

## ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОНЯТИЯ АЛЬФВЕНОВСКОЙ МОДЫ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

### DEFINITION OF THE ALFVÉN MODE IN INHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD

Д.Ю. Климушкин 

Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, klimush@iszf.irk.ru

D.Yu. Klimushkin

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, klimush@iszf.irk.ru

П.Н. Магер 

Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, p.mager@iszf.irk.ru

P.N. Mager

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, p.mager@iszf.irk.ru

**Аннотация.** Заметка носит методический характер и посвящена определению понятия линейной альфвеновской моды. Существуют два определения — электродинамическое и гидродинамическое. В первом случае альфвеновской модой считается волна с потенциальным поперечным электрическим полем. Во втором случае с альфвеновской модой чаще идентифицируются волны, движение плазмы в которых носит чисто вихревой характер. Хотя эти определения эквивалентны в однородной плазме, при учете кривизны магнитного поля они несовместимы: если поперечное электрическое поле является чисто потенциальным, то у скорости движения плазмы имеется не только вихревая, но и потенциальная составляющая, и наоборот. Электродинамическое и гидродинамическое определения эквивалентны только в том случае, если у электрического поля волны полностью отсутствует компонента вдоль бинормали к внешнему магнитному полю. Однако в природе таких волн не существует.

**Ключевые слова:** альфвеновские волны, магнитосфера, солнечная корона, кривизна силовых линий.

**Abstract.** The article is methodological and defines the concept of the linear Alfvén mode. There are two definitions — electrodynamic and hydrodynamic. In the former, the Alfvén mode is considered a wave with a potential transverse electric field. In the latter, waves are more often identified with the Alfvén mode, plasma motion in which is purely vortex. While these definitions are equivalent for homogeneous plasma, they are incompatible if the field line curvature is taken into account: if the transverse electric field is purely potential, the plasma speed has not only a vortex component, but also a potential one, and vice versa. The electrodynamic and hydrodynamic definitions are equivalent only if the wave electric field completely lacks a component along the binormal to the external magnetic field. However, such waves do not exist in nature.

**Keywords:** Alfvén waves, magnetosphere, solar corona, field line curvature.

## ВВЕДЕНИЕ

В космической плазме (магнитосферах планет, солнечной хромосфере и короне, межпланетной среде) часто наблюдаются магнитогиродинамические (МГД) волны [Nakariakov et al., 2016]. Как известно, существуют три МГД-моды: альфвеновская, быстрая и медленная магнитозвуковые (БМЗ и ММЗ) [Кадоццев, 1988]. Из них только альфвеновская мода способна распространяться на значительные расстояния без заметного затухания. Действительно, групповая скорость альфвеновской волны направлена вдоль силовой линии, благодаря чему плотность волновой энергии остается практически без изменений. Напротив, БМЗ-волна распространяется изотропно, что приводит к падению плотности энергии при удалении от источника. С другой стороны, ММЗ-волна испытывает сильное бесстолкновительное затухание при взаимодействии с частицами. С альфвеновскими волнами обычно отождествляют значительную часть МГД-колебаний в земной магнитосфере [Леонович, Мазур, 2016; Alperovich, Fedorov,

2007] и солнечном ветре [Belcher, Davis, 1971; Tu, Marsch, 1995]. В атмосфере Солнца эти моды наблюдать технически труднее, но и здесь имеются свидетельства их существования [Jess et al., 2009; Кобанов и др., 2017; Челпанов и др., 2018]. Обзор свежих данных по наблюдению альфвеновских волн в солнечной атмосфере приведен в статье [Ruderman, Petrukhin, 2022].

Чтобы разобраться в механизмах их генерации и выяснить, какую информацию МГД-моды несут о среде, необходимо научиться правильно идентифицировать моду колебаний. В литературе имеются значительные разногласия в том, что следует называть альфвеновскими модами. Так, в физике магнитосферы этот термин обычно используют по отношению к волнам с потенциальным электрическим полем (речь идет о компоненте электрического поля, перпендикулярной внешнему магнитному полю; напомним, что в одножидкостной МГД продольное электрическое поле равно нулю). В физике Солнца с альфвеновской модой чаще идентифицируют волны, не изменяющие плотность окружающей плазмы.

Такое же определение часто принимается исследователями, работающими в области «чистой» магнитной гидродинамики. Отсутствие возмущений плотности может иметь место только в том случае, если колебания скорости плазмы в волне несут вихревой характер. В однородной плазме эти определения эквивалентны, но в неоднородной плазме, особенно в кривом магнитном поле, ситуация иная. Этот факт не является общеизвестным, что иногда приводит к взаимному непониманию специалистов, занимающихся изучением МГД-волн в различных областях космической плазмы. Статья посвящена разъяснению этого вопроса. Для простоты ограничимся случаем холодной плазмы, где ММЗ-волна отсутствует и существуют только альфвеновская волна и БМЗ. Волны рассматриваются в идеальной одножидкостной магнитной гидродинамике в линейном приближении.

### ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЛЬФВЕНОВСКИХ МОД

Как известно, в идеальной одножидкостной МГД считается, что электрическое поле сосредоточено на поверхности, ортогональной силовым линиям:  $\vec{E} = \vec{E}_\perp$ , где индекс  $\perp$  указывает на направление, перпендикулярное магнитному полю. Согласно теореме Гельмгольца, любое векторное поле можно разложить на сумму потенциальной и вихревой компонент. В применении к электрическому полю МГД-волны

$$\vec{E}_\perp = -\nabla_\perp \Phi + \nabla_\perp \times \vec{e}_\parallel \Psi. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{e}_\parallel$  — единичный вектор вдоль направления внешнего магнитного поля  $\vec{B}_0$ . Нетрудно показать, что потенциалы  $\Phi$  и  $\Psi$  соответствуют альфвеновской волне и БМЗ, соответственно [Тамао, 1986; Климушкин, 1994]. Таким образом, электрическое поле альфвеновской волны характеризуется условием

$$\nabla_\perp \times \vec{E}_\perp = 0, \quad (2)$$

которое можно назвать электродинамическим определением альфвеновской моды.

Поперечная скорость плазмы в МГД равна скорости электрического дрейфа

$$\vec{v}_\perp = c \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}_0}{B_0^2}. \quad (3)$$

Если магнитное поле однородно,  $\vec{B}_0 = const$ , тогда из (2) и (3) следует, что движение плазмы в альфвеновской волне носит вихревой характер:

$$\nabla_\perp \cdot \vec{v}_\perp = 0. \quad (4)$$

Это условие можно назвать гидродинамическим определением альфвеновской моды.

Теперь рассмотрим кривое магнитное поле. Для простоты предположим, что равновесное магнитное поле является потенциальным:  $\nabla \times \vec{B}_0 = 0$ . В холодной плазме условие равновесия записывается в виде

$$\nabla_\perp B_0 = \vec{n} \frac{B_0}{R}, \quad (5)$$

где  $\vec{n}$  — единичный вектор, направленный по нормали к силовой линии;  $R$  — радиус кривизны силовой линии.

Вычислим дивергенцию вектора скорости

$$\begin{aligned} \nabla_\perp \cdot \vec{v}_\perp = & c (\nabla_\perp B_0^{-2}) \cdot [\vec{E}_\perp \times \vec{B}_0] - \\ & - c B_0^{-2} \left\{ \vec{E}_\perp \cdot [\nabla_\perp \times \vec{B}_0] - \vec{B}_0 \cdot [\nabla_\perp \times \vec{E}_\perp] \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

В результате выкладок с учетом (5) обнаруживается, что эта величина пропорциональна кривизне силовых линий и в общем случае не равна нулю:

$$\nabla_\perp \cdot \vec{v}_\perp = \frac{2c}{B_0^2 R} \vec{B}_0 \cdot [\vec{n} \times \vec{E}_\perp] = -\frac{2c}{B_0 R} E_b \neq 0. \quad (7)$$

Здесь  $E_b = \vec{E}_\perp \cdot [\vec{n} \times \vec{e}_\parallel]$  — компонента электрического поля в направлении бинормали к силовой линии (рис. 1). Таким образом, если в кривом магнитном поле справедливо условие (2), то условие (4) не выполняется: у скорости движения плазмы есть не только вихревая составляющая, но и потенциальная. Нетрудно убедиться и в обратном: если движение плазмы является чисто вихревым (выполняется условие (4)), электрическое поле волны не может быть чисто потенциальным.

Эффекты кривизны силовой линии, приводящие к неравенству (7), могут не учитываться только при одновременном выполнении двух условий:

$$\lambda_\parallel \ll R \quad (8)$$

и

$$\lambda_n \ll \lambda_b, \quad (9)$$

где  $\lambda_\parallel, \lambda_n, \lambda_b$  — длина волны в проекции соответственно на направление магнитного поля, нормаль и бинормаль к магнитному полю. В магнитосфере для МГД-волн в диапазонах Pc4–5 условие (8) заведомо не соблюдается. Действительно, такие волны представляют собой низкие гармоники волн, стоячих вдоль силовой линии, продольная длина которых равна длине  $L$  силовой линии между ионосферами магнитосопреженных полушарий или в 2–3 раза меньше. Но радиус кривизны силовой линии и длина силовой линии имеют один и тот же порядок величины:  $L \sim R$  [Леонович, Мазур, 2016]. Отметим, что в условие (8) входит именно продольная, а не поперечная длина волны, поскольку последняя не содержится в дисперсионном соотношении альфвеновской волны. Условие (9) означает, что альфвеновская волна имеет тороидальную поляризацию, при которой силовая линия колеблется преимущественно в азимутальном направлении. В этом случае бинормальная компонента электрического поля волны  $E_b$  гораздо меньше нормальной  $E_n$ . Невихревой характер движения в альфвеновской волне особенно важен при наличии конечного плазменного давления, поскольку способствует сцеплению полой альфвеновской моды и медленного магнитного звука из-за кривизны силовых линий [Southwood, Saunders, 1985], следствием которого может быть бал-

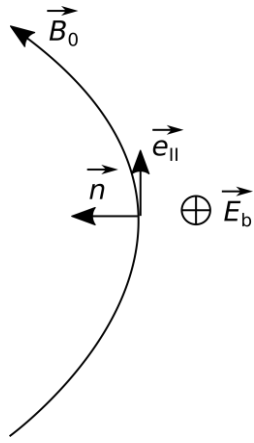


Рис. 1. Бинормальная компонента электрического поля волны

лонная неустойчивость магнитосферной плазмы [Cheremnykh et al., 2004; Leonovich, Kozlov, 2014; Rubtsov et al., 2018].

Отдельного рассмотрения заслуживает возмущение плотности плазмы  $\rho$ . Его отсутствие часто считается характерным признаком альфвеновской волны. Действительно, в однородной плазме (плотность  $\rho_0 = const$ ) вихревое движение (4) не приводит к сгущению или разряжению плазмы (в линейном приближении):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla_{\perp} \cdot \rho_0 \vec{v}_{\perp} = -\rho_0 \nabla_{\perp} \cdot \vec{v}_{\perp} = 0. \quad (10)$$

Однако, если плазма неоднородна,  $\rho_0 \neq const$ , то возмущение плотности возникает даже в прямом магнитном поле при чисто вихревом движении:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla_{\perp} \cdot \rho_0 \vec{v}_{\perp} = -\vec{v}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} \rho_0 - \rho_0 \nabla_{\perp} \cdot \vec{v}_{\perp} \neq 0. \quad (11)$$

Возмущение плотности отсутствует только в том случае, если компонента скорости вдоль градиента плотности  $\nabla_{\perp} \rho_0$  равна нулю. Часто полагают, что этот градиент направлен по нормали к силовым линиям. Тогда в силу (3) бинормальная компонента электрического поля  $E_b$  тоже равна нулю. В этом случае возмущение плотности обязательно имеет место.

Отметим, что моду с  $E_b \neq 0$  иногда называют баллонной и отличают от альфвеновской. Авторам такое определение не представляется удачным, поскольку в общем случае у волны имеются и нормальная  $E_n$ , и бинормальная  $E_b$  компоненты электрического поля. В природе не существует волн с  $E_b = 0$ . Отметим, что в физике магнитосферы альфвеновские волны с  $E_n \gg E_b$  называют тороидальными, волны с  $E_n \ll E_b$  — полоидальными. В магнитосфере регулярно наблюдаются и тороидальные [Shi et al., 2020; Yamamoto et al., 2022], и полоидальные [Mager, 2021; Mikhailova et al., 2022] альфвеновские волны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, два определения альфвеновской моды, электродинамическое  $\nabla_{\perp} \times \vec{E}_{\perp} = 0$  и гидроди-

намическое  $\nabla_{\perp} \cdot \vec{v}_{\perp} = 0$ , в кривом магнитном поле несовместимы друг с другом. Какое из них принять, является делом вкуса исследователя.

Приведем, однако, дополнительный аргумент в пользу электродинамического определения. Скорость  $\vec{v}$  обычно используют при гидродинамическом описании плазмы. В кинетике основными переменными, описывающими волну, являются компоненты электромагнитного поля, в то время как макроскопическая скорость плазмы  $\vec{v}$  появляется только в результате вычисления момента функции распределения и обычно вообще не рассматривается. Таким образом, с точки зрения «сшивки» МГД и кинетики более предпочтительным представляется электродинамическое определение альфвеновской волны  $\nabla_{\perp} \times \vec{E}_{\perp} = 0$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России. Авторы благодарны Д.В. Костареву за ценные обсуждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кадо́мцев Б.Б. *Коллективные явления в плазме*. М.: Наука, 1988. 304 с.
- Климушкин Д.Ю. Метод описания альфвеновской и магнитозвуковой ветвей колебаний неоднородной плазмы. *Физика плазмы*. 1994. Т. 20. С. 309–315.
- Кобанов Н.И., Чупин С.А., Челпанов А.А. К поиску наблюдательных проявлений альвеновских волн в солнечных фаелах. *Письма в Астрономический журнал*. 2017. Т. 43. С. 925–934.
- Леонovich А.С., Мазур В.А. *Линейная теория МГД-колебаний в магнитосфере*. М.: Физматлит, 2016. 480 с.
- Челпанов А.А., Челпанов М.А., Кобанов Н.И., Сотникова Р.Т. Сравнение основных характеристик колебаний хромосферы Солнца и магнитосферы по исследованиям, выполненным в ИСЗФ СО РАН. *Солнечно-земная физика*. 2018. Т. 4, № 4. С. 14–22. DOI: [10.12737/szf-44201802](https://doi.org/10.12737/szf-44201802).
- Alperovich L.S., Fedorov E.N. Hydromagnetic Waves in the Magnetosphere and the Ionosphere. *Springer*. 2007. 426 p. DOI: [10.1007/978-1-4020-6637-5](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6637-5).
- Belcher J.W., Davis L. Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium, 2. *J. Geophys. Res.* 1971. Vol. 76, iss. 16. P. 3534–3563. DOI: [10.1029/JA076i016p03534](https://doi.org/10.1029/JA076i016p03534).
- Cheremnykh O.K., Parnowski A.S., Burdo O.S. Ballooning modes in the inner magnetosphere of the Earth. *Planetary Space Sci.* 2004. Vol. 52. P. 1217–1229. DOI: [10.1016/j.pss.2004.07.014](https://doi.org/10.1016/j.pss.2004.07.014).
- Jess D.B., Mathioudakis M., Erd’elyi R., et al. Alfvén waves in the lower solar atmosphere. *Science*. 2009. Vol. 323, iss. 5921. P. 1582–1585. DOI: [10.1126/science.1168680](https://doi.org/10.1126/science.1168680).
- Leonovich A.S., Kozlov D.A. Coupled guided modes in the magnetotails: spatial structure and ballooning instability. *Astrophys. Space Sci.* 2014. Vol. 353. P. 9–23. DOI: [10.1007/s10509-014-1999-3](https://doi.org/10.1007/s10509-014-1999-3).
- Mager O.V. Alfvén waves generated through the drift-bounce resonant instability in the ring current: A THEMIS multi-spacecraft case study. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2021. Vol. 126. e2021JA029241. DOI: [10.1029/2021JA029241](https://doi.org/10.1029/2021JA029241).
- Mikhailova O.S., Smotrova E.E., Mager P.N. Resonant generation of an Alfvén wave by a substorm injected electron cloud: A Van Allen probe case study. *Geophys. Res. Lett.* 2022. Vol. 49. e2022GL100433. DOI: [10.1029/2022GL100433](https://doi.org/10.1029/2022GL100433).
- Nakariakov V.M., Pilipenko V., Heilig B., et al. Magneto-hydrodynamic oscillations in the solar corona and Earth’s magnetosphere: towards consolidated understanding. *Space Sci. Rev.* 2016. Vol. 200. P. 75–203. DOI: [10.1007/s11214-015-0233-0](https://doi.org/10.1007/s11214-015-0233-0).

Rubtsov A.V., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Ballooning instability of azimuthally small scale coupled Alfvén and slow magnetoacoustic modes in two-dimensionally inhomogeneous magnetospheric plasma. *Physics of Plasmas*. 2018. Vol. 25. 102903. DOI: [10.1063/1.5051474](https://doi.org/10.1063/1.5051474).

Ruderman M.S., Petrukhin N.S. Existence of purely Alfvén waves in magnetic flux tubes with arbitrary cross-sections. *Physics*. 2022. Vol. 4. P. 865–872. DOI: [10.3390/physics4030055](https://doi.org/10.3390/physics4030055).

Shi X., Hartinger M.D., Baker J.B.H., et al. Multipoint conjugate observations of dayside ULF waves during an extended period of radial IMF. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2020. Vol. 125. e2020JA028364. DOI: [10.1029/2020JA028364](https://doi.org/10.1029/2020JA028364).

Southwood D.J., Saunders M.A. Curvature coupling of slow and Alfvén MHD waves in a magnetotail field configuration. *Planetary Space Sci.* 1985. Vol. 33. P. 127–134. DOI: [10.1016/0032-0633\(85\)90149-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(85)90149-7).

Tamao T. Direct contribution of oblique field-aligned currents to ground magnetic fields. *J. Geophys. Res.* 1986. Vol. 91, iss. A1. P. 183–189. DOI: [10.1029/JA091iA01p00183](https://doi.org/10.1029/JA091iA01p00183).

Tu C.Y., Marsch E. MHD structures, waves and turbulence in the solar wind: Observations and theories. *Space Sci. Rev.* 1995. Vol. 73. P. 1–210. DOI: [10.1007/BF00748891](https://doi.org/10.1007/BF00748891).

Yamamoto K., Seki K., Matsuoka A., et al. A Statistical study of the solar wind dependence of multi-harmonic toroidal ULF waves observed by the Arase satellite. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2022. Vol. 127. e2021JA029840. DOI: [10.1029/2021JA029840](https://doi.org/10.1029/2021JA029840).

*Как цитировать эту статью:*

Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Об определении понятия альфвеновской моды в неоднородном магнитном поле. *Солнечно-земная физика*. 2023. Т. 9, № 1. С. 33–36. DOI: [10.12737/szf-91202304](https://doi.org/10.12737/szf-91202304).