

Математическая грамотность младшего школьника и уровни её достижения*

Mathematical Literacy of Junior School Students and Levels Her Achievements

О.А. Рыдзе,

канд. пед. наук,
старший научный сотрудник Института стратегии
развития образования,
г. Москва

e-mail: oxanarydze@mail.ru

O.A. Rydze,

Ph.D. ped. sciences, senior researcher
at the Institute of Strategy development of education,
Moscow

e-mail: oxanarydze@mail.ru

В статье на основе характеристики математической грамотности младшего школьника как совокупности универсальных и предметных компонентов автором выделяется три уровня их достижения: предметный, общепредметный, универсальный. Все компоненты охарактеризованы в пределах содержания образования и требований к подготовке выпускника начальной школы. Описаны научно-методические подходы, которые могут способствовать повышению математической грамотности младших школьников. В работе использованы данные выполнения отдельных заданий региональных мониторингов последних лет, международного сравнительного исследования TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study), а также опытной работы на экспериментальных площадках Института стратегии развития образования.

Ключевые слова: математическая грамотность; уровень достижения; начальная школа; мониторинг.

In the article, based on the characteristics of mathematical literacy of a junior schoolchild as a set of universal and subject components, the author identifies three levels of their achievement: subject, general subject, universal. All components are characterized within the content of education and the requirements for preparing a primary school graduate. Scientific and methodological approaches that can help improve the mathematical literacy of primary schoolchildren are described. The work uses data from the implementation of individual tasks of regional monitoring in recent years, the international comparative study TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study), as well as experimental work at the experimental sites of the Institute for Educational Development Strategy.

Keywords: mathematical literacy; level of achievement; Primary School; monitoring.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ КАК ПРЕДМЕТНЫЙ КОМПОНЕНТ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ

Математическая грамотность в современном начальном образовании рассматривается (по классификации Н.Ф. Виноградовой [7]) как предметный компонент функциональной грамотности ученика. Это означает, что при изучении курса математики у младшего школьника формируются такие умения, приёмы и способы действий, которые помогают ему видеть и решать новые математические задачи, применять представления о числах, величинах, геометрических формах на разных уроках и в повседневной жизни. Математически грамотный ученик способен:

- использовать язык предмета для формулирования и обоснования гипотез, построения простейших алгоритмов действий [4];
- применять математические методы (перебор, моделирование) для разрешения разнообразных проблем;
- находить способы проверки своих действий (расчёт, измерения, прикидка и оценка данных, результатов вычислений).

Стандарт начального общего образования [6] задаёт уровень требований для объективной оценки предметных и метапредметных достижений младшего школьника. В разработанной на его основе Федеральной рабочей программе по математике [2] требования к математической подготовке распределены по годам обучения. Их успешное достижение обеспечивается не только пред-

* Статья выполнена в рамках государственного задания «Обновление содержания общего образования» № 073-00008-23-01 ФГБНУ «Институт стратегии развития образования» 2022–2023 гг.

метным содержанием, так же представленным по классам, но и конкретными универсальными учебными действиями, которые осваивает младший школьник в рамках изучаемого материала.

Функциональная грамотность младшего школьника может быть охарактеризована на основе качественного анализа его предметных и метапредметных достижений [7]. Итоговые работы по математике разного уровня (тест международного исследования качества математической подготовки – TIMSS, все-российская проверочная работа, региональные диагностические работы) показывают приоритеты в выборе объектов контроля [1, 3, 8]. К ним традиционно относятся умения младших школьников проводить вычисления, решать текстовые задачи, находить геометрические величины. Вместе с тем увеличивается число заданий на установление закономерностей, классификацию математических объектов, работу с моделями (таблица, диаграмма), геометрическими фигурами на плоскости и в пространстве.

Результаты выполнения заданий мониторинга функциональной математической грамотности [5] дают возможность выделить следующие группы трудностей, которые испытывают выпускники начальной школы:

- применение конкретных математических операций и умений в типовых учебных ситуациях (первая группа);
- использование умений в учебных и практических ситуациях, не содержащих прямых указаний к решению (вторая группа);
- обнаружение и применение знаний, умений, конструирование способов действий в новых ситуациях (третья группа).

Анализируя ошибки младших школьников при выполнении математических заданий, можно условно отнести их к той или иной группе трудностей, например:

- если четвероклассник затрудняется в чтении и воспроизведении данных диаграммы, то можно констатировать наличие трудности первой группы, поскольку умение читать диаграмму относится к базовым умениям;
- если же школьник затрудняется в интерпретации ответа с учётом предложенной

ситуации (например, результата деления с остатком), то эта ошибка относится ко второй группе, так как в подобных заданиях нет прямого указания на соотнесение полученного решения с вопросом задачи, он только подразумевается.

Примером такого задания может быть следующее:

Задание 1. Сколько маршрутных такси вместимостью 12 человек потребуется для перевозки 29 пассажиров?

Правильным будет ответ «3 такси», хотя решение « $29 : 12 = 2$ (ост. 5)» не содержит этого числа, а является результатом рассуждений ученика.

Работа в новых ситуациях может включать нахождение знакомой величины для нового объекта изучения, например: нахождение площади прямоугольного треугольника; переход от одних единиц скорости к другим (км/ч – м/с).

В исследованиях, проводимых лабораторией начального общего образования Института стратегии развития образования РАО, серьёзное внимание уделяется выделению этапов формирования и развития конкретных умений и действий для описания компонентов функциональной грамотности:

- предметных (математических, естественно-научных и др.);
- интегративных (читательских, информационных и др.) [7].

УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

Исследования предметной и общеучебной подготовки по математике выпускников начальной школы дают возможность с учётом современных требований выделить **три уровня** математической грамотности:

- 1) предметный;
- 2) общепредметный;
- 3) универсальный.

Охарактеризуем каждый из них.

Предметный уровень математической грамотности определяется способностью младшего школьника применять знания в явном виде в типовой учебной (той, что изучалась на уроке) или практической ситуации.

При отборе заданий для описания этого уровня грамотности используются, как правило, следующие индикаторы: задание содержит прямое или косвенное указание на способ действия или правило; ученику нужно выполнить одно-два действия воспроизводящего характера. Приведём пример:

Учительница Ирина Петровна попросила учащихся своего класса назвать любимое время года и записала ответ каждого ученика на доске:

| | |
|--------------|----------------|
| Ира – лето | Варя – зима |
| Толя – весна | Катя – лето |
| Рома – осень | Максим – весна |
| Маша – лето | Эмма – лето |
| Дима – осень | Петя – зима |
| Саша – лето | Паша – зима |

Затем Ирина Петровна попросила учащихся дополнить таблицу, показывающую эти результаты, вставив в неё пропущенные числа:

| Время года | Число учащихся |
|--------------|----------------|
| <i>Зима</i> | 3 |
| <i>Весна</i> | – |
| <i>Лето</i> | – |
| <i>Осень</i> | – |

Успешность выполнения заданий, аналогичных этому, которые предлагались в отечественных мониторингах и международном исследовании TIMSS, колеблется от 80 до 95%. В ходе их выполнения для решения задачи практического характера четвероклассник должен применить опорные умения – читать и заполнять таблицу [2]. Заполненная ячейка служит образцом, который помогает ученику понять способ действия: пересчитать, сколько раз одноклассники выбрали конкретное время года (по образцу «зимы») и записать числовой результат в таблицу.

Опытная работа в экспериментальных школах (гимназия г. Троицка, средняя об-

щеобразовательная школа «Пенаты» и др.), а также анализ результатов региональных и международных исследований показывают, что предметного уровня математической грамотности способно достичь подавляющее большинство младших школьников.

Общепредметный уровень математической грамотности предполагает готовность учащегося применять математику в нестандартных ситуациях, к которым относятся:

- проблемы, не рассматривавшиеся на уроках, но сходные с ними (имеют один и тот же математический объект изучения или применения – правило, алгоритм, свойство);
- учебные задачи на применение знаний из разных разделов курса;
- задания, успешность выполнения которых зависит от сформированности конкретных универсальных действий (умения обобщать, классифицировать, сравнивать, находить ошибку, моделировать отношение и т.п.).

Задания для оценки достижения этого уровня имеют следующие индикаторы: отсутствие указания на способ действия; возможность разных путей решения или оформления; наличие нескольких шагов в рассуждении, приводящем к ответу. Приведём пример:

Задание 2. Во сколько начались занятия в шахматном клубе «Чемпион», если они продолжались 1 ч 30 мин и закончились в 17:20?

Это задание традиционно предлагается во Всероссийской проверочной работе (ВПР) по математике в четвёртом классе. Успешность его выполнения невысока: лишь 50–65% выпускников начальной школы могут найти верный ответ «В 15:50».

Представим в обобщённом виде, а затем конкретизируем для данной ситуации действия ученика, которые приведут к получению им верного ответа (см. табл. 1, с. 25).

Универсальный уровень математической грамотности характеризуется способностью школьника:

- понять математическую суть проблемы в учебной или сюжетной ситуации;
- перевести её на язык математики;
- выбрать необходимый предметный инструментарий для конструирования решения и получения ответа.

Таблица 1

Ход решения нестандартной учебной задачи

| Универсальные действия, необходимые для успешного решения | Конкретные шаги рассуждений ученика |
|--|---|
| Понимать проблему, формулировать её для себя на основе текста задания | Мне нужно узнать время начала занятий |
| Планировать преобразование данных; описывать результат в обобщённом виде | Время должно быть записано так: __ч__мин |
| Давать характеристику искомому объекту; устанавливать связи (причина – следствие) и зависимости (влияние на результат) | Время, которое ищу, имеет меньшее значение (событие произошло раньше). Буду вычитать |
| Прогнозировать и прикидывать возможное развитие хода решения | Вычитать можно по-разному: перевести всё в одни единицы или выполнять вычитание пошагово. Это удобнее, но можно ошибиться, поэтому контролирую себя. Вычисляю |

Индикаторы, устанавливающие принадлежность задания к оценочным для этого уровня:

- ученик использует не конкретные умения, а обобщённое знание;
- решение многошаговое;
- по результатам рассуждений требуется сделать вывод.

Приведём пример такого задания:

Задание 3. Повар нарезал четыре белых багета и получил 36 кусочков хлеба. Сколько разрезов сделал повар? (Ответ: 32 разреза).

С этим заданием справились менее четверти четвероклассников. Проанализируем причины такого результата.

Для успешного ответа на вопрос у школьника должны быть сформированы следующие учебные действия: моделирование учебной ситуации; планирование; контроль результата.

Для построения рассуждения, приводящего к правильному ответу, необходимо отказать от типового готового алгоритма, провоцирующего ошибку (« $36 : 4 = 9$ » – неверный ответ). При этом решение может быть выполнено не только с помощью ло-

гических рассуждений, использования модели (к примеру, рисунка), но и в результате перебора конечного числа вариантов, который можно представить так:

Таблица 2

Решение задачи 3 перебором

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Число разрезов | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Число кусочков хлеба после разрезания одного багета (шт.) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Число кусочков хлеба после разрезания четырех багетов (шт.) | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |

В нижней строке табл. 2 показано, сколько кусочков получится, если с каждым из четырёх багетов выполнить те же действия, что и с одним багетом. Из табл. 2 видно, что 36 кусочков получится, если каждый багет разрезать 8 раз, но тогда 4 багета будут разрезаны 32 раза.

Решение задачи 3 с помощью модели

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

«Для получения 9 кусочков хлеба из одного багета нужно сделать 8 разрезов, применительно к четырём багетам – сделать 32 разреза» – этот вывод по результатам анализа модели может сделать только ученик, который умеет устанавливать математические зависимости и переносить их в новые ситуации.

Очевидно, что уже в начальной школе важно помогать таким ученикам проявлять себя, организовывать специальную работу по развитию их математических способностей, математического потенциала.

Важно, чтобы в учебном процессе начальной школы встречались задания, позво-

ляющие школьникам демонстрировать общепредметный и универсальный уровни грамотности. Сюжет и неоднозначность решения мотивируют к поиску не только вполне успешных в математике учеников, но и тех, кто не проявляет особых математических способностей, но умеет внимательно читать математический текст, может представить ситуацию на рисунке, схеме, высказать предположение о возможном результате и доказать или объяснить его.

Необходимо отметить, что при оценивании уровня математической грамотности с помощью заданий, аналогичных рассмотренным, возможны ситуации, когда ученик не справляется с простым заданием и выполняет сложные. Это свидетельствует о достижении им универсального уровня математической грамотности, и нужно устранять причины, сделавшие невозможным успешное выполнение этим конкретным школьником более простых заданий, то есть умения использовать приобретённые универсальные действия и операции при решении типовых учебных задач.

СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

На результат выполнения математических заданий существенное влияние оказывает владение младшим школьником смысловым чтением, то есть умением читать математи-

ческий текст. Предупреждению трудностей понимания используемых в нём предметных терминов, выявления отношений и зависимостей помогает выполнение заданий на целенаправленную текстовую деятельность: поиск информации в тексте, объяснение условия и вопросов, представление текста в предложенной или самостоятельно выбранной модели. Приведём пример:

Задание 4. У пассажиров купейного вагона номера билетов с 1-го по 15-й. Сколько купе они займут?

На какие вопросы к тексту нужно ответить ученику, чтобы получить верный ответ? Перечислим некоторые из них:

- Сколько мест в одном купе?
- Сколько мест займут пассажиры?
- Останутся ли свободные места в первом, втором, третьем купе?

Далее учитель предлагает поработать с моделью: обозначить каждый билет прямоугольником и выложить билеты в ряд.



Работа с такой простой моделью поможет получить ответ устно или сделать запись, в основе которой понимание действия деления: «Делим по 4». Тогда запись решения будет такой: « $15 : 4 = 3$ (ост. 3)» — пассажиры займут 4 купе (три полностью, а в четвёртом купе будет три человека).

Список литературы

1. Как диагностировать метапредметные результаты учеников во втором полугодии / В.Ф. Солдатов, М.И. Кузнецова, О.А. Рыдзе [и др.] // Управление начальной школой. — 2020. — № 2. — С. 10–21.
2. Математика. Федеральная рабочая программа начального общего образования (для 1–4 классов образовательных организаций) [Электронный ресурс]. — URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf (дата обращения: 27.11.2023).
3. Результаты выполнения диагностических работ по математике, русскому языку и читательской грамотности в 5-х классах / Г.С. Ковалёва [и др.]. — М.: Изд-во Института стратегии развития образования РАО, 2018. — С. 4–30.

4. *Рослова Л.О.* Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. – 2018. – №10. – С. 48–56.
5. *Рыдзе О.А., Краснянская К.А.* Преемственность в формировании математической функциональной грамотности учащихся начальной и основной школы // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1. – № 4 (61). – С. 146–158.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (утв. приказом Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 № 286) [Электронный ресурс]. – URL: <https://fgosreestr.ru/uploads/files/14e6445c39109a753ec3b7d239e46fdb.pdf> (дата обращения: 27.11.2023).
7. Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя / Н.Ф. Виноградова, Е.Э. Кочурова, М.И. Кузнецова [и др.]; под ред. Н.Ф. Виноградовой. – М.: Российский учебник: Вентана-Граф, 2018. – 288 с.
8. *Mullis I.V.S., Martin M.O., Foy P. & Hooper M.* TIMSS-2015: International Results in Mathematics. TIMSS & PIRLS. International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2016. 288 p.

References

1. Kak diagnostirovat' metapredmetnye rezul'taty uchenikov vo втором polugodii / V.F. Soldatov, M.I. Kuznetsova, O.A. Rydze [i dr.] // Upravlenie nachal'noy shkoly. – 2020. – № 2. – С. 10–21.
2. Matematika. Federal'naya rabochaya programma nachal'nogo obshchego obrazovaniya (dlya 1–4 klassov obrazovatel'nykh organizatsiy) [Elektronnyy resurs]. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf (data obrashcheniya: 27.11.2023).
3. Rezul'taty vypolneniya diagnosticheskikh rabot po matematike, russkomu yazyku i chitatel'skoy gramotnosti v 5-kh klassakh / G.S. Kovaleva [i dr.]. – М.: Izd-vo Instituta strategii razvitiya obrazovaniya RAO, 2018. – С. 4–30.
4. Roslova L.O. Funktsional'naya matematicheskaya gramotnost': chto pod etim ponimat' i kak formirovat' // Pedagogika. – 2018. – №10. – С. 48–56.
5. Rydze O.A., Krasnyanskaya K.A. Preemstvennost' v formirovanii matematicheskoy funktsional'noy gramotnosti uchashchikhsya nachal'noy i osnovnoy shkoly // Otechestvennaya i zarubezhnaya pedagogika. – 2019. – Т. 1. – № 4 (61). – С. 146–158.
6. Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart nachal'nogo obshchego obrazovaniya (utv. prikazom Ministerstva prosveshcheniya Rossiyskoy Federatsii ot 31.05.2021 № 286) [Elektronnyy resurs]. – URL: <https://fgosreestr.ru/uploads/files/14e6445c39109a753ec3b7d239e46fdb.pdf> (data obrashcheniya: 27.11.2023).
7. Funktsional'naya gramotnost' mladshego shkol'nika: kniga dlya uchitelya / N.F. Vinogradova, E.E. Kochurova, M.I. Kuznetsova [i dr.]; pod red. N.F. Vinogradovoy. – М.: Rossiyskiy uchebnik: Ventana-Graf, 2018. – 288 s.
8. Mullis I.V.S., Martin M.O., Foy P. & Hooper M. TIMSS-2015: International Results in Mathematics. TIMSS & PIRLS. International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2016. 288 r.