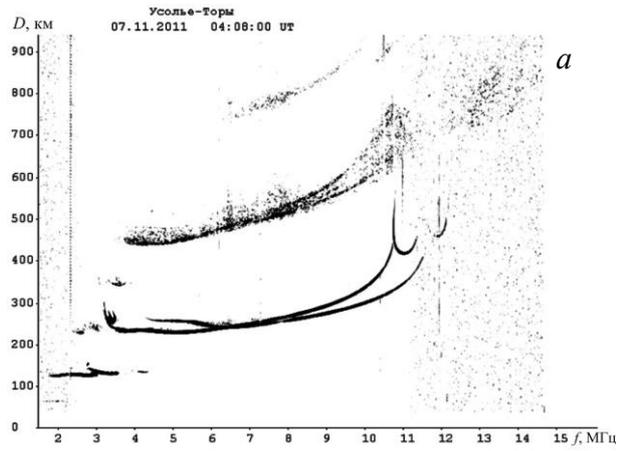


Рис. 1. Эволюция серпа на ионограммах слабо-наклонного зондирования 7 ноября 2011 г. Данные представлены с 4:08 по 4:18 UT с интервалом 2 мин. Дальность трассы — 120 км

$$N(z, x, t) = N_0(z) (1 + \delta \cos(k_z z + k_x x - (2\pi/T)t + \Phi_0)), \quad (1)$$

где N — электронная концентрация как функция координат и времени; δ — интенсивность ПИВ; $k_x = (2\pi/\Lambda) \sin \gamma$, $k_z = (2\pi/\Lambda) \cos \gamma$ — компоненты волнового вектора ПИВ с длиной волны Λ ; T — период ПИВ; Φ_0 — начальная фаза; угол γ задает направление фазовой скорости возмущения.

2. Модель наклонного слоя, где спад электронной концентрации в направлении, перпендикулярном фронту, описывается законом Гаусса:

$$N(x, z) = N_0(z) \left[1 + \delta \times \exp \left[- \left(\frac{(z - z_0) \cos \psi + (x - x_0) \sin \psi}{z_b} \right)^2 - \left(\frac{(x - x_0) \cos \psi + (z - z_0) \sin \psi}{x_b} \right)^2 \right] \right], \quad (2)$$

где $N_0(z)$ — фоновый профиль электронной концентрации; ψ — угол наклона возмущения; x_0, z_0 — координаты любой точки в максимуме возмущения ($z_0 = a + x_0 \tan \psi$, где a — произвольный параметр); z_b — масштаб возмущения; $x_b \gg z_b$.

Так, в работе [Ларюнин и др, 2014] указано, что результаты моделирования на основе выражения (2)

дают достаточно хорошее совпадение с экспериментальными данными. Была показана также возможность подбора параметров модели (2) под наилучшее совпадение с экспериментальными ионограммами.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Траекторный синтез высотно-частотных характеристик в условиях горизонтально-неоднородной ионосферы связан с необходимостью выполнять пристрелку на заданную дальность, что представляет собой довольно ресурсоемкую задачу: для определения одной точки ионограммы необходимо выполнить расчет семейства траекторий в заданном диапазоне углов с достаточно малым шагом.

Таким образом, фитирование, которое сводится к перебору четырех параметров $\delta, \chi_0, \psi, z_b$, даже для сравнительно простой модели вида (2) связано с определенными вычислительными трудностями.

Целесообразно еще более упростить модель среды, для того чтобы выявить базовые закономерности, касающиеся зависимости формы серповидной части ионограммы от параметров горизонтально-неоднородной ионосферы. Для ускорения траекторных расчетов воспользуемся тем обстоятельством, что для модели параболического слоя ионосферы (3) траектории лучей в двумерном пространстве в изотропном приближении могут быть получены аналитически (см. прил. 1) [Еременко и др., 2007];

$$f_p^2(z) = f_c^2 \left[1 - \left(\frac{z - z_m}{y_m} \right)^2 \right], \tag{3}$$

где z — вертикальная координата, f_c — критическая частота, z_m — высота максимума слоя, y_m — полутолщина слоя.

На рис. 3, а проиллюстрировано использование модели комбинированного параболического слоя. Траектории «туда» (от источника до точки отражения) и «обратно» (от точки отражения до приемника) идентичны и на рисунке сливаются. Жирными линиями показаны характерные «пристрелочные» траектории лучей, отвечающие двум различным рабочим частотам. Пунктирная прямая разделяет ионосферу на две части. Область ниже пунктира — параболический слой (3). Нахождение точки А (или В) сводится к численному решению трансцендентного уравнения $z_1(x) = z_2(x)$, где

$$z_1(x) = A_1 \exp\left(\frac{\Omega x}{\cos \varphi_0}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{\Omega x}{\cos \varphi_0}\right) + z_m, \tag{4a}$$

$$z_2(x) = z_0 - x \operatorname{tg} \psi. \tag{4б}$$

Уравнение (4а) задает траекторию луча в области ниже пунктира, константы A_1, A_2 и Ω определяются параметрами параболического слоя (3) и рабочей частотой (см. прил. 1). Соотношение (4б) определяет линию раздела базового и надстроенного слоев: параметры z_0 и ψ определяют положение и наклон пунктирной линии, играющей роль условной границы ионосферного возмущения. Далее при моделировании уменьшение со временем параметра z_0 , т. е. опускание слоя-надстройки (это эквивалентно его движению влево, рис. 3, а), повлечет за собой сползание серпа вниз, а наклон ψ будет определять форму

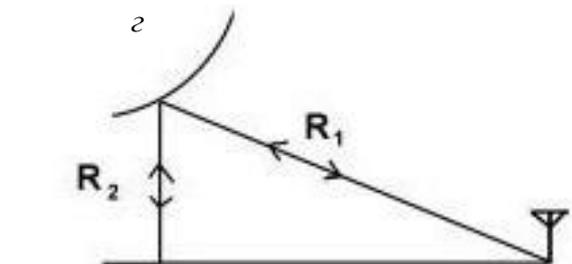
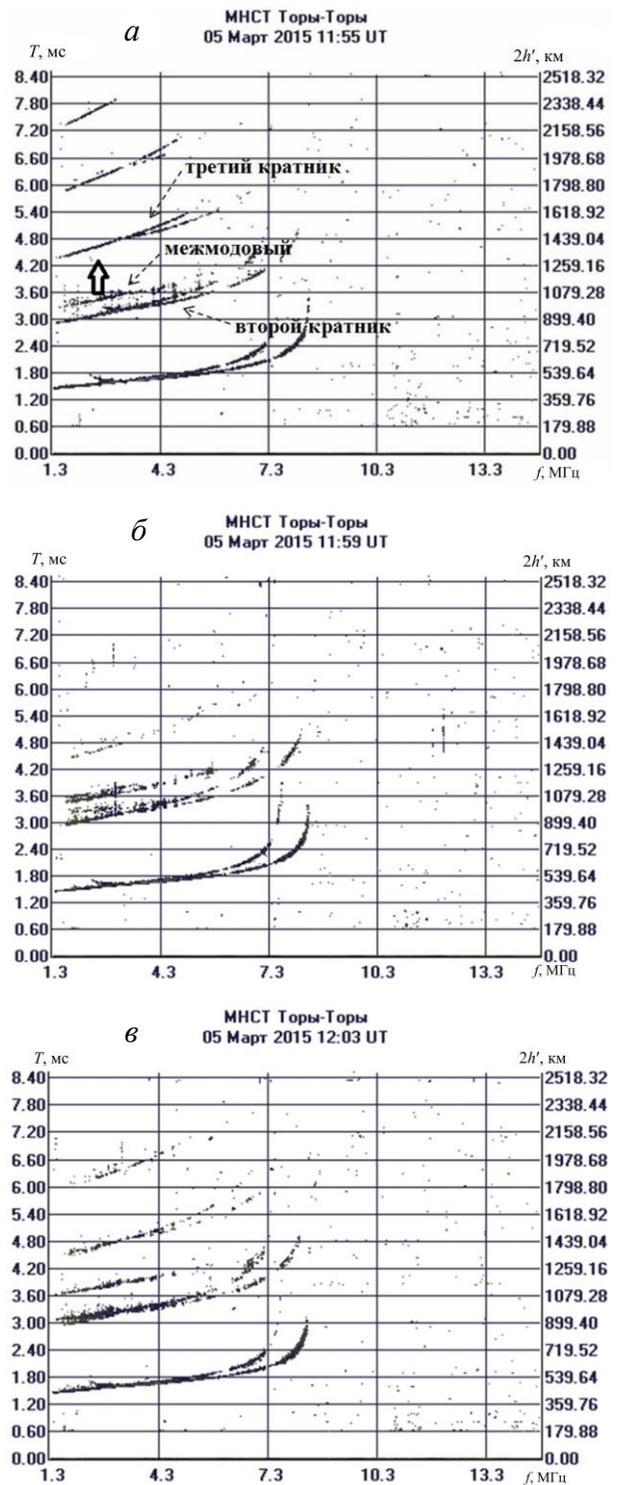


Рис. 2. Динамика межмодового трека на ионограммах (а–в); схематичное изображение соответствующего ПИВ (из работы [Lynn et al., 2013]) (з)

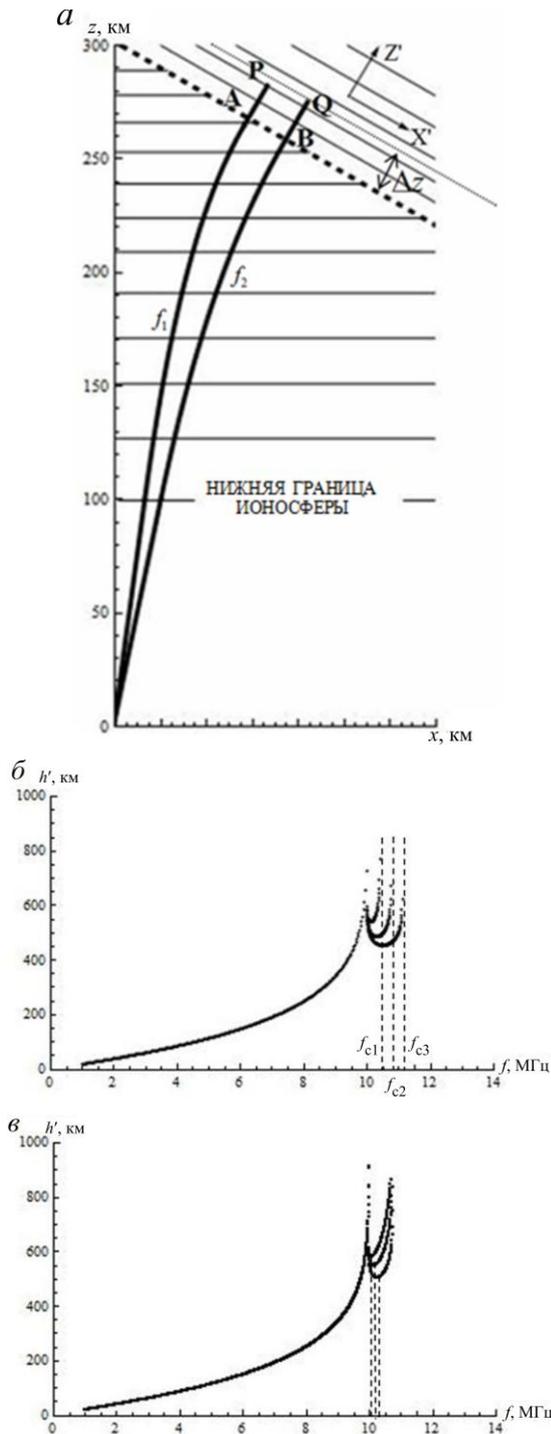


Рис. 3. Модель комбинированного параболического слоя (а); варьирование интенсивности возмущения (б); варьирование масштаба возмущения (в)

серпа. Пристрелка на нулевую дальность в данном случае сводится к тому, что перебором начальных углов излучения \$\varphi_0\$ мы добиваемся пересечения траекторий с пунктиром под углом \$90^\circ\$.

Будем полагать, что лучи, входя по нормали в область выше пунктира, распространяются прямолинейно вдоль оси \$Z'\$ (рис. 3, а, участки траекторий \$AP\$ и \$BQ\$) в новом параболическом слое, который имитирует профиль на рис. 4, б. Максимальная плазменная частота в слое-надстройке будет на относительную величину \$\delta\$ выше фоновой, где под фоновой

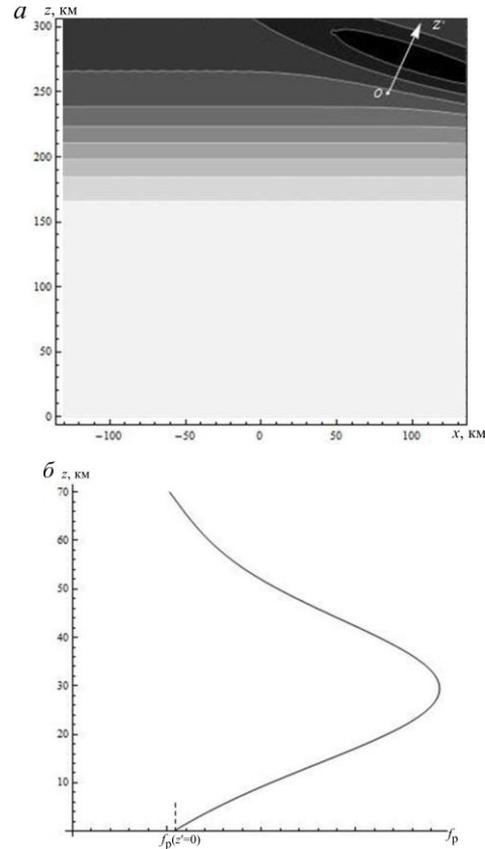


Рис. 4. Формирование боковых отражений за счет горизонтальных градиентов электронной концентрации: а — распределение электронной концентрации в возмущенной ионосфере для модели (2), ось \$Z'\$ повернута на угол \$\psi\$ к вертикали; б — профиль плазменной частоты в направлении оси \$Z'\$

понимается значение в точке входа лучей (А или В, рис. 3, а). Так, если плазменная частота в точке А равна \$f_p(z_A)\$, лучи \$AP\$ и \$BQ\$ будут распространяться в параболических слоях вида

$$f_{pl}^2(z') = f_{cl}^2 \left[1 - \left(\frac{z' - z'_m}{y'_m} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где \$f_{c1} = f_p(z_A)(1 + \delta)\$ для \$AP\$ и соответственно \$f_{c1} = f_p(z_B)(1 + \delta)\$ для \$BQ\$.

Поскольку \$f_p(z_A) \neq f_p(z_B)\$, критическая частота \$f_{c1}\$ слоя-надстройки будет зависеть от точки входа в него.

Высота максимума слоя (5) \$z'_m\$ в системе координат \$X'OZ'\$ сдвинута на величину \$\Delta z\$ относительно точки входа в слой (рис. 3, а), так что \$\Delta z\$ является аналогом масштаба \$z_b\$ в (2). Целесообразно положить параметр \$\Delta z\$ постоянным, так что вне зависимости от точки входа точки максимума слое-надстроек образуют прямую (показана точками на рис. 3, а), параллельную границе возмущения. Другими словами, мы полагаем, что лучу на определенной рабочей частоте соответствует точка входа А (т. е. именно в этой точке траектория луча образует нормаль с линией раздела), после которой он движется в надстроенном слое вида (5). Для другой рабочей частоты вход в возмущение под прямым углом будет отвечать уже точке В и соответствующий надстроенный слой будет иметь другую критическую частоту \$f_{c1}\$ и другое значение \$y'_m\$. Масштаб \$\Delta z\$

при этом останется неизменным, так что никакие отраженные лучи в надстроенном слое не могут пересечь прямую, показанную точками на рис. 3, а, тогда как, например, луч ВQ, подходящий к этой прямой максимально близко, даст вклад в правую асимптоту серпа. Описанную ситуацию наилучшим образом иллюстрирует рис. 4, а, где перпендикуляр к прямой OZ', проходящий через центр возмущения и отвечающий максимальным электронным концентрациям, аналогичен прямой, показанной точками на рис. 3, а.

Из условия непрерывности в точке сшивки слоев нетрудно получить

$$f_p^2(z_A) = f_p^2(z_A)(1+\delta)^2 \left[1 - \left(\frac{z_A - (z_A + \Delta z)}{y'_m} \right)^2 \right]$$

или для полутолщины $y'_m = \Delta z \frac{1+\delta}{\sqrt{2\delta + \delta^2}}$.

Отметим, что, так как критическая частота f_{c1} в (5) определяется интенсивностью возмущения δ , ширина серпа на ионограмме будет монотонно зависеть от δ . Этот вывод далее подтвержден моделированием.

Поскольку $f_p(z_A) > f_p(z_B)$, лучи AP и BQ фактически распространяются в разных средах, т. е. среда-надстройка, строго говоря, не является слоистой в системе координат X'OZ' и предположение о прямолинейности распространения в ней является лишь приближением. Тем не менее, моделирование показывает, что описанный метод достаточно хорошо имитирует распространение в модели (2) и соответственно находится в согласии с экспериментом.

Комбинированный параболический слой представляет собой развитие идеи авторов [Lynn et al., 2013] о наклонной отражающей структуре. В предложенной редакции отражатель полупрозрачный, его отражающие свойства зависят от рабочей частоты таким образом, что лучи на частотах вблизи f_{c1} набирают большой групповой путь, а на частотах выше f_{c1} не испытывают отражения. Это, в частности, позволяет описать образование правой асимптоты серпа на ионограммах.

**ПРЯМАЯ ЗАДАЧА:
ЗАВИСИМОСТЬ ФОРМЫ
СЕРПА ОТ ПАРАМЕТРОВ ПИВ**

Моделирование показывает, что увеличение интенсивности возмущения δ приводит к уширению серпа на ионограмме. На рис. 3, б приведены результаты моделирования для базового слоя вида (3), где $f_c=10$ МГц, $z_m=300$ км, $y_m=200$ км (данный профиль показан на рис. 5, а, кривая 2), и надстроенного слоя (5), где $\Delta z=25$ км, наклон границы раздела $\psi=30^\circ$ и δ принимает значения 6, 10 и 14 %.

На рис. 3, в параметр Δz принимает значения 25, 40 и 55 км при $\delta=10$ %. Можно видеть, что рост Δz приводит к смещению точки минимума серпа влево при его неизменной ширине.

Изменение угла наклона возмущения ψ аналогично параметру δ приводит к изменению ширины серпа. Данная неоднозначность потенциально усложняет решение обратной задачи определения параметров ПИВ по форме серпа — два различных параметра дают одинаковую закономерность.

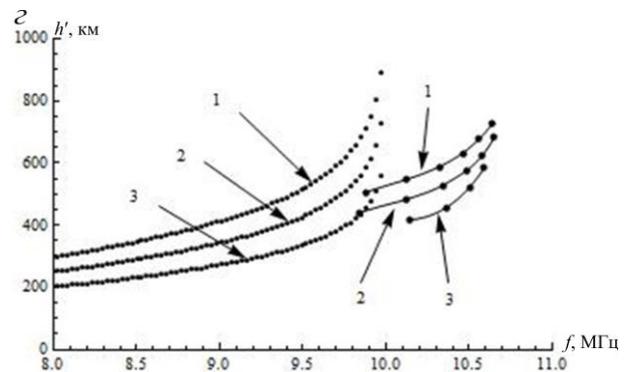
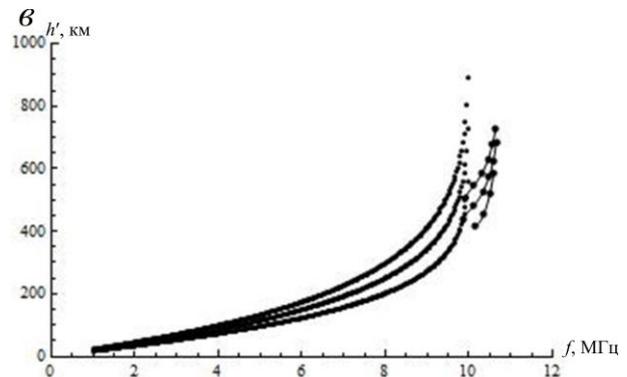
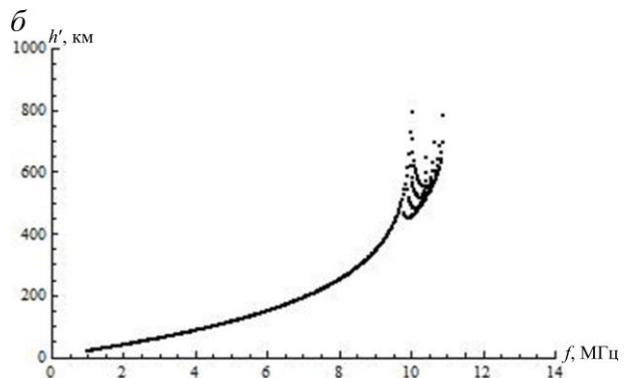
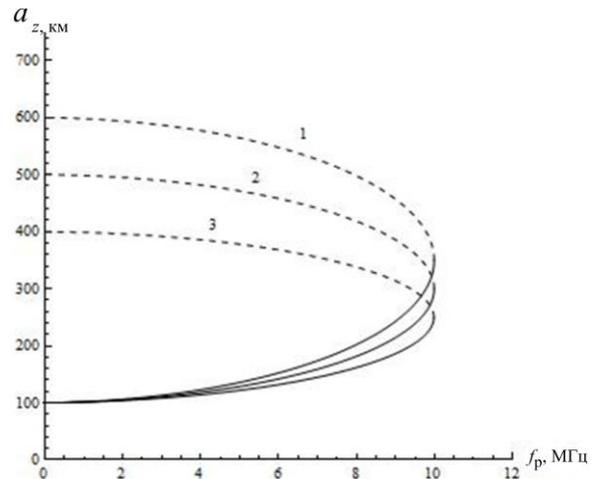


Рис. 5. Синтез ионограмм с серповидными треками

Особый интерес представляет исследование динамики ПИВ по последовательности экспериментальных ионограмм. Сползание серпа на рис. 1 связано с движением ПИВ, и в рамках модели комбинированного слоя это соответствует смещению слоя-надстройки на рис. 3, а. Полагая, что граница

раздела смещается параллельно самой себе ($\psi = \text{const}$), а также равномерно ($x_0(t) = V_x t$ или $z_0(t) = V_z t$, где $V_z = V_x \text{tg} \psi$), рассмотрим динамику синтезированного серпа для различных случаев.

На рис. 5, б показано четыре положения серповидного трека для базового профиля вида 2 (рис. 5, а) и слоя-надстройки $\Delta z = 25$ км, $\delta = 10\%$, $\psi = 30^\circ$, а параметр z_0 , определяющий положение пунктира на рис. 3, а, принимает значения от 310 до 265 с шагом 15 км, т. е шаг по x составляет $15/\text{tg} 30^\circ = 26$ км.

Определим высотно-частотную характеристику серпа как кривую, которую описывает точка минимума серпа (по h') при его сползании. Рисунок 5, в — это увеличенная версия рис. 5, б, где показаны ВЧХ серпа (как результат интерполяции) для трех видов базового профиля (рис. 5, а), соответствие профиля и ВЧХ отмечено цифрами 1, 2 и 3. Можно видеть, что изменение наклона ВЧХ, связанное с изменением высоты максимума базового слоя, приводит к соответствующему изменению наклона ВЧХ серпа, что представляется вполне закономерным. Ясно, что увеличение скорости дрейфа ПИВ приведет к росту скорости скольжения точки минимума серпа по соответствующей ВЧХ.

ОБСУЖДЕНИЕ

При рассмотрении серповидных особенностей на ионограммах автор столкнулся с необходимостью разработки методики, позволяющей существенно ускорить траекторные расчеты при численном синтезе ионограмм в среде с горизонтальными градиентами электронной концентрации. Это представляется особенно актуальным при моделировании ионограмм наклонного зондирования с характерной многолучевостью для трасс дальностью порядка тысяч километров (так называемые Z-образные искажения треков), когда при выполнении пристрелки на заданную дальность необходимо с очень маленьким шагом охватывать широкий диапазон углов. В предложенном методе необходимость выполнения пристрелки по-прежнему сохраняется, однако аппроксимация среды параболическими слоями позволяет избежать численного решения системы лучевых уравнений, так как теперь уравнения траекторий распространения сигнала могут быть получены в явном виде.

Моделирование показало, что синтезированные серпы подобны экспериментальным при значениях интенсивности возмущения порядка 10 % и масштабах порядка десятков километров, что превышает первую зону Френеля. При таких значениях параметров возмущения свойства серпов сохраняют те закономерности, которые наблюдаются при моделировании в условиях ионосферы с гауссовым возмущением (например, уширение серпа при увеличении интенсивности).

Следует отметить, что предложенная методика позволяет успешно имитировать серповидные треки лишь для первой фазы их динамического проявления. Описать последующую фазу, когда серп сливается с основным треком ионограммы, в данном приближении не представляется возможным: данный

переход может быть описан, например, волнообразной моделью или гауссианом. Однако в этом случае при решении обратной задачи определения характеристик ПИВ могут возникнуть трудности. Поскольку обратная задача здесь обычно решается путем многократного решения прямой задачи, т. е. среди множества синтезированных ионограмм выбирается наиболее близко совпадающая с эталонной, оценка параметров ПИВ может занимать необоснованно длительное время. Целесообразно использовать представленный экспресс-метод в качестве первого приближения для оценки параметров ПИВ с последующим возможным переходом к более реалистичным моделям ионосферных возмущений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанная методика позволяет существенно ускорить траекторные расчеты при численном синтезе ионограмм в среде с горизонтальными градиентами электронной концентрации. Показано, что модель комбинированного параболического слоя вполне удовлетворительно соответствует тем моделям неслоистой среды, которые хорошо описывают экспериментальные данные, и, в свою очередь, хорошо согласуется с экспериментом.

В данном контексте закономерной представляется постановка обратной задачи определения параметров ионосферных возмущений по экспериментальным ионограммам, содержащим серповидные треки, однако решение данной задачи связано с определенными трудностями, из которых стоит выделить следующие.

1. На экспериментальных ионограммах не всегда можно четко выделить серповидные треки, обозначить на них асимптоты и точку минимума.
2. Решение прямой задачи показывает, что варьирование двух независимых параметров возмущения может приводить к идентичным изменениям на синтезированной ионограмме.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

В приближении геометрической оптики лучевые уравнения могут быть записаны в виде [Kravtsov, Orlov, 1990]

$$\frac{d^2 \vec{r}}{d\tau^2} = \frac{1}{2} \nabla \varepsilon, \tag{1a}$$

где \vec{r} — радиус-вектор луча, τ — групповой путь волны, $\varepsilon = 1 - \frac{f_p^2}{f^2}$ — показатель преломления среды,

f — рабочая частота, f_p — плазменная частота.

В двумерном случае соотношение (1a) преобразуется в систему уравнений

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}; \quad \frac{d^2 z}{d\tau^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}. \tag{2a}$$

Рассмотрим параболический слой вида

$$f_p^2(z) = f_c^2 \left[1 - \left(\frac{z - z_m}{y_m} \right)^2 \right]. \tag{3a}$$

Для слоистой среды вида (3а) диэлектрическая проницаемость не зависит от горизонтальной координаты, $\partial\epsilon/\partial x=0$, и система (2а) принимает вид [Еременко и др., 2007]

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = 0; \quad \frac{d^2z}{d\tau^2} = \frac{f_c^2}{f^2} \frac{z - z_m}{y_m^2}. \quad (4а)$$

Будем полагать, что луч от источника до начала ионосферы распространяется прямолинейно, а вход луча в ионосферный слой (точка $z=z_m-y_m$) происходит под начальным углом φ_0 к горизонту в начале координат:

$$\begin{aligned} x(\tau=0) &= z(\tau=0) = 0; \\ (dx(\tau=0))/d\tau &= \cos\varphi_0; \\ (dz(\tau=0))/d\tau &= \sin\varphi_0. \end{aligned} \quad (5а)$$

Решение системы (4а) имеет вид

$$x(\tau) = \cos\varphi_0\tau, \quad (6а)$$

$$z(\tau) = A_1 e^{\Omega\tau} + A_2 e^{-\Omega\tau} + z_m, \quad (7а)$$

где $\Omega = \frac{f_c}{f} \frac{1}{y_m}$, а константы A_1 и A_2 определяются из начальных условий (5а):

$$A_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\pm \frac{\sin\varphi_0}{\Omega} - z_m \right).$$

Для траектории окончательно получаем

$$z(x) = A_1 \exp\left(\frac{\Omega x}{\cos\varphi_0}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{\Omega x}{\cos\varphi_0}\right) + z_m. \quad (8а)$$

Групповой путь волны τ_1 при распространении в ионосферном слое определяется условием $z(\tau_1)=0$:

$\tau_1 = \frac{1}{\Omega} \ln \frac{A_2}{A_1}$, а добавка, соответствующая распространению в вакууме до входа в ионосферу, составляет $\tau_0 = \frac{z_m - y_m}{\sin\varphi_0}$.

Автор выражает благодарность А.В. Подлесному за подготовленный экспериментальный материал.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-05-00259.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Данилкин Н.П., Лукин Д.С., Стасевич В.И. Траекторный синтез ионограмм при наличии искусственных ионосферных неоднородностей // Геомагнетизм и аэронаука. 1987. Т. 27. С. 217–224.

Еременко В.А., Крашенинников И.В., Черкашин Ю.Н. Особенности поведения волнового поля радиоизлучения вблизи максимально применимой частоты // Геомагнетизм и аэронаука. 2007. Т. 47, № 3. С. 407–412.

Крашенинников И.В., Лянной Б.Е. Об интерпретации одного вида перемещающегося ионосферного возмущения по ионограммам вертикального радиозондирования // Геомагнетизм и аэронаука. 1991. Т. 31, № 3. С. 427–433.

Ларюнин О.А., Куркин В.И., Подлесный А.В. Использование данных двух близко расположенных ионозондов при диагностике перемещающихся ионосферных возмущений // Электромагнитные волны и электронные системы. 2014. Т. 19, № 1. С. 10–17.

Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. Geometrical Optics of Inhomogeneous Media. Springer-Verlag Publ., 1990, 312 p.

Lynn K.J.W., Otsuka Y., Shiokawa K. Ionogram-based range-time displays for observing relationships between ionosonde satellite traces, spread F and drifting optical plasma depletions // J. Atm. Solar-Terr. Phys. 2013. V. 98. P. 105–112.

Munro G.H., Heisler L.H. Cusp type anomalies in variable frequency ionospheric records // Australian J. Phys. 1956. V. 9. P. 343–357.

REFERENCES

Danilkin N.P., Lukin D.S., Stasevich V.I. Trajectory synthesis of ionograms in the presence of artificial ionospheric inhomogeneities. *Geomagnetism i aeronomiya* [Geomagnetism and Aeronomy]. 1987, vol. 27, pp. 217–224. (In Russian).

Eremenko V.A., Krashenninnikov I.V., Cherkashin Yu.N. Specific behaviour of the radioemission wave field near the maximum usable frequency. *Geomagnetism i aeronomiya* [Geomagnetism and Aeronomy]. 2007, vol. 47, no. 3, pp. 407–412. (In Russian).

Krashenninnikov I.V., Lyannoi B.E. On the interpretation of one type of traveling ionospheric disturbance using vertical incidence ionograms. *Geomagnetism i aeronomiya* [Geomagnetism and Aeronomy]. 1991, vol. 31, no. 3, pp. 427–433. (In Russian).

Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. Geometrical Optics of Inhomogeneous Media. Springer-Verlag Publ., 1990, 312 p.

Laryunin O.A., Kurkin V.I., Podlesnyi A.V. Using two closely-spaced ionosondes in diagnostics of traveling ionospheric disturbances. *Electromagnitnye volny i elektronnye sistemy* [Electromagnetic Waves and Electronic Systems]. 2014, vol. 19, no. 1, pp. 10–17. (In Russian).

Lynn K.J.W., Otsuka Y., Shiokawa K. Ionogram-based range-time displays for observing relationships between ionosonde satellite traces, spread F and drifting optical plasma depletions. *J. Atm. Solar-Terr. Phys.* 2013, vol. 98. pp. 105–112.

Munro G.H., Heisler L.H. Cusp type anomalies in variable frequency ionospheric records. *Australian J. Phys.* 1956, vol. 9, pp. 343–357.