УДК 415

DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-2-18-26

П.В. Кононов

Канд. техн. наук, доцент, Санкт-Петербургский горный университет, Россия, 199106, Санкт-Петербург, Васильевский остров, 21-я линия, д. 2

И.Е. Кононова

Канд. физ.-мат. наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Россия, 197376, Санкт-Петербург, ул. пр. Попова, 5

Геометрические образы нанокластеров по

октаэдрической линии

Аннотация. Интерес к физике кластеров повысился на гране второй половины XX в., при этом появилось само слово «кластер» (англ. cluster «скопление, кисть, рой»). В последнее время понятие «кластер» становится актуальной в связи с тенденцией развития наноматериалов. Такие наноматериалы, полученные с помощью нетрадиционных механизмов роста, чрезвычайно интересны в области электроники, фотоники и представляют большой интерес для катализа. Строение и свойства нанообъектов, а также технологии их применения и модификации определяются составом, строением, комплексом физических (в том числе квантово-механических) свойств, химических свойств и закономерностей. В статье с помощью средств компьютерной графики рассмотрена визуализация и представлены наглядные геометрические образы нанокластеров, позволяющие избежать примитивно-геометрического представления о нанообъектах у студентов и служащие мотивацией к изучению других естественнонаучных предметов. Применены знания и умения, закладываемые студентам в курсе инженерная и компьютерная графика, к исследованиям закономерностей протекания процессов в наномире на примере принципов построения геометрических моделей нанокластеров по октаэдрической линии с помощью 3D-моделирования. Рассмотрены особенности морфологии нанообъектов, предопределяющие актуальность модернизации подготовки студентов в применении взаимосвязанных навыков таких дисциплин как «Наноматериаловедение», «Нанотехнология», «Инженерная и компьютерная графика». Содержание статьи предназначено специалистам, работающим в областях нанотехнологии и может быть полезно аспирантам и студентам, обучающимся по направлениям «Электроника и микроэлектроника» и «Нанотехнология», а также для студентов технологических специальностей горно-геологического и архитектурно-строительного профиля.

Ключевые слова: трехмерное моделирование, 3ds Max, геометрические модели нанокластеров, октаэдрические кластеры.

P.V. Kononov

Ph. D. of Engineering, Associate Professor,Saint Petersburg Mining University,2, Line 21, st. Vasilevsky Island, Saint Petersburg, 199106, Russia

I.E. Kononova

Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,

Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI», 5, Professor Popova st., Saint Petersburg, 197376, Russia

Modeling of Octahedral Clusters from Structural Units

Abstract. Interest in cluster physics increased at the edge of the second half of the 20th century, while the word «cluster» itself appeared (Eng. cluster «cluster, brush, swarm». Recently, the concept of «cluster» has become relevant due to the trend in the development of nanomaterials. Such nanomaterials obtained using unconventional growth mechanisms are extremely interesting in the field of electronics, photonics and are of great interest for catalysis. The structure and properties of nanoobjects, as well as the technologies of their application and modification are determined by the composition, structure, complex of physical (including quantum mechanical) properties, chemical properties and patterns. In the article, using computer graphics, visualization is considered and visual geometric images of nanoclusters are presented, which allow students to avoid a primitive geometric representation of nanoobjects and serve as motivation to study other natural science subjects. The knowledge and skills laid down by students in the course of engineering and computer graphics are applied to the study of the laws of the processes in the nanowire by the example of the principles of constructing geometric models of nanoclusters along an octahedral line using 3D modeling. The features of the morphology of nanoobjects that determine the relevance of the modernization of students' training in the application of interrelated skills of such disciplines as «Nanomaterial Science», «Nanotechnology», «Engineering and computer graphics» are considered. The content of the article is intended for specialists working in the fields of nanotechnology and can be useful for graduate students and students studying in the fields of «Electronics and microelectronics» and «Nanotechnology», as well as for students of technological specialties of mining and geological and architectural and construction profile.

Keywords: three-dimensional modeling, 3Ds Max, geometric models of nanoclusters, octahedral clusters.

Введение

Современное наноматериаловедение претерпевает большие изменения, появляется совершенно новый подход, заключающийся в нетрадиционных механизмах роста (за счет кластерного соединения [8; 9; 19]). Методы нетрадиционной кристаллизации изучают процессы, над которыми не довлеет свойство того, что должны существовать только оси симметрии 1, 2, 3, 4, 6-го порядков и так как рассматривается не бесконечно твёрдое тело, то могут существовать и оси 5-го порядка и т.д., поэтому рассматриваются энергетические формы, выгодные с учетом различных осей. Если раньше рассматривались вопросы, связанные с разрастанием атомов, то теперь больше и больше рассматривается возможность привлечения механизмов сращивания и получения мезокристаллов.

Интерес к физике кластеров повысился на гране второй половины XX в., при этом появилось само слово «кластер» (англ. с/uster «скопление, кисть, рой») [22–24; 33; 41]. В последнее время понятие «кластер» [11; 12; 17; 18] становится актуальной в связи с тенденцией развития наноматериалов [21; 31; 32; 34–36; 38–40].

Такие наноматериалы [1; 25–30; 37], полученные с помощью нетрадиционных механизмов роста чрезвычайно интересны [12; 22–24; 33; 41] в области электроники, фотоники и представляют большой интерес для катализа.

Нужно отметить, что строение и свойства нанообъектов, а также технологии их применения и модификации определяются составом, строением, комплексом физических (в том числе квантово-механических), химических свойств и закономерностей.

В настоящей работе применены средства [2; 4] компьютерной графики [3; 5; 6; 13–15; 20] для визуализации и наглядного представления геометрических [10; 16] образов нанокластеров, позволяющие избежать примитивно-геометрического представления о нанообъектах у студентов и служащие мотивацией к изучению других естественнонаучных предметов.

Целью настоящей работы являлось наглядное рассмотрение построения геометрических моделей структуры нанокластеров по октаэдрической линии с применением трехмерного моделирования.

Построение геометрических моделей кластеров по октаздрической линии

Процесс моделирования в 3ds Max условно разбивали на следующие этапы: настройка единиц измерения, построение правильного октаэдра и октаэдр с отсечением от всех его шести вершин маленьких квадратных пирамид.

Единицы измерения настраивали следующим образом: в диалоговом окне «Units Setup» (Настройка единиц измерения) в разделе «Display Unit Scale» («Отображаемые единицы измерения») отмечали вариант Metric («Метрические») из соответствующего выпадающего списка и выбирали Millimeters («Миллиметры»), далее в диалоговом окне «System Unit Setup» («Настройка системной единицы измерения») задавали: 1 Unit = 1,0 Millimeters.

Моделирование октаэдра в 3ds Мах проводили из примитива «Hedra» («Многогранник») из «Extended *P*rimitives» («Расширенных примитивов»). Во вкладке «Modify» («Редактирование») устанавливали следующие параметры в области «Fami*l*y» (Семейство): Cube/Octa (Куб/Октаэдр) и в области «Fami*l*y *P*arameters» (Параметры семейства): «*P*» — 1,0; «*Q*» — 0,0; «Radius».

Октаэдр с отсечением от всех его шести вершин маленьких квадратных пирамид получали следующим образом: к октаэдру применяли модификатор «*Edit Poly*» («Редактировать как многоугольник»), активировали уровень «*Edge*» («Ребро») и выделяли все ребра объекта. На панели «*Edges*» («Ребра») в поле «*Number of Vertices*» («Количество вершин») вводили значение «5» и выполняли команду «*Insert Vertices*» («Добавить вершины»). Все новые вершины, образующие основания малых пирамид, объединяли между собой с помощью команды «*Connect*» («Соединить»), а оставшиеся вершины пирамид удаляли с помощью команды «*Remove*» («Устранить»).

В табл. 1 представлены результаты расчетов числа структурных единиц (атомов, молекул) в исходных геометрических моделях октаэдрических кластеров и в геометрических моделях при «скруглении» октаэдра, т.е. при отсечении от его вершин маленьких квадратных пирамид, содержащих структурные единицы на ребре.

Таблица 1

Результаты расчетов числа структурных единиц (атомов, молекул) в исходных геометрических моделях октаздрических кластеров и в геометрических моделях при «скруглении» октаздра, т.е. при отсечении от его вершин маленьких квадратных пирамид, содержащих структурные единицы на ребре

	$N_{\scriptscriptstyle I}^{ m o\kappa}$ при значениях р						
	0	1	2	3	4	5	6
1	1						
2	6	0					
3	19	13					
4	44	38	14				
5	85	79	55				
6	146	140	116	62			
7	231		201	147			
8	344		314	260	164		
9	489			405	309		
10	670			586	490	340	
11	891			807	711	561	
12	1156				976	826	610
13	1469				1289	1139	923

Октаэдрические числа получаются прямым подсчетом, если учитывать, что октаэдр с l структурными единицами на ребре состоит из двух квадратных пирамид с (l-1) структурными единицами на ребре, содержащих каждая N_{l-1}^{n} структурных единиц, и квадрата с l^2 структурными единицами между ними.

$$N_{l-1}^{\pi} = \sum_{i=1}^{l-1} (i-1)^2 = \frac{1}{6} \Big[(l-1) \cdot l \cdot (2l-1) \Big].$$

Поэтому октаэдрическое число вычисляется по формуле:

$$N_l^{\text{ок}} = 2N_{l-1}^{\text{п}} + l^2 = \frac{l(2l^2 - l - 2l + 1 + l)}{3};$$
 $N_l^{\text{ок}} = \frac{l(2l^2 + 1)}{3};$
при $p = 0.$

На рис. 1-4 представлены изображения геометрических моделей шестиатомного и девятнадцатиатомного октаэдрических кластеров с числом структурных единиц на ребре октаэдра $l = 2 \left(N_{l=2}^{>} \left(p = 0 \right) = 6 \right)$ и $l = 3 (N_{l-3}^{>} (p=0) = 19)$ (без отсечения при p = 0),соответственно, а также схематичные изображения расположения структурных единиц в этих геометрических моделях кластеров.





Рис. 1. Изображение геометрической Рис. 2. Схематичное изображение модели шестиатомного октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра / = 2 (без отсечения $(0 = \alpha \text{ NGL})$

расположения структурных единиц в геометрической модели шестиатомного кластера, изображенной на рис. 1



Рис. 3. Изображение геометрической модели девятнадцатиатомного октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра / = 3 (без отсечения при *p* = 0)



Рис. 4. Схематичное изображение расположения структурных единиц в геометрической модели девятнадцатиатомного октаэдрического кластера, изображенной на рис. 3

По результатам компьютерного моделирования выявлено, что в геометрической модели девятнадцатиатомного октаэдрического кластера 18 структурных единиц находятся на гранях, а 1 структурная единица — в центре октаэдра на пересечении 3 равных его диагоналей (в октаэдре все диагонали равны между собой и попарно перпендикулярно пересекаются в центре).

Если «скруглять» октаэдр (табл. 1), отсекая от шести его вершин квадратные пирамиды с р структурными единицами на ребре $(p \le |l/2|)$, то общая формула «магических чисел» [7] для подобных конфигураций будет иметь вид:

$$N_{l}^{\text{ok}}(p) = N_{l}^{\text{ok}} - 6N_{p}^{\text{n}}.$$

$$p = l - 1 \Rightarrow l = p + 1$$

$$N_{p}^{\text{n}} = \frac{1}{6} \Big[p \cdot (p+1) \cdot (2p+2-1) \Big] = \frac{1}{6} \Big[p \cdot (p+1) \cdot (2p+1) \Big]$$

$$N_{l}^{\text{ok}}(p) = N_{l}^{\text{ok}} - 6N_{p}^{\text{n}} = \frac{l(2l^{2}+1)}{3} - \Big[p \cdot (p+1) \cdot (2p+1) \Big].$$

Например:

$$N_{l=3}^{\geq}(p=1) = \frac{3(2\cdot 3^{2}+1)}{3} - [1\cdot(1+1)\cdot(2\cdot 1+1)] = 19 - 6 = 13.$$

На рис. 5 приведено изображение геометрической модели тринадцатиатомного $(N_{l=3}^{>}(p=1)=13)$ октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра l = 3 с отсечением от всех шести вершин маленьких квадратных пирамид, содержащих p = 1 атом на ребре).



Рис. 5. Изображение геометрической модели тринадцатиатомного октаэдрического кластера

На рис. 6 и 7 представлены изображение геометрической модели сорокачетырехатомного $(N_{l=4}^{>}(p=0)=44)$ октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра l = 4 (без отсечения при p = 0) и схематичное изображение расположения структурных единиц в геометрической модели сорокачетырехатомного кластера.



Рис. 6. Изображение геометрической модели сорокачетырехатомного октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра / = 4 (без отсечения при *p* = 0)

Рис. 7. Схематичное изображение расположения структурных единиц в геометрической модели сорокачетырехатомного октаэдрического кластера, изображенной на рис. 6

На рис. 8 изображен разрез геометрической модели сорокачетырехатомного октаэдрического кластера, изображенной на рис. 6, по плоскости симметрии (вид снизу), а на рис. 9 — ортогональная проекция геометрической модели сорокачетырехатомного октаэдрического кластера, центрированная гранью.



модели сорокачетырехатомного октаэдрического кластера, изображенной на рис. 6, по плоскости симметрии (вид снизу)

геометрической модели сорокачетырехатомного октаэдрического кластера (изображенной на рис. 6)

Установлено, что так как согласно геометрической модели 4 структурные единицы находятся на ребре сорокачетырехатомного октаэдрического кластера, то на его 12 ребрах расположено 30 структурных единиц. В центре каждой грани 1 структурная единица, т.е. 8 структурных единиц на 8 гранях октаэдра. И на каждой диагонали сорокачетырехатомного октаэдрического кластера расположены 2 структурные единицы, поэтому по результатам ЗД-моделирования показано, что 6 структурных единиц находится внутри сорокачетырехатомного октаэдрического кластера на 3 его диагоналях (в центре нет структурной единицы).

На рис. 10 приведено изображение геометрической модели тридцативосьмиатомного $(N_{l=4}^{>}(p=1)=38)$ октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра l = 4 с отсечением от всех шести вершин маленьких квадратных пирамид, содержащих p = 1 атом на ребре).



Рис. 10. Изображение геометрической модели тридцативосьмиатомного октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра / = 4 (с отсечением при p = 1)

На рис. 11 приведено изображение геометрической модели четырнадцатиатомного $(N_{l-4}^{>}(p=2)=14)$ октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаздра l = 4 с отсечением от всех шести вершин маленьких квадратных пирамид, содержащих p = 2 атома на ребре), а на рис. 12 — схематичное изображение расположения структурных единиц в четырнадцатиатомном кластере.



Рис. 11. Изображение геометриче- Рис. 12. Схематичное изображение ской модели четырнадцатиатомного расположения структурных единиц октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре

в геометрической модели четырнадцатиатомного октаэдрического октаэдра / = 4 (с отсечением при p = 2) кластера, изображенной на рис. 11 На рис. 13 представлено изображение геометрической модели восьмидесятипятиатомного $(N_{l=5}^{\times}(p=0)=85)$ октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра l = 5 (без отсечения при p = 0).



Рис. 13. Изображение геометрической модели восьмидесятипятиатомного октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра / = 5 (без отсечения при *p* = 0)

Так как согласно геометрической модели 5 структурных единиц находятся на ребре восьмидесятипятиатомного октаэдрического кластера, то на его 12 ребрах расположены 42 структурные единицы. В центре каждой грани 3 структурные единицы, т.е. 24 структурные единицы на 8 гранях восьмидесятипятиатомного октаэдра. По результатам *3D*-моделирования выявлено, что внутри восьмидесятипятиатомного октаэдрического кластера с числом структурных единиц на ребре октаэдра l = 5 находится малый октаэдр с 19 структурными единицами (рис. 14). Таким образом результат суммирования 42, 24 и 19 структурных единиц — 85.



Рис. 14. Наглядное изображение внутреннего малого октаэдра в геометрической модели восьмидесятипятиатомного октаэдрического кластера, изображенной на рис. 13

По результатам моделирования установлено, что количество структурных единиц внутри геометрической модели октаэдрического кластера (L_l) с числом структурных единиц на ребре октаэдра l = 3, l = 4, l = 5 равно, соответственно, $L_{l=3} = 1$, $L_{l=4} = 6$, $L_{l=5} = 19$.

Поэтому если
$$N_l^{\approx} = 2N_{l-1}^2 + l^2 = \frac{l(2l^2+1)}{3}$$
 при $p = 0$,
то $L_l = N_{l-2}^{\approx} = \frac{(l-2)(2(l-2)^2+1)}{3}$ при $p = 0$ и $l \ge 3$. Та-

ким образом, зависимость числа структурных единиц внутри геометрической модели октаэдрического кластера L_l от числа структурных единиц на ребре октаэдра *l* без отсечения представляет собой кубическую функцию $L_l(l) = 0,6667l^3 - 4l^2 + 8,3333l - 6$ при p = 0 и $l \ge 3$, которая задается многочленом третьей степени (рис. 15).



Рис. 15. Зависимость числа структурных единиц внутри октаэдрического кластера L_i от числа структурных единиц на ребре октаэдра / без отсечения

В табл. 2 представлены результаты моделирования и зависимость числа структурных единиц внутри октаэдрического кластера L_i от числа структурных единиц на ребре октаэдра l без отсечения и от числа структурных единиц в октаэдрическом кластере.

Таблица 2

Зависимость числа структурных единиц внутри октаздрического кластера от числа структурных единиц на ребре октаздра без отсечения и от числа структурных единиц в октаздрическом кластере

l	$N_l^{\text{ok}}(p=0)$	L_l
1	1	
2	6	
3	19	1
4	44	6
5	85	19
6	146	44
7	231	85
8	344	146
9	489	231
10	670	344
11	891	489
12	1156	670
13	1469	891

Выявлено, что зависимость числа структурных единиц на ребре октаэдра от числа структурных единиц внутри октаэдрического кластера без отсечения представляет собой кубическую функцию, которая задается многочленом третьей степени. Предложена формула расчета числа структурных единиц внутри октаэдрического кластера.

Заключение

В работе применены средства компьютерной графики [3; 5; 13–15; 20] для визуализации и наглядного представления геометрических образов нанокластеров по октаэдрической линии, позволяющие избежать примитивно-геометрического представле-

Литература

- Бобков А.А. Материаловедение микро- и наносистем. Иерархические структуры [Текст] / А.А. Бобков, И.Е. Кононова, В.А. Мошников // под ред. В. А. Мошникова. — СПб.: Изд-во ЛЭТИ, 2017. — 204 с.
- Бойков А.А. Проблемы геометро-графической подготовки студентов вузов [Текст] / А.А. Бойков, К.Т. Егиазарян, А.В. Ефремов, Н.С. Кадыкова // Геометрия и графика. — 2023. — Т. 11. — № 1. — С. 4–22. — DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-4-12.
- 3. Вышнепольский В.И. Цели и методы обучения графическим дисциплинам [Текст] / В.И. Вышнепольский, Н.А. Сальков // Геометрия и графика. 2013. Т. 1. № 2. С. 8–9. DOI: 10.12737/777.
- 4. *Гирш А.Г.* Новые задачи начертательной геометрии. Продолжение [Текст] / А.Г. Гирш // Геометрия и графика. — 2021. — Т. 9. — № 4. — С. 3–10. — DOI: 10.12737/2308-4898-2020-18-33.
- 5. *Иванов Г.С.* Перспективы начертательной геометрии как учебной дисциплины [Текст] / Г.С. Иванов // Геометрия и графика. 2013. Т. 1. № 1. С. 26–27. DOI: 10.12737/775.
- 6. Игнатьев С.А. Повышение наглядности представления изучаемых в начертательной геометрии объектов [Текст] / С.А. Игнатьев, Э.Х. Муратбакеев, М.В. Воронина // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 1. — С. 44—53. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-44-53.
- Мясниченко В.С. Влияние внешнего давления на термодинамическую стабильность ГЦК нанокристаллов золота, серебра и меди с «магическим» числом атомов 147 [Текст] / В.С. Мясниченко, А.Ю. Колосов, Д.Н. Соколов, Н.Ю. Сдобняков // Сборник научных трудов VI международной научной конференции «Химическая термодинамика и кинетика» под редакцией Ю.Д. Орлова. — Тверь: Изд-во Тверского гос. ун-та, 2016. — С. 186–187.
- Мясниченко В.С. Применение представления о структурных многогранниках заполнения координационных сфер в объемных кристаллах к проблеме поиска устойчивых форм нанокластеров. Часть 1 [Текст] /

ния о нанообъектах у студентов и служащие мотивацией к изучению других естественнонаучных предметов.

Данные исследования закономерностей протекания процессов в наномире на примере принципов построения геометрических моделей структуры кластеров могут быть использованы для формирования межпредметных связей при изучении дисциплин «Наноматериаловедение», «Нанотехнология», «Начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика» и для развития у студентов пространственного представления и геометрического мышления.

В.С. Мясниченко, М.Д. Старостенков // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. — 2011. — Т. 8. — № 2. — С. 49–52.

- 9. Мясниченко В.С. Применение представления о структурных многогранниках заполнения координационных сфер в объемных кристаллах к проблеме поиска устойчивых форм нанокластеров. Часть 2 [Текст] / В.С. Мясниченко, М.Д. Старостенков // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. — 2012. — Т. 9. — № 3. — С. 284–288.
- Оюунжаргал Ч. Тенденции обучения в инженерной графике [Текст] / Ч. Оюунжаргал, Оюунзаяа Э. // Геометрия и графика. 2022. Т. 10. № 2. С. 53–59. DOI: 10.12737/issn.2308-4898. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-53-59.
- Поленов Ю.В. Физико-химические основы нанотехнологий: учеб. пособие [Текст] / Ю.В. Поленов, М.В. Лукин, Е.В. Егорова. — Иваново: Изд-во Иван. гос. хим.-технол. ун-та, 2013. — 196 с.
- Редель Л.В. Роль «магических» чисел при формировании структуры в малых нанокластерах серебра [Текст] / Л.В. Редель, Ю.Я. Гафнер, С.Л. Гафнер // Физика твердого тела. 2015. Т. 57. № 10. С. 2061–2070.
- Сальков Н.А. Геометрическое моделирование и начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 4. — С. 8-9. — DOI: 10.12737/22841.
- 14. Сальков Н.А. Качество геометрического образования при различных подходах к методике обучения [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. 2020. Т. 8. № 4. С. 47–60. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-47-60.
- 15. *Сальков Н.А.* Место начертательной геометрии в системе геометрического образования технических вузов [Текст]/Н.А. Сальков// Геометрия и графика. 2016. Т. 4. № 3. С. 53–61. DOI: 10.12737/21534.
- 16. Сальков Н.А. Основные причины плохого усвоения начертательной геометрии [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2021. — Т. 9. — № 2. — С. 3–11. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-2-3-11.
- 17. Спивак Л.В. Физико-химические основы процессов микро- и нанотехнологии [Электронный ресурс]: учеб.

пособие: в 2 ч. — Ч. 1 / Л.В. Спивак, Н.Е. Щепина; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. — Пермь, 2018. — 202 с.

- Суздалев И.П. Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов [Текст] / И.П. Суздалев. — М.: КомКнига, 2006. — 592 с.
- Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов [Текст]. — Тверь: Изд-во Тверского гос. ун-та, 2021. — Вып. 13. — 956 с.
- Фоломкин А.И. Оценка результативности применения пилотного проекта программы-тренажёра по начертательной геометрии [Текст] / А.И. Фоломкин, С.В. Янкилевич, О.Н. Мороз // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 3. — С. 54–70. — DOI:10.12737/2308-4898-2022-10-3-54-70.
- Gasanly S.A., Tomaev V.V., Stoyanova T.V. The concept of the phases ratio control during the formation of composite filamentary nanocrystals xInSe-(1-x)In2O3 on glass substrates J. Physics: Conf. Ser. 2017, V. 917, 32021. DOI:10.1088/1742-6596/917/3/032021.
- Harbola M.K. Magic numbers for metallic clusters and the principle of maximum hardness. PNAS. 1992. V. 89 (3). Pp. 1036–1039. DOI: https://doi.org/10.1073/pnas.89.3. 1036.
- Jia Y., Yu X., Zhang H., Cheng L., Luo Z. Tetrahedral Pt 10 Cluster with Unique Beta Aromaticity and Superatomic Feature in Mimicking Methane. The Journal of Physical Chemistry Letters. 2021. V. 12. Pp. 5115–5122. DOI: 10.1021/acs.jpclett.1c01178.
- Kaatz F. H., Bultheel A., Engel M., Vogel N. Magic Mathematical Relationships for Nanoclusters. Nanoscale Research Letters. 2019. V. 14. P. 150. DOI: https://doi.org/10.1186/s11671-019-2939-5.
- Kononova I.E., Moshnikov V.A., Kononov P.V. Development of a model for the formation of materials with a hierarchical pore structure produced under sol-gel processing conditions. Inorganic Materials. 2018. V. 54. I. 5. Pp. 478–489. DOI: https://doi.org/10.1134/S0020168518050060.
- Kononova I., Kononov P., Moshnikov V., Ignat'ev S. Fractal-Percolation structure architectonics in sol-gel synthesis. International Journal of Molecular Sciences. 2021. V. 22. Pp. 10521–10537. DOI: https://doi.org/10.3390/ ijms221910521.
- Kononova I.E., Maraeva E.V., Skornikova S.A., Moshnikov V.A. Influence of Binder on Porous Structure of Zeolite Compositions and Their Catalytic Activity. Glass physics and chemistry. 2020. V. 46. I. 2. Pp. 162–169. DOI: 10.1134/S1087659620020066.
- Madison A.E., Madison P.A. Looking for alternatives to the superspace description of icosahedral quasicrystals. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2019. V. 475. Pp. 20180667. DOI: 10.1098/rspa.2018.0667.
- Madison A.E., Madison P.A. Structure of icosahedral quasicrystals within the multiple cell approach. Structural Chemistry. 2020. V. 31 (1). Pp. 485–505. DOI: https://doi. org/10.1007/s11224-019-01430-w.

- Madison A.E. Substitution rules for icosahedral quasicrystals. RSC Adv. 2015. V. 5. Pp. 5745–5753. DOI: https://doi. org/10.1039/C4RA09524C.
- Krasnyy V.A. The use of nanomaterials to improve the wear resistance of machine parts under fretting corrosion conditions. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering; IOP Publishing. 2019. V. 560. Pp. 1–5. DOI:10.1088/1757-899x/560/1/012186.
- Pleskunov I.V., Syrkov A.G. Development of research of low-dimension metal-containing systems from P.P. Weymarn to our days. J. Min. Inst. 2018. V. 231. Pp. 287–291. DOI: 10.25515/PMI.2018.3.287.
- Reimann S.M., Koskinen M., Häkkinen H., Lindelof P.E., Manninen M. Magic triangular and tetrahedral clusters. Physical review B. 1997. V. 56. I. 19. Pp. 1247–1250. DOI: 10.1103/PhysRevB.56.12147.
- Salikhov K.M., Stoyanov N.D., Stoyanova T.V. Using Optical Activation to Create Hydrogen and Hydrogen-Containing Gas Sensors. Key Eng. Mater. 2020. V. 854. Pp. 87–93. DOI: 10.4028/www.scientific.net/kem.854.87.
- Smerdov R., Mustafaev A., Spivak Y., Moshnikov V. Functionalized nanostructured materials for novel plasma energy systems. In Topical Issues of Rational Use of Natural Resources. 2019. CRC Press. 2019. Pp. 434–441. DOI: 10.1201/9781003014577-55.
- Smerdov R., Spivak Y., Bizyaev I., Somov P., Gerasimov V., Mustafaev A., Moshnikov V. Advances in Novel Low-Macroscopic Field Emission Electrode Design Based on Fullerene-Doped Porous Silicon. Electronics. 2020. V. 10. P. 42. DOI: 10.3390/electronics10010042.
- Spivak Yu.M., Kononova I.E., Kononov P.V., Moshnikov V.A., Ignat'ev S.A. The architectonics features of heterostructures for ir range detectors based on polycrystalline layers of lead chalcogenides. Crystals. 2021. V. 11. Pp. 1143–1159. DOI: 10.3390/cryst11091143.
- Syrkov A.G. On the priority of Saint-Petersburg Mining University in the field of nanotechnology science and nanomaterials. J. Min. Inst. 2016. V. 221. Pp. 730–736. DOI: https://doi.org/10.18454/pmi.2016.5.730.
- Tomaev V.V., Levine K.L., Stoyanova T.V., Sirkov A.G. Formation of nanocomposite film (polypirrol)/(aluminum) oxide on aluminum surface. In AIP Conference Proceedings; AIP Publishing LLC. 2019. V. 2064. Pp. 030016. DOI: 10.1063/1.5087678.
- Tomaev V., Levine K., Stoyanova T., Syrkov A.G. Synthesis and Study of a Polypyrrole–Aluminum Oxide Nanocomposite Film on an Aluminum Surface. Glas. Phys. Chem. 2019. V. 45. Pp. 291–297. DOI:10.1134/ s1087659619040126.
- Wang J., Mbah Ch. F., Przybilla T., Zubiri B.A., Spiecker E. Magic number colloidal clusters as minimum free energy structures. Nature communications. 2018. V. 9 (1). Pp. 52–59. DOI: 10.1038/s41467-018-07600-4.

References

- Bobkov A.A., Kononova I.E., Moshnikov V. A. Materialovedenie mikro- i nanosistem. Ierarhicheskie struktury [Materials science of micro- and nanosystems. Hierarchical structures]. pod red. V. A. Moshnikova. SPb., Izd-vo SPbGETU "LETI" Publ., 2017. 204 p. (in Russian)
- Bojkov A.A., Egiazaryan K.T., Efremov A.V., Kadykova N.S. Problemy geometro-graficheskoj podgotovki studentov vuzov [Problems of geometric and graphic training of university students]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2023. V. 11. I. 1. Pp. 4–22. DOI: 10.12737/issn.2308-4898. (in Russian)
- 3. Vyshnepol'skij V.I., Sal'kov N.A. Celi i metody obucheniya graficheskim disciplinam [Goals and methods of teaching graphic disciplines]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2013. V. 1. I. 2. Pp. 8–9. DOI: 10.12737/777. (in Russian)
- 4. Girsh A.G. Novye zadachi nachertatel'noj geometrii. Prodolzhenie [New problems of descriptive geometry. Continued]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2021.
 V. 9. I. 4. Pp. 3–10. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-18-33. (in Russian)
- Ivanov G.S. Perspektivy nachertatel'noj geometrii kak uchebnoj discipliny [Prospects of descriptive geometry as an academic discipline] *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2013. V. 1. I. 1. Pp. 26–27. DOI: 10.12737/775. (in Russian)
- Ignat'ev S.A., Muratbakeev E.H., Voronina M.V. Povyshenie naglyadnosti predstavleniya izuchaemyh v nachertatel'noj geometrii ob"ektov [Increasing the visibility of the representation of objects studied in descriptive geometry] / *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2022. V. 10. I. 1. Pp. 44–53. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-44-53. (in Russian)
- Myasnichenko V.S., Sokolov D.N., Sdobnyakov N.Yu., Kolosov A.Yu. Vliyanie vneshnego davleniya na termodinamicheskuyu stabil'nost' GCK nanokristallov zolota, serebra i medi c «magicheskim» chislom atomov 147 [The effect of external pressure on the thermodynamic stability of HCC nanocrystals of gold, silver and copper with a "magic" number of 147 atoms]. Sbornik nauchnyh trudov VI mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Himicheskaya termodinamika i kinetika» pod redakciej YU.D. Orlova [Collection of scientific papers of the VI International Scientific Conference "Chemical Thermodynamics and Kinetics" edited by Yu.D. Orlov]. Publishing house: Tver State University. 2016. Pp. 186–187. (in Russian)
- Myasnichenko V.S., Starostenkov M.D. Primenenie predstavleniya o strukturnyh mnogogrannikah zapolneniya koordinacionnyh sfer v ob"emnyh kristallah k probleme poiska ustojchivyh form nanoklasterov. CHast' 1 [Application of the concept of structural polyhedra filling coordination spheres in bulk crystals to the problem of finding stable forms of nanoclusters. Part 1]. Fundamental'nye problemy sovremennogo

materialovedeniya [Fundamental problems of modern materials science]. 2011. V. 8. I. 2. Pp. 49–52. (in Russian)

- Myasnichenko V.S., Starostenkov M.D. Primenenie predstavleniya o strukturnyh mnogogrannikah zapolneniya koordinacionnyh sfer v ob"emnyh kristallah k probleme poiska ustojchivyh form nanoklasterov. CHast' 2 [Application of the concept of structural polyhedra filling coordination spheres in bulk crystals to the problem of finding stable forms of nanoclusters. Part 2]. *Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya* [Fundamental problems of modern materials science]. 2012. V. 9. I. 3. Pp. 284–288. (in Russian)
- Oyuunzhargal Ch., Oyuunzayaa E. Tendencii obucheniya v inzhenernoj grafike [Learning trends in Engineering graphics]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2022. V. 10. I. 2. Pp. 53–59. DOI: 10.12737/issn.2308-4898. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-53-59. (in Russian)
- Polenov Yu.V., Lukin M.V., Egorova E.V. *Fiziko-himicheskie osnovy nanotekhnologij: ucheb. posobie* [Physico-chemical fundamentals of nanotechnology: textbook. stipend]. Ivanovo, Ivan. gos. chem.-technol. un-T. Publ., 2013. 196 p. (in Russian)
- Redel' L.V., Gafner Yu.Ya., Gafner S.L. Rol' «magicheskih» chisel pri formirovanii struktury v malyh nanoklasterah serebra [The role of "magic" numbers in the formation of structure in small silver nanoclusters]. *Fizika tverdogo tela* [Solid State Physics]. 2015. V. 57. I. 10. Pp. 2061–2070. (in Russian)
- Sal'kov N.A. Geometricheskoe modelirovanie i nachertatel'naya geometriya [Geometric modeling and descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2016. V. 4. I. 4. Pp. 8–9. DOI: 10.12737/22841. (in Russian)
- Sal'kov N.A. Kachestvo geometricheskogo obrazovaniya pri razlichnyh podhodah k metodike obucheniya [The quality of geometric education with different approaches to teaching methods]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2016. V. 8. I. 4. Pp. 47–60. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-47-60. (in Russian)
- Sal'kov N.A. Mesto nachertatel'noj geometrii v sisteme geometricheskogo obrazovaniya tekhnicheskih vuzov [The place of descriptive geometry in the system of geometric education of technical universities]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2016. V. 4. I. 3. Pp. 53–61. DOI: 10.12737/21534. (in Russian)
- 16. Sal'kov N.A. Osnovnye prichiny plohogo usvoeniya nachertatel'noj geometrii [The main reasons for poor assimilation of descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2021. V. 9. I. 2. Pp. 3–11. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-2-3-11. (in Russian)
- Spivak L.V., Shchepina N.E. *Fiziko-himicheskie osnovy processov mikro- i nanotekhnologii: ucheb. posobie: v 2 ch. Ch. 1* [Physico-chemical fundamentals of micro- and nanotechnology processes [Electronic resource]: textbook. manual: in 2 parts. P. 1]. Perm. gos. nac. issled. un-t. Elektron. dan. [Perm. state. national. research. un-t. Electron. dan.]. Perm', 2018. 202 p. (in Russian)

- Suzdalev I.P. Nanotekhnologiya: fiziko-himiya nanoklasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Nanotechnology: physical chemistry of nanoclusters, nanostructures and nanomaterials]. Moscow, KomKniga Publ., 2006. 592 p. (in Russian)
- Fiziko-himicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Physico-chemical aspects of studying clusters, nanostructures and nanomaterials]. Tver, Publishing House of Tver' State University Publ., 2021. V. 13. P. 956. (in Russian)
- Folomkin A.I., Yankilevich S.V., Moroz O.N. Ocenka rezul'tativnosti primeneniya pilotnogo proekta programmy-trenazhyora po nachertatel'noj geometrii [Evaluation of the effectiveness of the application of the pilot project of the descriptive geometry simulator program]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2022. V. 10. I. 3. Pp. 54–70. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-3-54-70. (in Russian)
- Gasanly S.A., Tomaev V.V., Stoyanova T.V. The concept of the phases ratio control during the formation of composite filamentary nanocrystals xInSe-(1-x)In2O3 on glass substrates J. Physics: Conf. Ser. 2017. V. 917. 32021. DOI: 10.1088/1742-6596/917/3/032021.
- Harbola M. K. Magic numbers for metallic clusters and the principle of maximum hardness. PNAS. 1992. V. 89 (3). Pp. 1036–1039. DOI: https://doi.org/10.1073/pnas.89.3.1036.
- Jia Y., Yu X., Zhang H., Cheng L., Luo Z. Tetrahedral Pt 10 — Cluster with Unique Beta Aromaticity and Superatomic Feature in Mimicking Methane. The Journal of Physical Chemistry Letters. 2021. V. 12. Pp. 5115–5122. DOI: 10.1021/acs.jpclett.1c01178.
- Kaatz F.H., Bultheel A., Engel M., Vogel N. Magic Mathematical Relationships for Nanoclusters. Nanoscale Research Letters. 2019. V. 14. P. 150. DOI: https://doi.org/10.1186/ s11671-019-2939-5.
- Kononova I.E., Moshnikov V.A., Kononov P.V. Development of a model for the formation of materials with a hierarchical pore structure produced under sol–gel processing conditions. Inorganic Materials. 2018. V. 54. I. 5. Pp. 478–489. DOI: https://doi.org/10.1134/S0020168518050060.
- Kononova I., Kononov P., Moshnikov V., Ignat'ev S. Fractal-Percolation structure architectonics in sol-gel synthesis. International Journal of Molecular Sciences. 2021.
 V. 22. Pp. 10521–10537. DOI: https://doi.org/10.3390/ ijms221910521.
- Kononova I. E., Maraeva E. V., Skornikova S. A., Moshnikov V. A. Influence of Binder on Porous Structure of Zeolite Compositions and Their Catalytic Activity. Glass physics and chemistry. 2020. V. 46. I. 2. Pp. 162–169. DOI: 10.1134/ S1087659620020066.
- Madison A.E., Madison P.A. Looking for alternatives to the superspace description of icosahedral quasicrystals. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2019. V. 475. Pp. 20180667. DOI: 10.1098/rspa.2018.0667.
- Madison A.E., Madison P.A. Structure of icosahedral quasicrystals within the multiple cell approach. Structural

Chemistry. 2020. V. 31 (1). Pp. 485–505. DOI: https://doi. org/10.1007/s11224-019-01430-w.

- Madison A.E. Substitution rules for icosahedral quasicrystals. RSC Adv. 2015, V.5, Pp. 5745–5753. DOI: https://doi. org/10.1039/C4RA09524C.
- 31. Krasnyy V.A. The use of nanomaterials to improve the wear resistance of machine parts under fretting corrosion conditions. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering; IOP Publishing. 2019. V. 560. Pp. 1–5. DOI:10.1088/1757-899x/560/1/012186.
- Pleskunov I.V., Syrkov A.G. Development of research of low-dimension metal-containing systems from P.P. Weymarn to our days. J. Min. Inst. 2018. V. 231. Pp. 287–291. DOI: 10.25515/PMI.2018.3.287.
- Reimann S.M., Koskinen M., Häkkinen H., Lindelof P.E., Manninen M. Magic triangular and tetrahedral clusters. Physical review B. 1997. V. 56. I. 19. Pp. 1247–1250. DOI: 10.1103/PhysRevB.56.12147.
- Salikhov K.M., Stoyanov N.D., Stoyanova T.V. Using Optical Activation to Create Hydrogen and Hydrogen-Containing Gas Sensors. Key Eng. Mater. 2020. V. 854. Pp. 87–93. DOI: 10.4028/www.scientific.net/kem.854.87.
- 35. Smerdov R., Mustafaev A., Spivak Y., Moshnikov V. Functionalized nanostructured materials for novel plasma energy systems. In Topical Issues of Rational Use of Natural Resources. 2019, CRC Press. 2019. Pp. 434–441. DOI: 10.1201/9781003014577-55.
- Smerdov R., Spivak Y., Bizyaev I., Somov P., Gerasimov V., Mustafaev A., Moshnikov V. Advances in Novel Low-Macroscopic Field Emission Electrode Design Based on Fullerene-Doped Porous Silicon. Electronics. 2020. V. 10. P. 42. DOI: 10.3390/electronics10010042.
- 37. Spivak Yu.M., Kononova I.E., Kononov P.V., Moshnikov V.A., Ignat'ev S.A. The architectonics features of hetero-structures for ir range detectors based on polycrystalline layers of lead chalcogenides. Crystals. 2021. V. 11. Pp. 1143–1159. DOI: 10.3390/cryst11091143.
- Syrkov A.G. On the priority of Saint-Petersburg Mining University in the field of nanotechnology science and nanomaterials. J. Min. Inst. 2016. V. 221. Pp. 730–736. DOI: https://doi.org/10.18454/pmi.2016.5.730.
- Tomaev V.V., Levine K.L., Stoyanova T.V., Sirkov A.G. Formation of nanocomposite film (polypirrol)/(aluminum) oxide on aluminum surface. In AIP Conference Proceedings; AIP Publishing LLC. 2019. V. 2064. Pp. 030016. DOI: 10.1063/1.5087678.
- Tomaev V., Levine K., Stoyanova T., Syrkov A.G. Synthesis and Study of a Polypyrrole–Aluminum Oxide Nanocomposite Film on an Aluminum Surface. Glas. Phys. Chem. 2019. V. 45. Pp. 291–297. DOI:10.1134/s1087659619040126.
- Wang J., Mbah Ch. F., Przybilla T., Zubiri B.A., Spiecker E. Magic number colloidal clusters as minimum free energy structures. Nature communications. 2018. V. 9 (1). Pp. 52–59. DOI: 10.1038/s41467-018-07600-4.