

УДК 004.21

DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-20-26

А.А. Дубанов

Канд. техн. наук, доцент,
Бурятский государственный университет им. Д. Банзарова,
Россия, 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, д. 24 А
e-mail: alandubanov@mail.ru

Геометрическая модель группового преследования одиночной цели методом погони

Аннотация. В статье производится описание модели группового преследования одиночной цели методом погони. Все объекты, участвующие в модели преследования, движутся с постоянной по модулю скоростью. Один из участников процесса движется по определенной траектории и выпускает через заданные промежутки времени объекты, задачей которых является достижение цели методом погони. Все объекты обладают ограничениями на кривизну траектории движения. Перед одиночной целью, в свою очередь, поставлена задача достижения цели, выпускающей объекты, методом параллельного сближения. Для каждого преследующего объекта сформирована область обнаружения в виде двух лучей. Вектор скорости объекта направлен вдоль биссектрисы угла, образованного такими лучами. Если цель попадает в область обнаружения, то объект начинает преследование и вектор скорости направляется на цель. Если цель выходит из области обнаружения, то объект совершает равномерное и прямолинейное движение. Задачей является реализация динамической модели множественного группового преследования, где каждый объект имеет свои задачи, реализуемые методом погони. В качестве примера, где могла бы быть востребована модель, разработанная в статье, приведен следующий пример. Рассмотрено движение маломаневренного объекта, который догоняет более скоростная цель. В качестве средств защиты, вместо выпуска пассивных тепловых ловушек предлагается сброс множества автономно управляемых средств поражения. Анализ существующих исследований показал, что подобных средств защиты летательных аппаратов не существует. Результаты исследований могут быть востребованы при проектировании беспилотных летательных аппаратов с элементами автономного управления и искусственного интеллекта.

Ключевые слова: параллельное преследование, метод погони, цель, преследователь, траектория, коррекция.

А.А. Dubanov

Ph.D. in Engineering, Associate Professor,
Banzarov Buryat State University,
24 A, Smolina st., Ulan-Ude, 670000, Russia,
e-mail: alandubanov@mail.ru

Geometric Model of Group Pursuit of a Single Target by the Chase Method

Abstract. The article describes the model of group pursuit of a single target by the chase method. All objects participating in the pursuit model move with a constant modulo speed. One of the participants in the process moves along a certain trajectory and releases objects at specified intervals, the task of which is to achieve the goal by the chase method. All objects have restrictions on the curvature of the motion path. A single target, in turn, is tasked with

achieving the target that releases objects using the parallel approach method. For each pursuing object, a detection area is formed in the form of two beams. The object's velocity vector is directed along the bisector of the angle formed by such rays. If the target enters the detection area, then the object starts pursuit and the velocity vector is directed to the target. If the target leaves the detection area, then the object makes a uniform and rectilinear movement. The task is to implement a dynamic model of multiple group pursuit, where each object has its own tasks, implemented by the chase method. As an example, where the model developed in the article could be in demand, the following example can be given. Consider the movement of a low-maneuverable object that is overtaking a faster target. As a means of protection, instead of releasing passive heat traps, it is proposed to drop a variety of autonomously controlled weapons. An analysis of existing studies has shown that such means of protecting aircraft do not exist. The results of the research can be in demand in the design of unmanned aerial vehicles with elements of autonomous control and artificial intelligence.

Keywords: pursuit, chase method, target, pursuer, trajectory, correction.

1. Введение

Методы погони и параллельного сближения являются широко применяемыми методами наведения летательных аппаратов.

В модели группового преследования цель сближается с преследователем по методу параллельного сближения.

Преследователь имеет малую маневренность, но выпускает объекты, имеющие возможность самонаведения и с большей скоростью. В модели, рассмотренной в данной статье, самонаводящиеся объекты выпускаются перпендикулярно траектории преследователя.

В статье производится описание моделирования группового преследования. Ранее, в работах Р. Айзекса [2], Л.О. Петросяна [22], Н.Н. Красовского [18] приводилось описание методов параллельного сближения и погони, вводилось понятие терминального множества. В статьях А.С. Банникова [3], М.В. Хачумова [24; 25] рассматривались алгоритмические аспекты группового преследования. В работах Т.Г. Абрамянца, Е.П. Маслова, В.П. Яхно [1], Гусятников П.Б. [11–13] рассматривались вопросы уклонения в трехмерном пространстве. В статье А.В. Богданова, А.А. Филонова, А.А. Ковалева, А.А. Кучина, И.В. Лютикова [4] обсуждались методы самонаведения истребителей и ракет класса «воздух–воздух» на групповую воздушную цель. В работе С.Н. Никитченко, А.А. Бассауэра [20] рассматривались вопросы взаимного преследования воздушных целей. В статье Л.И. Кузьминой, Ю.В. Осипова [19] рассматривался расчет длины траектории в задачах преследования.

По вопросам моделирования составных кривых использовались работы В.А. Короткого [16; 17], А.А. Сычевой [23].

При моделировании итерационного процесса в системах компьютерной математики использовалась работа С.А. Игнатьева, А.И. Фоломкина, Э.Х. Муртабакеева [15].

При компьютерном решении систем алгебраических уравнений использовалась работа К.Л. Панчука, Е.В. Любчинова [21].

Методы сближения преследователя с целью, такие как метод погони, параллельного сближения, пропорционального сближения, трехточечный метод являются хорошо изученными и разработанными.

Объектом исследования статьи являлось моделирование процесса преследования методом параллельного сближения и обороны путем отстрела самонаводящихся объектов.

Метод параллельного сближения и метод погони в статье выбраны для визуализации итерационного процесса при написании программного кода. Метод параллельного сближения можно заменить на метод пропорционального сближения, а метод погони на трехточечный метод сближения. Принципиально это не влияет на сценарий итерационного процесса, изменится только программный код.

Модель, представленная в данной статье, имеет целью показать не преимущества методов погони, параллельного и пропорционального сближения, а возможность согласованного группового достижения целей. В этом случае остро встает вопрос о системе распознавания цели. В военной авиации распространена система распознавания «свой — чужой», поэтому для идентификации целей в нашей модели была бы желательна программная реализация по такому же признаку.

Модель статьи может быть перенесена в системы виртуальной реальности с различными сценариями, с различными целями и стратегиями преследования. Особенностью модели является согласованность группового поведения.

В модели преследующие объекты сходят перпендикулярно с траектории преследователя. Угол схода может быть любым. Сходы с траектории в модели выбраны последовательные и через равные промежутки времени.

2. Постановка задачи

Рассмотрим движение преследователя по траектории на плоскости:

$$P(t) = \begin{bmatrix} X_p(t) \\ Y_p(t) \end{bmatrix}.$$

В момент времени t_n с траектории преследователя отделяется объект в направлении:

$$N(t_n) = \begin{bmatrix} -\frac{dY_p}{dt}(t = t_n) \\ \frac{dX_p}{dt}(t = t_n) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

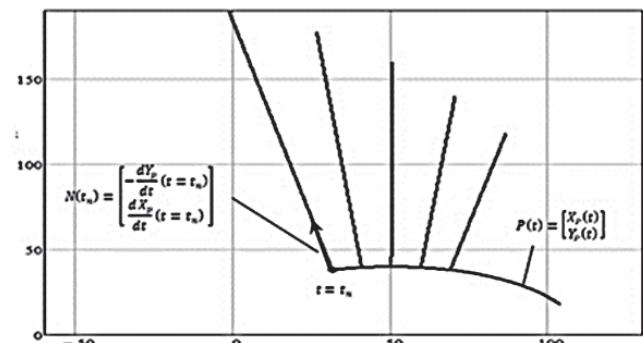


Рис. 1. Моделирование движения объектов, сходящихся перпендикулярно с траектории преследователя

На рис. 1 показано, что в модели, рассматриваемой в статье, с траектории преследователя отрываются перпендикулярно пять объектов, которые после отрыва будут двигаться равномерно и прямолинейно со скоростью, равной по модулю V_g . Рисунок 1 дополнен анимированным изображением [5].

Начальные положения преследователя и цели, начальная скорость преследователя определяют весь ход итерационного процесса. Цель $T(t)$ преследует объект $P(t)$ по методу параллельного сближения (рис. 2). Рисунок 2 дополнен анимированным изображением [6].

На рис. 2 показана траектория цели $T(t)$, движущейся равномерно с модулем скорости $V_T = 25$ м/с.

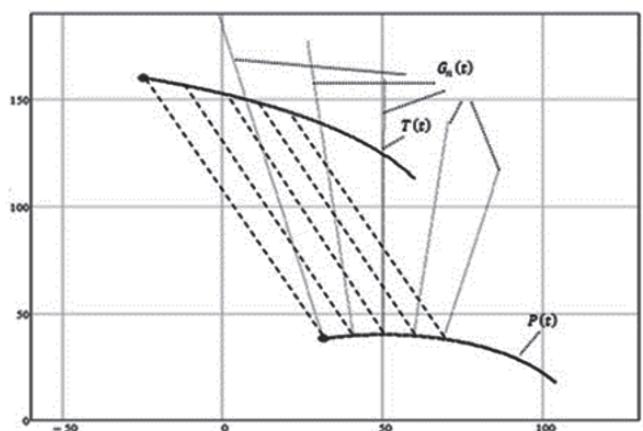


Рис. 2. Моделирование траектории цели, движущейся к преследователю методом параллельного сближения

Задача, которую мы поставили в данной статье, состоит в том, чтобы произвести моделирование

траекторий объектов $G_n(t)$, преследующих цель $T(t)$, используя метод погони.

3. Теория

Метод параллельного сближения схематично можно изобразить так, как показано на рис. 3, *a*, когда цель $T(t)$ приближается параллельно к преследователю $P(t)$.

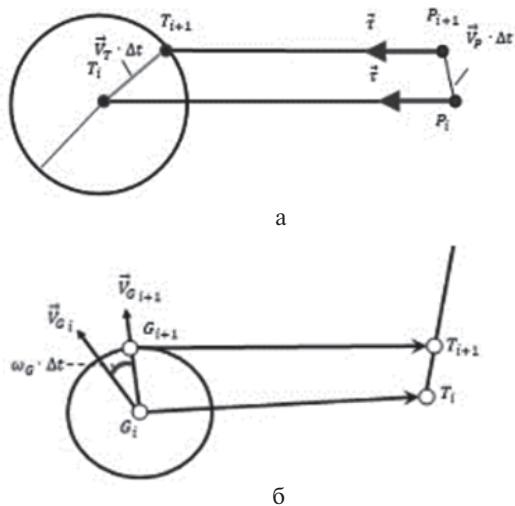


Рис. 3. Методы параллельного сближения и коррекции при погоне

Следуя итерационной схеме, изображенной на рис. 3, *a*, шаг траектории цели T_{i+1} удовлетворяет решению системы уравнений (2) относительно параметра h :

$$\begin{cases} (T_{i+1} - T_i)^2 = (\vec{V}_T \Delta t)^2 \\ T_{i+1} = P_{i+1} + h \frac{T_i - P_i}{|T_i - P_i|} \end{cases} \quad (2)$$

Следующий шаг цели T_{i+1} принадлежит окружности радиуса $|\vec{V}_T| \Delta t$ с центром в точке предыдущего месторасположения T_i . В то же время точка следующего положения T_{i+1} принадлежит прямой линии $P_{i+1} + h \cdot \vec{t}$ (рис. 3, *a*).

В методе погони вектор скорости того объекта, который догоняет, всегда направлен на догоняемый объект.

В нашем случае это не так. Пусть догоняющий объект находится в некоторый момент времени t_i в точке G_p имея при этом вектор скорости \vec{V}_p (рис. 3, *б*). Через промежуток времени Δt догоняющий объект совершает поворот на угол $\omega_G \cdot \Delta t$ и перемещение на расстояние $V_G \cdot \Delta t$, где ω_G — угловая частота вращения догоняющего объекта. Угловую частоту вращения можно трактовать как:

$$\omega_G = \frac{V_G}{R_G},$$

где R_G — минимальный радиус кривизны траектории догоняющего объекта, т.е. ограничение по кривизне.

Рассмотрим функцию движения догоняющих объектов G_n (рис. 1), когда они до наступления момента времени t_n движутся по траектории преследователя $P(t)$.

Если в момент времени t_n направление изменяется на направление $N(t_n)$, указанное в (1), то координаты объекта G_n определяются следующим образом:

$$G_n(t) = \begin{cases} \text{если } t < t_n, \text{ то } G_n(t) = P(t) \\ \text{если } t \geq t_n, \text{ то } G_n(t) = P(t_n) + V_G(t - t_n) \cdot \frac{N(t_n)}{|N(t_n)|}. \end{cases}$$

По результатам моделирования процесса группового преследования объекта методом погони была написана программа в системе компьютерной математики, результаты работы которой показаны на рис. 4.

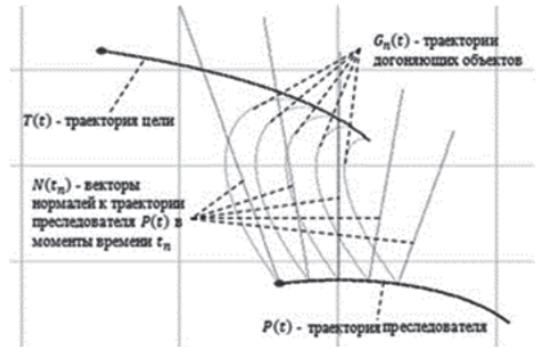


Рис. 4. Процесс преследования цели группой объектов методом погони

Также было изготовлено анимированное изображение группового преследования одиночной цели объектами, которые сходят перпендикулярно через определенные промежутки времени с траектории преследователя [7].

Формирование области слежения объектами G_n за целью T производится следующим образом.

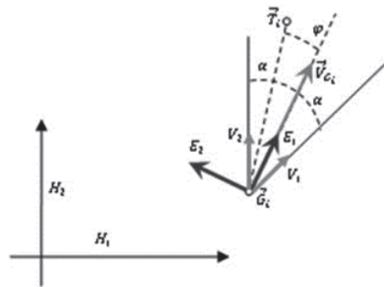


Рис. 5. Формирование области слежения

Создается локальная система координат $(E_1 G_i E_2)$ (рис. 5), где G_i – точка нахождения преследующего объекта в момент t_i . Вектор абсцисс \vec{E}_1 объекта со-направлен вектору скорости \vec{V}_{Gi} . Соответственно, вектор ординат \vec{E}_2 ортогонален вектору скорости \vec{V}_{Gi} .

Область слежения задается углом величиной 2α , направление вектора скорости \vec{V}_{Gi} является биссектрисой этого угла. В системе координат $(E_1 G_i E_2)$ определяются векторы V_1 и V_2 , задающие область слежения:

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix}.$$

Перевод координат точки цели T_i осуществляется по формулам:

$$\vec{T}_i^* = \begin{bmatrix} (\vec{T}_i - \vec{G}_i) \cdot \vec{E}_1 \\ (\vec{T}_i - \vec{G}_i) \cdot \vec{E}_2 \end{bmatrix}.$$

Если угол φ между векторами $\vec{T}_i - \vec{G}_i$ и \vec{V}_{Gi} меньше α , то цель T в момент времени t_i находится в области слежения преследующего объекта. Угол φ равен:

$$\varphi = \arccos \left(\frac{(\vec{T}_i - \vec{G}_i) \cdot \vec{V}_{Gi}}{|\vec{T}_i - \vec{G}_i| \cdot |\vec{V}_{Gi}|} \right).$$

Моделирование углов слежения у преследующих объектов G_n в мировой системе координат $(H_1 H_2)$ сводится к преобразованию векторов \vec{V}_1 и \vec{V}_2 из системы координат $(E_1 G_i E_2)$ в мировую.

Преобразование векторов \vec{V}_1 и \vec{V}_2 из системы координат $(E_1 G_i E_2)$ в мировую $(H_1 H_2)$ выглядит так:

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \cdot \vec{h}_1 \\ \vec{V}_1 \cdot \vec{h}_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} \vec{V}_2 \cdot \vec{h}_1 \\ \vec{V}_2 \cdot \vec{h}_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{h}_1 = \begin{bmatrix} \vec{H}_1 \cdot \vec{E}_1 \\ \vec{H}_1 \cdot \vec{E}_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{h}_2 = \begin{bmatrix} \vec{H}_2 \cdot \vec{E}_1 \\ \vec{H}_2 \cdot \vec{E}_2 \end{bmatrix},$$

$$\vec{H}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

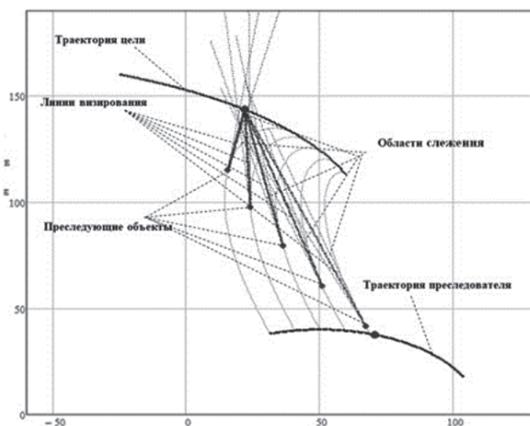


Рис. 6. Динамические области слежения преследующих объектов

На рис. 6 показано, как сформированы области слежения у преследующих объектов, рис. 6 дополнен анимированным изображением [8]. На рис. 5 преследующие объекты догоняют цель методом погони без изменения поведения в зависимости от того, входит ли цель в область слежения. Области слежения отображены для каждого объекта. Также отображены линии визирования, соединяющие преследующий объект с целью.

На рис. 7 показано, что если в некоторый момент времени цель не входит в область обнаружения, преследующий объект совершает движение по прямой линии. Если цель вошла в область обнаружения, то поведение преследующего объекта соответствует методу погони. Рисунок 6 дополнен анимированным изображением [9].



Рис. 7. Цель вне зоны обнаружения

4. Обсуждения экспериментов

В модели, описанной в статье, нет препятствий для замены метода погони на метод параллельного сближения для догоняющих объектов, а сход перпендикулярный траектории преследователя заменить на сход по касательной.

По результатам исследований, изложенных в данной статье, произведено моделирование в прямоугольной области $[-60:130] \times [0:190]$, измерение – в метрах.

На рис. 8 представлены результаты моделирования. Скорость преследователя – 20 м/с, скорость цели – 20 м/с, скорость преследующих объектов – 60 м/с, радиус кривизны траектории преследователя не должен быть меньше 50 м, цель совершает преследование по методу параллельного сближения, радиус кривизны траекторий преследующих объектов не должен быть меньше 10 м. Преследующие объекты сходят перпендикулярно с траектории преследователя через равные промежутки в 0,02 с. Рисунок 8 дополнен анимированным изображением [10], где

можно будет ознакомиться с результатами такого группового преследования.



Рис. 8. Модель группового преследования

В моделировании, представленном в данной статье, все объекты, выпущенные с траектории, достигают цели. Данный результат зависит от нескольких факторов. От угла зоны обнаружения, от скорости движения преследующих объектов, от значения минимального радиуса кривизны траекторий объектов.

Очевидным является то, что если скорость преследователя выше, чем скорость цели, и цель стремиться к правилу, чтобы ее скорость была сонаправлена к линии визирования, а преследователь стремится к цели так, чтобы скорость тоже была сонаправлена с линией визирования, процесс преследования выродится в движение по прямой линии. Рано или поздно преследователь настигнет цель. Возможностью избежать поимки преследователем

для цели в рассматриваемой модели является выход из области угла обнаружения преследователя. Очевидно, что чем меньше расстояние до преследователя, тем меньше шагов для цели потребуется, чтобы покинуть область обнаружения.

Для преследующего объекта гарантированным результатом достижения цели было бы перейти на направление движения, вектор которого был бы сонаправлен вектору скорости движения цели. По результатам работы программы оформлено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020614336 «Моделирование траекторий от преследователя до цели с ограничениями на кривизну и с заданными краевыми условиями» [14].

5. Выводы

Актуальным вопросом является то, чтобы поражающие объекты не атаковали объект, который они защищают, или не уничтожали друг друга. Возможность оснащения объектов оригинальной сигнатурой является исследованным и реализованным.

Дальнейшим развитием модели группового преследования, представленной в статье, является создание модели, где одиночная цель уклоняется от группы преследователей. Сценарий методов преследования поражающих объектов может включать в себя старт из разных точек пространства и поражение цели в один момент времени.

Результаты исследований, полученные в данной статье, могут быть использованы при разработке беспилотных летательных аппаратов с автономным управлением, оснащенных элементами искусственного интеллекта. Кроме того, они могут быть использованы при спутниковом наведении барражирующих снарядов.

Литература

1. Абрамянц Т.Г. Уклонение групповой цели в трехмерном пространстве [Текст] / Т.Г. Абрамянц, Е.П. Маслов, В.П. Яхно // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 5. — С. 3–14.
2. Айзекс Р. Дифференциальные игры [Текст] / Р. Айзекс. — М.: Мир, 1967. — 480 с.
3. Банников А.С. Некоторые нестационарные задачи группового преследования [Текст] / А.С. Банников // Известия Института математики и информатики УдГУ. — 2013. — Вып. 1. — С. 3–46.
4. Богданов А.В. Методы самонаведения истребителей и ракет класса «воздух–воздух» на групповую воздушную цель [Текст]: монография / А.В. Богданов, А.А. Филонов, А.А. Ковалев [и др.]; под ред. А.А. Кучина. — Красноярск: Изд-во Сибирского федер. ун-та, 2014. — 168 с.
5. Видео, результаты моделирования задачи преследования. — URL: <https://www.youtube.com/watch?v=t9cxOgk6bdk> (дата обращения: 12.02.2022).
6. Видео, результаты моделирования задачи преследования. — URL: <https://youtu.be/keZ5fd2o3Q> (дата обращения: 12.02.2022).
7. Видео, результаты моделирования задачи преследования. — URL: <https://youtu.be/ODS75MCwjGg> (дата обращения: 20.02.2022).
8. Видео, результаты моделирования задачи преследования. — URL: <https://youtu.be/oHowdT2n5-U> (дата обращения: 20.02.2022).
9. Видео, результаты моделирования задачи преследования. — URL: https://youtu.be/5_-0TurWvwQ (дата обращения: 05.03.2022).
10. Видео, результаты моделирования задачи преследования. — URL: <https://www.youtube.com/watch?v=JcBrYjfaXTg> (дата обращения: 05.03.2022).

11. Гусятников П.Б. Дифференциальная игра убегания т лиц [Текст] / П.Б. Гусятников // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. — 1978. — № 6. — С. 22–32.
12. Гусятников П.Б. Дифференциальная игра убегания [Текст] / П.Б. Гусятников // Кибернетика. — 1978. — № 4. — С. 72–77.
13. Гусятников П.Б. Убегание одного нелинейного объекта от нескольких более инертных преследователей [Текст] / П.Б. Гусятников // Дифференциальные уравнения. — 1976. — Т. 12. — № 2. — С. 1316–1324.
14. Дубанов А.А. Моделирование траекторий от преследователя до цели с ограничениями на кривизну и с заданными краевыми условиями: программа для ЭВМ. № 2020614336; заявл. 20.03.20; опубл. 31.03.20. Бюл. № 4.
15. Игнатьев С.А. Функциональные возможности среды wolfram mathematica для визуализации кривых линий и поверхностей [Текст] / С.А. Игнатьев, А.И. Фоломкин, Э.Х. Муратбакеев // Геометрия и графика. — 2021. — Т. 9. — № 1. — С. 39–45. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-1-29-38.
16. Короткий В.А. Конструирование G2-гладкой составной кривой на основе кубических сегментов Безье [Текст] / В.А. Короткий // Геометрия и графика — 2021. — Т. 9. — № 2. — С. 12–28. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-1-3-19.
17. Короткий В.А. Кубические кривые в инженерной геометрии [Текст] / В.А. Короткий // Геометрия и графика. — 2020. — Т. 8. — № 3. — С. 3–24. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-3-24.
18. Красовский Н.Н. Позиционные дифференциальные игры [Текст]: монография / Н.Н. Красовский, А.И. Субботин. — М.: Физматлит, 1974. — 456 с.
19. Кузьмина Л.И. Расчет длины траектории для задачи преследования [Текст] / Л.И. Кузьмина, Ю.В. Осипов // Вестник МГСУ. — 2013. — № 12. — С. 20–26. — DOI: 10.22227/1997-0935.2013.12.20-26.
20. Никитченко С.Н. Имитационная модель задачи взаимного преследования [Текст] / С.Н. Никитченко, А.А. Бассаэр // Региональная информатика и информационная безопасность: сб. тр. междунар. конф. Санкт-Петербург. — 2018. — Вып. 5. — С. 479–483.
21. Панчук К.Л. Циклографическая интерпретация и компьютерное решение одной системы алгебраических уравнений [Текст] / К.Л. Панчук, Е.В. Любчинов // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 3. — С. 3–14. — DOI: 10.12737/article_5dce5e528e4301/77886978.
22. Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования [Текст] / Л.А. Петросян. — Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1977. — 222 с.
23. Сычева А.А. Функционально-воксельное моделирование кривых Безье [Текст] / А.А. Сычева // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 9. — № 4. — С. 63–72. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-9-4-63-72.
24. Хачумов М.В. Задачи группового преследования цели в условиях возмущений [Текст] / М.В. Хачумов // Искус-

- ственний интеллект и принятие решений. — 2016. — № 2. — С. 46–54.
25. Хачумов М.В. Решение задачи следования за целью автономным летательным аппаратом [Текст] / М.В. Хачумов // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2015. — № 2. — С. 45–52.

References

1. Abramants T.G., Maslov E.P., Yakhno V.P. Uklonenie gruppovoj celi v trekhmernom prostranstve [Evasion of a group goal in three-dimensional space]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Telemechanics]. 2008, I. 5, pp. 3–14. (in Russian)
2. Isaacs R. Differential games. John Wiley and Sons Inc, 1965, 416 p. Russ. Ed.: Ajzeks R. Differencial'nye igry. Moscow, Mir Publ., 1967, 480 p.
3. Bannikov A.C. Nekotorye nestacionarnye zadachi gruppovogo presledovaniya [Some non-stationary problems of group pursuit]. *Izvestiya Instituta matematiki i informatiki UdGU* [Proceedings of the Institute of Mathematics and Informatics of UdGU]. 2013, I. 1, pp. 3–46. (in Russian)
4. Bogdanov A.V., Filonov A.A., Kovalev A.A., Kuchin A.A., Lyutikov I.V. red. Kuchin A.A. Metody samonavedeniya istrebitelj i raket klassa «vozduh-vozduh» na gruppovuyu vozdushnuyu cel': monogr [Methods of homing fighters and air-to-air missiles on a group air target: monograph]. *Izd-vo Sibirskego feder. un-ta* [Publishing House of the Siberian Federal University]. Krasnoyarsk, Publ., 2014. 168 p. (in Russian)
5. Video, simulation results of the pursuit problem. URL: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=t9cx-Ogk6bdk&feature=youtu.be> (accessed 02 December 2022).
6. Video, simulation results of the pursuit problem. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=keZ5fzd2o3Q> (accessed 02 December 2022).
7. Video, simulation results of the pursuit problem. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=ODS75MCwjGg> (accessed 20 February 2022).
8. Video, simulation results of the pursuit problem. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=oHowdT2n5-U> (accessed 20 February 2022).
9. Video, simulation results of the pursuit problem. URL: https://www.youtube.com/watch?v=5_-0TurWvwQ (accessed May 2022).
10. Video, simulation results of the pursuit problem. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=JcBrYjfaXTg> (accessed 03 May 2022).
11. Gусятников П. В. Differencial'naya igra ubeganiya m lic. [Differential game of escaping m per.] *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika* [Izvestiya AN SSSR. Technical cybernetics]. 1978, I. 6, pp. 22–32. (in Russian)
12. Gусятников П.В. Differencial'naya igra ubeganiya. [Differential game of evasion]. *Kibernetika* [Cybernetics]. 1978, I. 4, pp. 72–77. (in Russian)
13. Gусятников П.В. Ubeganie odnogo nelinejnogo ob"ekta ot neskol'kikh bollee inertnyh presledovatelej [Escape of one

nonlinear object from several more inert pursuers]. *Differencial'nye uravneniya* [Differential Equations]. 1976, V. 12, I. 2. pp. 1316–1324. (in Russian)

14. Dubanov A.A. Modeling of trajectories from the pursuer to the target with restrictions on curvature and with given boundary conditions: a computer program. No. 2020614336; dec. 03/20/20; publ. 31.03.20. Bul. I. 4. (in Russian)

15. Ignatiev S.A., Folomkin A.I., Muratbakeev E.Kh. Funktsional'nyye vozmozhnosti sredy wolfram mathematica dlya vyyavleniya krivykh vzglyadov i znachimosti [Functionality of the wolfram mathematica environment for identifying crooked views and significance]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2021, V. 9, I. 1, pp. 39–45. DOI:10.12737/2308-4898-2021-9-1-29-38. (in Russian)

16. Korotkiy V.A. Konstruirovaniye G2-gladkoy sostavnoy kriyoy na osnove kubicheskikh segmentov Bez'ye [Construction of a G2-smooth composite curve based on cubic Bezier segments]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2021, V. 9, I. 1, pp. 12–28. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-1-3-19. (in Russian)

17. Korotkiy V.A. Kubicheskiye krivyye v inzhenernoy geometrii [Cubic curves in engineering geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2020, V. 8, I. 3, pp. 3–24. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-3-24. (in Russian)

18. Krasovskij N.N., Subbotin A.I. *Pozicionnye differencial'nye igry* [Positional differential games]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1974. 456 p. (in Russian)

19. Kuzmina L.I., Osipov Yu.V. Raschet dliny traektorii dlya zadachi presledovaniya [Calculation of the length of the trajectory for the pursuit problem]. *Vestnik MGSU* [Bulletin of MGSU]. 2013, I. 12, pp. 20–26. DOI: 10.22227/1997-0935.2013.12.20-26. (in Russian)

20. Nikitchenko S.N., Bassauer A.A. Imitacionnaya model' zadachi vzaimnogo presledovaniya [Simulation model of the problem of mutual pursuit]. *Regional'naya informatica i informacionnaya bezopasnost': sb. tr. mezhdunar. konf. Sankt-Peterburg* [Regional informatics and information security: Sat. tr. international conf. St. Petersburg]. 2018, I. 5, pp. 479–483. (in Russian)

21. Panchuk K.L., Lyubchinov E.V. Tsiklograficheskaya interpretatsiya i komp'yuternoye resheniye odnoy sistemy algebraicheskikh uravneniy [Cyclographic interpretation and computer solution of one system of algebraic equations]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2019, V. 7, I. 3, pp. 3–14. DOI: 10.12737/article_5dce5e528e4301/77886978. (in Russian)

22. Petrosyan L.A. *Differencial'nye igry presledovaniya* [Differential Pursuit Games]. Leningrad, LGU Publ., 1977. 222 p. (in Russian)

23. Sycheva A.A. Funktsional'no-voksel'noye modelirovaniye krivykh Bez'ye [Functional voxel modeling of bezier curves]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2022, V. 9, I. 4, pp. 63–72. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-9-4-63-72. (in Russian)

24. Khachumov M. V. Zadachi gruppovogo presledovaniya celi v usloviyah vozmushchenij [Tasks of group pursuit of a goal under conditions of disturbances]. *Iskusstvennyj intellekt i prinyatie reshenij* [Artificial intelligence and decision making]. 2016, I. 2, pp. 46–54. (in Russian)

25. Khachumov M.V. Reshenie zadachi sledovaniya za cel'yu avtonomnym letatel'nym apparatom [Solving the problem of following the target by an autonomous aircraft]. *Iskusstvennyj intellekt i prinyatie reshenij* [Artificial intelligence and decision making]. 2015, I. 2, pp. 45–52. (in Russian)