УДК 620.172.242
DOI: 10.30987/1999-8775-2021-8-61-66

А.П. Фот, Е.Н. Рассоха, В.И. Рассоха

РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИИ ПЛАСТИН ЦЕПИ ПРИВОДОВ ГАЗОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Оценены геометрические параметры пластин роликовых цепей, используемые в приводах газораспределительных механизмов автотранспортных средств. Обоснована большой трудоёмкостью предпроектных исследований для выбора типа цепи приводов различных механизмов. Предложены зависимости для определения площади пластин как с формой типа «восьмёрка» внутреннего звена стандартной роликовой (втулочной) цепи, так и пластин с прямыми боковыми гранями и обоснованно выбирать конструкцию приводной цепи для заданных условий эксплуатационного нагружения.

Ключевые слова: двигатель внутреннего сгорания, газораспределительный механизм, пластина, звена цепи, расчет.

A.P. Fot, E.N. Rassokha, V.I. Rassokha

COMPUTATION OF PLATE GEOMETRY OF DRIVE CHAIN FOR VALVE TIMING GEARS OF VEHICLES

The purpose of the study is to evaluate the geometric parameters of the plates of roller chains used in the supply of gas distribution mechanisms of motor vehicles. The method used is an analytical representation of the dependencies of the plate shape. The relevance of the proposed approach is justified by the great complexity of pre-design studies for choosing the type of drive chain of various mechanisms. Main results-dependences are proposed for determining the area of plates both with the "eight" type shape of the inner link of a standard roller (bushing) chain, and plates with straight side faces, and it is reasonable to choose the design of the drive chain for the specified operating loading conditions. Dependencies have a scientific novelty and practical significance when used in the production activities of employees of technological departments and design services of machine-building and auto repair enterprises.

Key words: internal combustion engine, valve timing gear, plate, chain links, computation.

Введение

Цепные передачи используются в приводах газораспределительных механизмов большого количества моделей автотранспортных средств ведущих производителей автомобилей, таких, как: *Audi, Chevrolet, Citroen, Fiat, Ford, Hyundai, Infinity, KIA, Lexus, Mazda, Mercedes, Mitsubishi, Nissan, Opel, Renault, Peugeot, Seat, Scoda, Suzuki, Toyota, Volvo* и др.

В качестве наиболее слабого звена в приводной цепи при ее эксплуатации названы пластины внутренних звеньев, разрушающиеся в результате развития усталостных трещин в области отверстий под втулки шарнира цепи [1]. В связи с этим, большое значение в исследованиях долговечности цепей имеют работы отечественных и зарубежных учёных в области изучения геометрии, трещиностойкости и циклической прочности элементов цепных передач. На основе их анализа были произведены исследования усталостной прочности пластин с проведением численных и физических экспериментов, описанных в работах [2-4] и предложена методика определения долговечности пластин.

Для решения ряда задач при проведении указанных исследований требуется оценить изменение интегрального показателя качества пластин, в частности, объёмов V (равносильных массе) двух пластин различной формы через площади A и толщины s пластин ($V = A\,s$).

Аналитическое определение площади пластин внутреннего звена стандартной роликовой (втулочной) цепи с формой типа «восьмёрка» достаточно сложно. В качестве одного из вариантов для определения площади можно использовать формулу [4]:

$$A_0 = K_1\,(180 - K_2) + 0{,}5\;t\;K_3 - K_4\,(90 - K_2) - \pi\;d_{\text{вт}}^2 / 2, \qquad (1)$$

где: $K_1 = \pi\;0{,}25\;b^2 / 90$, мм^2; $K_2 = arctg\{[0{,}5\;(t^2 + b_1^2 - b^2) / (b - b_1) + b_1] / t\}$, градусах угла; $K_3 = 0{,}5\;(t^2 + b_1^2 - b^2) / (b - b_1) + b_1$, мм; $K_4 = \pi\;[0{,}25\;(t^2 + b_1^2 - b^2) / (b - b_1)]^2 / 90$, мм^2; $d_{\text{вт}}$ – диаметр отверстий в пластине, мм; b и b_1 – наибольшая и наименьшая ширина (часто говорят «высота») пластины, мм; t – шаг цепи, мм.

Однако при b_1, равном b, формула (1) не применима (для пластин с прямыми боковыми гранями).

Поэтому существует необходимость в аналитическом представлении зависимостей для определения площади пластин со сложной формой при всех возможных значениях b_1.

Аналитическое исследование

Схема пластины внутреннего звена цепи с формой типа «восьмёрка» в системе координат представлена на рис. 1.

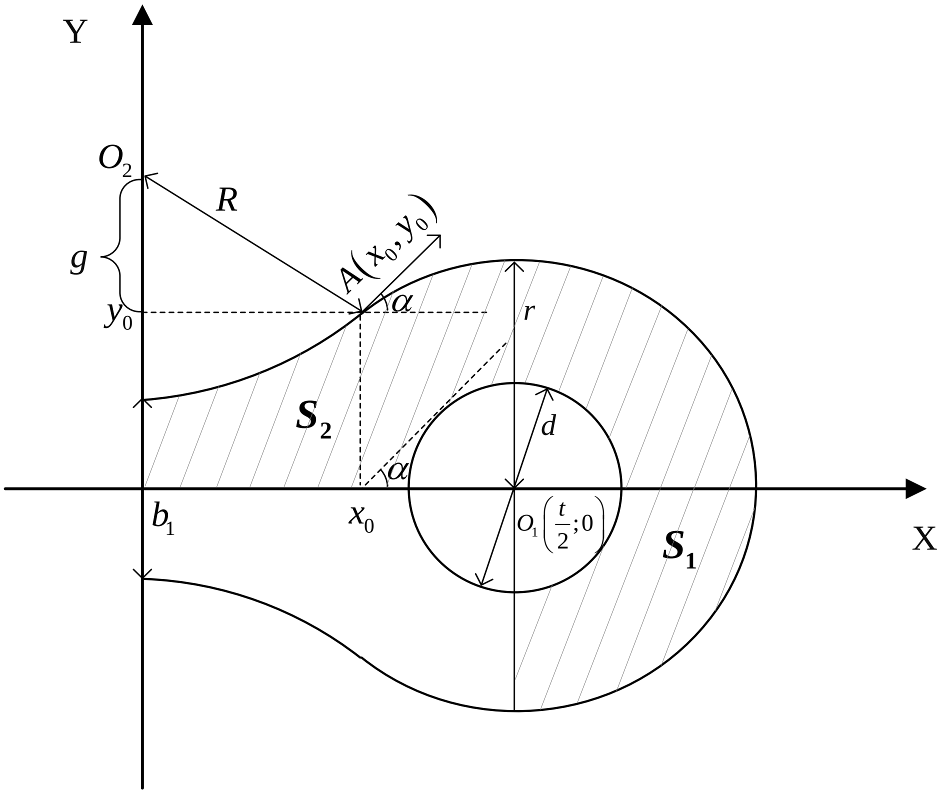

Рис. 1. Схема пластины внутреннего звена цепи с формой типа «восьмёрка»

Обозначим через S_1 площадь внешней части проушины «восьмерки», а через S_2 – площадь половины внутренней части проушины. Тогда полная площадь «восьмерки» находится по формуле:

$$S_{\text{полн}} = 2S_1 + 4S_2,$$

где

$$2S_1 = \pi r^2 - \pi\frac{d^2}{4} = \frac{\pi}{4}(4r^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}(b^2 - d^2);$$

$$S_2 = \int_0^{x_0} f_1 dx + \int_{x_0}^{\frac{t}{2}} f_2 dx - \frac{1}{4}\pi\frac{d^2}{4};$$

здесь: r – полувысота проушины, d – диаметр отверстия в пластине.

Функция $f_2(x)$ – это кривая, расположенная правее точки $A(x_0, y_0)$, где

$A(x_0, y_0)$ – точка пересечения кривых $f_1(x)$ и $f_2(x)$:

$$f_2(x)=\left(x-\frac{t}{2}\right)^2+y^2=r^2.$$

Учитывая, что $f_2(x)$ находится в верхней, то есть в положительной относительно оси OX, части координатной плоскости, то

$$f_2(x)=\sqrt{r^2-\left(x-\frac{t}{2}\right)^2}\text{или } y=\sqrt{r^2-\left(x-\frac{t}{2}\right)^2}.$$

Для того, чтобы найти зависимость $f_1(x)$, задаём координаты точки A – $\{x_0, y_0\}$ и определяем координаты точки O_2 – центра окружности, задающей кривую (расположена левее точки A).

Вектор $\overline{O_1A}$ имеет координаты$\left\{x_0-\frac{t}{2}; y_0\right\}$. Тогда касательный вектор в точке A, перпендикулярный вектору $\overline{O_1A}$, будет иметь координаты$\left\{y_0; \frac{t}{2}-x_0\right\}$. Замечаем, что, с одной стороны, $\left|\overline{O_1A}\right|=r$, а с другой стороны (при использовании координат вектора $\overline{O_1A}$) имеем:

$$\left|\overline{O_1A}\right|=\sqrt{\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2+y_0^2}.$$

Таким образом:

$$r=\sqrt{\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2+y_0^2}\Rightarrow r^2=y_0^2+\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2\Rightarrow y_0=\sqrt{r^2-\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2}.$$

Следовательно, касательный вектор в точке A имеет координаты:

$$\left\{r^2-\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2; \frac{t}{2}-x_0\right\}.$$

Тангенс угла наклона касательной в точке A (или производная в точке A) равен:

$$f'_2(x_0)=\frac{\frac{t}{2}-x_0}{y_0}\text{ или } f'_2(x_0)=\frac{\frac{t}{2}-x_0}{\sqrt{r^2-\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2}}.$$

Обозначим расстояние между точкой y_0 на оси OY и точкой O_2 через g. Видим, что с использованием радиуса округления R центральной части пластины

$$R^2=x_0^2+g^2\Rightarrow g=\sqrt{R^2-x_0^2},$$

а координаты точки O_2 равны:

$$O_2(0, y_0+g)\text{ или } O_2\left(0, \sqrt{r^2-\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2}+\sqrt{R^2-x_0^2}\right).$$

Координаты вектора $\overline{O_2A}$:

$$\overline{O_2A}=\{x_0-0; y_0-(y_0+g)\}\text{ или } \overline{O_2A}=\left\{x_0; -\sqrt{R^2-x_0^2}\right\}.$$

Тогда координаты касательного вектора в точке A для кривой $f_1(x)$ будут равны $\left\{\sqrt{R^2-x_0^2}; x_0\right\}$. Следовательно, тангенс наклона касательной в точке A для $f_1(x)$ или производная $f_1(x)$ в точке A:

$$f'_1(x_0)=\frac{x_0}{\sqrt{R^2-x_0^2}}.$$

Поскольку точка $A(x_0, y_0)$ является общей для кривых $f_1(x)$ и $f_2(x)$, и эти кривые гладкие, то $f'_1(x_0)=f'_2(x_0)$ [5], то есть:

$$\frac{x_0}{\sqrt{R^2-x_0^2}}=\frac{\frac{t}{2}-x_0}{\sqrt{r^2-\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2}}. \qquad (2)$$

Из равенства (2) выразим x_0 через известные данные. Для этого возведём обе части в квадрат и получим:

$$\frac{\frac{t^2}{4}-tx_0+x_0^2}{r^2-\left(x_0-\frac{t}{2}\right)^2}=\frac{x_0^2}{R^2-x_0^2}$$

или

$$x_0^2\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)-tx_0+\frac{t^2}{4}=0.$$

Решив квадратное уравнение относительно неизвестного x_0, получим:

$$x_{0_{1,2}}=\frac{t\pm t\cdot\frac{r}{R}}{2\cdot\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)}.$$

В итоге получаем:

$$x_{0_1} = \frac{t}{2\cdot\left(1-\frac{r}{R}\right)} \quad \text{и} \quad x_{0_2} = \frac{t}{2\cdot\left(1+\frac{r}{R}\right)}.$$

Имеем,

$$x_{0_1} = \frac{t}{2}\left(\frac{1}{1-\frac{r}{R}}\right) > \frac{t}{2}, \text{ поскольку } \frac{1}{1-\frac{r}{R}} > 1;$$

$$x_{0_2} = \frac{t}{2}\left(\frac{1}{1+\frac{r}{R}}\right) < \frac{t}{2}, \text{ поскольку } \frac{1}{1+\frac{r}{R}} < 1.$$

Исходя из геометрического смысла задачи, нас интересует $x_0 = x_{0_2}$, то есть:

$$x_0 = \frac{t}{2\cdot\left(1+\frac{r}{R}\right)} = \frac{Rt}{2(R+r)}.$$

Используя данное решение, получим:

$$y_0 = r\cdot\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}}.$$

Найденные значения x_0, y_0 позволяют получить искомые параметры.

Определим координаты точки O_2:

$$O_2\left(0; \sqrt{(r+R)^2-\frac{t^2}{4}}\right).$$

Определим координаты точки A как:

$$A\left(\frac{t}{2\cdot\left(1+\frac{r}{R}\right)}; r\cdot\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}}\right).$$

Введя обозначение $\sqrt{(r+R)^2-\frac{t^2}{4}} = \rho$, получим:

$$f_1(x) = \rho - \sqrt{R^2-x^2} \text{ или } f_1(x) = \sqrt{(r+R)^2-\frac{t^2}{4}} - \sqrt{R^2-x^2}.$$

Обозначим:

$$I_1 = \int_0^{x_0} f_1(x)dx,\ I_2 = \int_{x_0}^{\frac{t}{2}} f_2(x)dx.$$

Рассмотрим I_1:

$$I_1 = \int_0^{x_0}\left(\rho-\sqrt{R^2-x^2}\right)dx = \int_0^{x_0}\rho dx - \int_0^{x_0}\sqrt{R^2-x^2}dx = \rho x_0 - \int_0^{x_0}\sqrt{R^2-x^2}dx. \quad (3)$$

В равенстве (3) последний интеграл является известным, после его вычисления получим:

$$I_1 = \rho x_0 - \int_0^{x_0}\sqrt{R^2-x^2}dx = \rho x_0 - \frac{1}{2}\left(x_0\sqrt{R^2-x_0^2} + R^2\arcsin\frac{x_0}{R}\right).$$

Подставляя далее в это равенство вместо x_0 ранее полученное значение $\frac{t}{2\cdot\left(1+\frac{r}{R}\right)}$, а вместо ρ - выражение $\sqrt{(r+R)^2-\frac{t^2}{4}}$, получим:

$$I_1 = \frac{Rt}{2}\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}}\left(1-\frac{R}{2(R+r)}\right) - \frac{1}{2}R^2\, arcsin\frac{t}{2(R+r)}.$$

Аналогичные действия [6, 7] произведём для I_2и получим:

$$I_2 = \frac{tr^2}{4(R+r)}\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}} + \frac{1}{2}r^2\arcsin\frac{t}{2(R+r)}.$$

В результате появляется возможность записать выражение для определения полной площади $S_{полн}$ пластины в общем случае:

$$S_{\text{полн}} = 2S_1 + 4S_2 = \frac{\pi}{4}(b^2-d^2) + 4\left(\frac{tR}{2}\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}}\left(1-\frac{R}{2(R+r)}\right) - \right.$$
$$\left.\frac{1}{2}R^2\arcsin\frac{t}{2(R+r)} + + \frac{tr^2}{4(R+r)}\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}} + \frac{1}{2}r^2\arcsin\frac{t}{2(R+r)} - \frac{\pi d^2}{16}\right)$$

или

$$S_{\text{полн}} = \frac{\pi}{4}(b^2-2d^2) + 4\left(\frac{t}{2}\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}}\left(R-\frac{R^2}{2(R+r)}+\frac{r^2}{2(R+r)}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\arcsin\frac{t}{2(R+r)}(r^2-R^2)\right). \quad (4)$$

Как уже было отмечено ранее при анализе (1), интерес представляет решение, когда пластина формы «восьмёрка» преобразуется в пластину с прямыми боковыми гранями (это соответствует случаю, когда R стремится к бесконечности). В связи с этим определим искомый $\lim\limits_{R\to\infty} S_{\text{полн}}$:

$$\lim_{R\to+\infty} S_{полн} = \lim_{R\to+\infty}\left[\frac{\pi}{4}(b^2-2d^2)+4\left(\frac{t}{2}\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}}\left(R-\frac{R^2}{2(R+r)}+\frac{r^2}{2(R+r)}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{2}arcsin\frac{t}{2(R+r)}(r^2-R^2)\right)\right] = \frac{\pi}{4}(b^2-2d^2)+0+0+\lim_{R\to+\infty}\alpha(R).$$

Поскольку [8, 9]:

1) $\arcsin x = x+\frac{x^3}{6}+O(x^4) = x+O(x^2)$;

2) $\sqrt{1-x} = 1-\frac{x}{2}+O(x) = 1-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{8}+O(x^2)$;

3) $\alpha(R) = 2t\sqrt{1-\frac{t^2}{4(R+r)^2}}\left(R-\frac{R^2}{2(R+r)}\right)-2R^2\arcsin\frac{t}{2(R+r)} =$
$$= 2t\frac{R^2+rR-R^2}{R+r}+O(1) = 2t\frac{rR}{R+r}+O(1),$$

то $\lim\limits_{R\to+\infty}\alpha(R) = \lim\limits_{R\to+\infty}\left(2t\frac{rR}{R+r}+O(1)\right) = 2tr+0 = 2tr = 2t\frac{b}{2} = bt.$

Итого:

$$\lim_{R\to+\infty} S_{\text{полн}} = \frac{\pi}{4}(b^2-2d^2)+bt. \quad (5)$$

Заключение

В соответствии с геометрическими построениями, очевидно, что формула (5) может быть получена и в результате обычных вычислений элементарной геометрии, что является необходимым условием ее правильности. Но представленный аналитический расчет является достаточным подтверждением правильности вывода формулы (5).

Поэтому предложенный подход и полученные расчётные зависимости позволяют производить определение как площади пластин приводных цепей типа «восьмёрка», так и пластин с прямыми боковыми гранями и обоснованно выбирать конструкцию приводной цепи для заданных условий эксплуатационного нагружения. Несмотря на то, что зависимости получены с использованием известных математических методов, они явным образом не следуют из уровня знаний специалистов, а поэтому имеют научную новизну и практическую значимость при использовании в производственной деятельности работников технологических отделов и проектно-конструкторских служб машиностроительных и авторемонтных предприятий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Воробьев, Н. В.** Цепные передачи: монография / Н. В. Воробьев. – М.: Машиностроение, 1968. – 262 с.
2. **Фот, А. П.** К выбору параметров пластин звеньев приводных роликовых цепей / А. П. Фот, Ю. В. Турыгин // Вестник Ижевского государственного технического университета. – 2019. – Т. 22. – № 1. – С. 45-51.
3. **Фот, А. П.** Обоснование выбора типа цепи приводов газораспределительных механизмов автомобилей / А. П. Фот, Е. Н. Рассоха, В. И. Рассоха // Грузовик: транспортный комплекс, спецтехника. – 2020. – № 4. – С. 15-19.
4. **Фот, А. П.** Номограммы для определения долговечности пластин звеньев приводных роликовых цепей / А. П. Фот, С. В. Каменев, М. Ю. Тарова // Интеллект. Инновации. Инвестиции. – 2017. – № 12. – С. 113-118.
5. **Гулай, Т. А.** Производная в электроэнергетике / Т. А. Гулай, М. А. Медведев. – Текст : электронный // Аграрная наука Северо-Кавказскому Федеральному округу: Сборник научных трудов по материалам 81-й научно-практической конференции. – 2016. – С. 186-189.
6. **Агафонов, М. В.** Применение интегрального исчисления в электротехнике / М. В. Агафонов // Интеллектуальный потенциал XXI века: ступени познания. – 2014. – № 22. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-integralnogo-ischisleniya-v-elektrotehnike (дата обращения: 28.03.2021).
7. **Бондаренко, В. А.** Применение определенного интеграла в геометрических и физических задачах / В. А. Бондаренко, С. Т. Ханларов / Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 143-146.

8. **Шонин, М. Ю.** Преобразование Лапласа при решении линейных интегро-дифференциальных уравнений / М. Ю. Шонин // Научный поиск в современном мире: Сборник трудов XI Международной научно-практической конференции. – Махачкала: Апробация, 2016. – С. 11-14.
9. **Шонин, М. Ю.** Опыт интегрального исчисления при помощи степенных рядов / М. Ю. Шонин, А. И. Столяров. – Текст : электронный // Современная техника и технологии. – 2016. – № 12. Ч. 2. - URL: http://technology.snauka.ru/2016/12/11463 (дата обращения: 28.03.2021).

1. **Vorobyov, N.V.** *Chain-Drives*: monograph / N.V. Vorobyov. – M.: Mechanical Engineering, 1968. – pp. 262.
2. **Fot, A.P.** To the choice of plates parameters in links of drive roller chains / A.P. Fot, Yu.V. Turygin // *Bulletin of Izhevsk State Technical University*. – 2019. – Vol. 22. – No.1. – pp. 45-51.
3. **Fot, A.P.** Substantiation for choice of chain type for drives of vehicle valve timing gears / A.P. Fot, E.N. Rassokha, V.I. Rassokha // *Lorry: Transport Complex, Special Engineering.* – 2020. – No.4. – pp. 15-19.
4. **Fot, A.P.** Charts for definition of plate life in links of drive roller chains / A.P. Fot, S.V. Kamenev, M.Yu. Tarova // *Intelligence. Innovations. Investments*. – 2017. – No.12. – pp. 113-118.
5. **Gulay, T.A.** Derivative in power industry / T.A. Gulay, M.A. Medvedev. – Text: electronic // *Agricultural Science to North-Caucasus Federal Region: Proceedings of the 81-st Scientif.-Pract. Conf.* – 2016. – pp. 186-189.
6. **Agafonov, M.V.** Integral calculus use in electrical engineering / M.V. Agafonov // *Intellectual Potential of the XXI-st Century: Knowledge Stages*. – 2014. – No.22. - URL: http://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-integralnogo-ischisleniya-v-elektrotehnike (address date: 28.03.2021).
7. **Bondarenko, V.A.** Definite integral use in geometrical and physical problems / V.A. Bondarenko, S.T. Khanlarov / *Modern Science Intensive Technologies*. – 2014. – No.5-2. – pp. 143-146.
8. **Shonin, M.Yu.** Laplace transformation at solution of linear integral-differential equations / M.Yu. Shonin // *Scientific Search in Modern World: Proceedings if the XI-th Inter. Scientif.-Pract Conf.* – Makhachkala: Approbation, 2016. – pp. 11-14.
9. **Shonin, M.Yu.** Experience of integral calculus using power series / M.Yu. Shonin, A.I. Stolyarov. – text: electronic // Modern Engineering and Technologies. – 2016. No.12. Part 2. - URL: http://technology.snauka.ru/2016/12/11463 (address date: 28.03.2021).

Ссылка для цитирования:

Фот, А.П. Расчет геометрии пластин цепи приводов газораспределительных механизмов автотранспортных средств / А.П. Фот, Е.Н. Рассоха, В.И. Рассоха // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2021. - № 8. – С. 61 - 66 . DOI: 10.30987/1999-8775-2021-8-61-66.

Статья поступила в редакцию 31.03.21.
Рецензент: д.т.н., профессор Тульского государственного университета,
Агуреев Е.И.,
член редсовета журнала «Вестник БГТУ».
Статья принята к публикации 26.07.21.

Сведения об авторах:

Фот Андрей Петрович, д.т.н., профессор, гл. ученый секретарь, нач. отдела дисс. советов Оренбургского государственного университета, e-mail: fot@mail.osu.ru.

Рассоха Елена Николаевна, к. пед. наук, доцент кафедры «Геометрия и компьютерные науки» Оренбургского государственного университета, e-mail: rassoha2012@gmail.com.

Рассоха Владимир Иванович, д.т.н., доцент, декан транспортного факультета Оренбургского государственного университета, e-mail: cabin2012@yandex.ru.

Fot Andrey Petrovich, Dr. Sc. Tech., Prof., Chief Scientific Secretary, Head of the Dep. of Thesis Board, Ohrenburg State University, e-mail: fot@mail.osu.ru.

Rassokha Elena Nikolaevna, Can. Sc. Ped., Assistant Prof. of the Dep. “Geometry and Computer Sciences”, Ohrenburg State University, e-mail: rassoha2012@gmail.com.

Rassokha Vladimir Ivanovich, Dr. Sc. Tech., Assistant Prof., Dean of Transport Faculty, Ohrenburg State University, e-mail: cabin2012@yandex.ru.