

ОБЗОРЫ

УДК 514:378

DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-3-47-72

Н.А. Сальков

Канд. техн. наук, профессор,
Московский государственный академический
художественный институт
им. В.И. Сурикова,
e-mail: nikolaysalkov@mail.ru
Россия, 109004, г. Москва, Товарищеский переулок, д. 30

Начертательная геометрия – базис технического образования

Аннотация. Статья носит обзорный характер: рассмотрено более ста источников, каждый из которых доказывает, что начертательная геометрия присутствует во всех сторонах жизни человечества. Роль начертательной геометрии гораздо шире, чем это можно себе представить, ознакомившись с учебниками. Существует мнение, что начертательная геометрия является наукой, но мало кто знает, где она может быть применена, да и применяется ли вообще — ведь большинство выпускников вузов могут с апломбом заявить, что они в своей работе начертательную геометрию нигде не применяют. Вывод прост: их очень плохо учили. В данной работе доказывается, что начертательная геометрия является базисом для технического образования и технического прогресса; доказывается при анализе статей, опубликованных в журнале «Геометрия и графика», и других источников. И что изучать начертательную геометрию просто жизненно необходимо для того, чтобы и в дальнейшем наша страна имела возможность не только создавать новейшее техническое оборудование, но и просто имела техническое будущее. Статья состоит из шести разделов, и в каждом разделе выявляется факт наличия начертательной геометрии в том или другом направлении науки и техники. Раздел, касающийся образования, доказывает, что начертательная геометрия присутствует буквально в каждом учебнике, и не только технической направленности: ее изучают в институтах художественных. Поэтому в последнем разделе показывается наличие начертательной геометрии в институтах творческих профессий. Главным выводом служит следующий: *«Если кто-либо берет в руки карандаш, ручку, кисть, прибор для выжигания, резец, компьютер, смартфон — этот кто-то, несомненно, будет заниматься начертательной геометрией, осознаёт он это или нет»*. Следовательно, изучение начертательной геометрии в вузах является необходимым для высшего образования базисом.

Ключевые слова: геометрия, начертательная геометрия, педагогика, обучение, высшее образование.

Salkov N.A.

PhD in Engineering, Professor,
Moscow State Academic Art Institute named after V.I. Surikov,
30, Tovarishcheskiy per., Moscow, 109004, Russia

The Origins of Formation of Descriptive Geometry

Abstract. The article is of an overview nature: more than a hundred sources are considered, each of which proves that descriptive geometry is present in all aspects of human life. The role of descriptive geometry is much broader than it can be imagined after reading textbooks. There is an opinion that descriptive geometry is a science, but few people know where it can be applied, and whether it is applied at all — after all, most university graduates can state with aplomb that they do not use descriptive geometry anywhere in their work. The conclusion is simple: they were taught very poorly. In this paper, it is proved that descriptive geometry is the basis for technical education and technical progress; it is proved by analyzing articles published in the journal "Geometry and Graphics" and other sources. And that it is simply vital to study descriptive geometry so that in the future our country will have the opportunity not only to create the latest technical equipment, but also simply have a technical future. The article consists of six sections, and in each section the fact of the presence of descriptive geometry in one or another direction of science and technology is revealed. The section on education proves that descriptive geometry is present in literally every textbook, and not only of a technical orientation: it is studied in art institutes. The last section shows the presence of descriptive geometry in the institutes of creative professions. The main conclusion is the following: "If someone picks up a pencil, a pen, a brush, a burning device, a cutter, a computer, a smartphone — this someone will undoubtedly be engaged in descriptive geometry, whether he is aware of it or not." Consequently, the study of descriptive geometry in universities is a necessary basis for higher education.

Keywords: geometry, descriptive geometry, pedagogy, training, higher education.

Еще в XIX в. один из выдающихся геометров заявил, что «начертательная геометрия является грамматикой технического языка», подразумевая в то время под техническим языком черчение с его техническими, строительными, технологическими и другими чертежами. Он был прав в той степени, в которой в том далеком от нас веке (можно напомнить, что сегодня уже XXI в.) виделось практическое приложение начертательной геометрии. А с другой стороны (как известно, у медали их две), он был неправ. Как увидим из дальнейших рассуждений, начертательная геометрия применяется повсеместно, во всех сферах деятельности человека, занимая в чертежах конечно же большую долю, но не больше 1% из всего объема ее применения.

Роль начертательной геометрии гораздо шире, чем это можно себе представить, ознакомившись с учебниками по начертательной геометрии, но многие

составляют свое суждение именно по ним и по вышеприведенному заявлению В.И. Курдюмова. Существует мнение, что начертательная геометрия является наукой, но мало кто знает, где она может быть применена, да и применяется ли вообще — ведь большинство выпускников вузов могут с апломбом заявить, что они в своей работе начертательную геометрию нигде не применяют [88]. Ох, как же плохо, оказывается, их учили! Однако есть и мнение, что она принадлежит к основам творческого технического, и не только [44], процесса как нашего прошлого, так и светлого будущего. К последнему утверждению склоняется и ваш покорный слуга, многочисленные статьи которого повествуют не только об этом [60–70; 72; 73; 75; 78–85; 89–94].

Попробуем доказать, что начертательная геометрия является базисом для технического (и не только) образования и научно-технического прогресса, опираясь на работы, опубликованные в журнале «Геометрия и графика» и на другие источники. И что изучать ее просто жизненно необходимо для того, чтобы и в дальнейшем наша страна имела возможность не только создавать новейшие технические конструкции, но и просто имела техническое будущее.

Так что данная работа будет носить скорее всего обзорный характер.

1. Феномен начертательной геометрии

В первую очередь возникает вопрос: «Зачем нужна начертательная геометрия»? Ответ на этот вопрос был дан в работе [65], где приводятся высказывания известных ученых прошлого: академика Д.И. Каргина, который писал [44]: «Своего значения его [Монжа] начертательная геометрия не потеряла до сих пор, и в наши дни она составляет основную часть учебного курса метода изображений»; профессора С.А. Фролова [99]: «Начертательная геометрия... является лучшим средством развития у человека пространственного воображения, без которого немислимо никакое инженерное творчество»; профессора Н.А. Соболева [95]: «Все визуальные изображения — и документальные, и геометрографические, и творческие — формируются по принципу проецирования». Наконец, интересно мнение наших коллег из Белоруссии [7]: «С тех пор (с конца XVIII в.) начертательная геометрия входит в учебные программы технических вузов как дисциплина, без которой немислимо обучение специалистов инженерного профиля... Особое значение начертательная геометрия приобретает при переходе на компьютерное моделирование и автоматизированное выполнение чертежей, поскольку программное обеспечение основано на теоретических положениях, понятиях и способах решения задач, изучаемых исключительно в начертательной геометрии».

И далее там же [7]: «Таким образом, начертательная геометрия необходима для зарождения и развития пространственного воображения: она как никакая другая наука способствует его развитию, без которого невозможен ни один творческий замысел. Она является основой для компьютерной графики, так как является теорией изображений с одной стороны, а с другой — “программное обеспечение основано на теоретических положениях, понятиях и способах решения задач, изучаемых исключительно в начертательной геометрии”» [7].

Зарождение самой начертательной геометрии относится к появлению первых рисунков на стенах пещер [67; 95; 98]. В любом учебнике по начертательной геометрии [7; 13–17; 20; 22; 23; 26; 30; 34–37; 39–42; 44; 47; 50; 51; 54; 74; 76; 77; 96; 99; 100], а также в ГОСТ ЕСКД 2.305-2008 «Изображения — виды, разрезы, сечения», утверждается, что в процессе проецирования, а проецирование является методом исследования науки «Начертательная геометрия», возникает не что иное, как изображение. Таким образом, первые изображения на стенах пещер, появившиеся более сорока тысяч лет назад (а скорее всего еще раньше), являются предвестниками начертательной геометрии [67]. Профессор С.А. Фролов так и пишет: «Наскальные рисунки и петроглифы являются первыми попытками человека отобразить объемные предметы на плоскости» [98]. Мнение профессора Н.А. Соболева о начертательной геометрии см. выше [95].

Таким образом, начертательной геометрии как явлению очень-очень много лет (гораздо больше, чем представляют себе некоторые товарищи), хоть в те далекие времена термина «начертательная геометрия» и не было. Тем не менее вывод очевидный.

Начертательная геометрия начала зарождаться в первобытнообщинном строе, в виде рисунков на стенах жилых пещер и на различных скалах. Такие рисунки мы находим по всему миру. Именно в этих рисунках стала проявляться начертательная геометрия, хотя и без теоретических выкладок. Там, в глубоком прошлом, ее истоки становления.

Как наука начертательная геометрия была сформирована, как известно, в конце XVIII в. великим Гаспаром Монжем [44]. К сожалению, с тех пор учебники не очень изменились: как было у Монжа, так в основном авторы и перепечатывают текст из учебника в учебник, ставя свою фамилию во главе.

Первые же теоретические знания по начертательной геометрии появились во время эпохи Возрождения посредством исследований средневековыми художниками такого раздела начертательной геометрии, как «Перспектива» [66]. Разработка теоретических основ изобразительного искусства началась в Италии

в 1-й половине XV в. Уже в середине века появляются первые трактаты: Леона Батиста Альберти «О живописи» (1436) и «О статусе» (1464), Пьеро де Франческа «О живописной перспективе» (1484–1487). В трудах величайших художников эпохи Возрождения — Леонардо да Винчи, Микеланджело ди Лодовико ди Леонардо ди Буонарроти Симони, Альбрехта Дюрера — заложены основные теоретические положения, которыми должны были руководствоваться художники при построении перспективных изображений. То есть, по сути, практически использовались в любой картине.

Таким образом, самые первые теоретические исследования по начертательной геометрии относятся к искусству [66]: к живописи, графике, гравировке. И об этом Гаспар Монж постоянно напоминал в своей знаменитой книге [44].

Начертательная геометрия развивалась в СССР, как сейчас стало хорошо видно, довольно ровно и поступательно, без особых «наездов» на нее. Поэтому возникла целая плеяда кандидатов и докторов наук, создавших свои геометрические школы. Однако в последнее время в связи с известными обстоятельствами, называемыми американизацией российского образования [57], ситуация резко изменилась, и не в лучшую сторону. Советское образование — это было приспособленное к советским реалиям и развитое дореволюционное (до 1917 г.) образование [75]; это образование считалось тогда и считается сейчас многими авторитетными экспертами самым лучшим в мире. И вот это образование, самое лучшее, ставшее вдруг, в один миг, самым паршивым, было отброшено как мусор, а вместо него взят на вооружение западный суррогат. После внедрения вместо нашего образования американской системы псевдообразования с ее тестами, «гуманизацией» и странной двухкомпонентной схемы, совершенно не подразумевающей создания инженера, через некоторое время все стали замечать перекося с эвристического направления обучения на тупое зазубривание. Что касается науки: после перехода на американский способ псевдообучения и попыток американизации науки сегодня осталось очень мало кандидатов наук по инженерной геометрии, а действующих докторов наук в стране можно пересчитать по пальцам одной руки. Это результат повальной американизации. Настоящей же причиной американизации геометрического образования в России стала холодная война, развязанная США сразу после окончания Второй мировой войны в 1945 г. с целью развала СССР, а впоследствии — России. Как результат — отсутствие у выпускников школ элементарнейших геометрических знаний и системный дефицит на производстве инженеров.

Значение геометрии в жизни человека начали понимать еще наши пращуры, ютившиеся в пещерах, когда им надо было или расширять ее, или искать более просторную ввиду увеличения количества жителей.

Среди геометров о значении геометрии другого мнения, как первостепенное, нет и быть не может. Об этом писали один из столпов начертательной геометрии Н.А. Рынин [53], ее родоначальник Г. Монж [44], а также многие наши современники [31; 33; 79; 82; 86; 95; 98]. Тем не менее, как известно, в технических вузах геометрия претерпевает значительные притеснения [57; 58; 70; 83; 86; 88], впрочем, как и другие фундаментальные инженерные дисциплины.

Напомним, где нужна начертательная геометрия.

1. Она является базой для геометрии аналитической [72]. Сложно сказать, могла бы развиваться аналитика без соответствующей геометрической базы. Скорее всего — нет.
2. Она также является базой для компьютерной графики [73]. Если не изучать геометрию, то в конце концов будет некому участвовать в дальнейшем развитии геометрических и графических систем. А это повлечет за собой стагнацию в области развития компьютерной графики.
3. Геометрия служит как изобразительное средство для всех видов искусства [44; 66; 78].
4. Геометрия является основой для технических изобретений [61; 63]. Без геометрии невозможно было бы создать ни одной технической инновации.
5. Геометрия входит составной частью в медицину (рентгеновские снимки, магнитно-резонансная томография, компьютерная томография, малоинвазивные операции с помощью мини- и микроразрезов посредством визуализации на экранах мониторов). Все медицинские инструменты и аппараты также имеют свои определенные геометрические характеристики.
6. Архитектура полностью состоит из геометрии, особенно внешний вид зданий и сооружений. Без геометрии архитектура как искусство и не существовала бы.
7. География в очень значительной части представляет собой геометрию, недаром первые три буквы (гео) имеются и там, и там. Начертательная геометрия включает принцип составления географических карт — это проекции с числовыми отметками; способы получения разверток поверхности земли; способ определения координат точек земной поверхности; определение высоты точки земли над уровнем Балтийского моря; определение уклона рек, гор, холмов и, наконец, определение объема земляных работ при строительстве дорог, зданий и сооружений.

8. Геометрия занимает немалое место в химии [33].
9. Геометрия служит в военном деле. И не только при расчетах попадания снарядом в «яблочко»: попасть ракетой, как говорят, в форточку — разве это не типично геометрическая задача?
10. Геометрия используется в тяжелом машиностроении, в сельском хозяйстве, в текстильной и обувной промышленности, в кораблестроении, самолетостроении, ракетостроении, в строительстве плотин и аэродромов, спортивных сооружений (треков, стадионов, трамплинов и т.д.) и т.д.
11. Геометрия используется в исследованиях фазовых пространств, т.е. при моделировании многофакторных процессов и явлений живой и неживой природы.
12. Геометрия — это основа для формообразования, геометрического моделирования [62; 77].
Гораздо легче сказать, где геометрия не имеет места, хотя это будет сложно сделать, поскольку всегда можно найти удачный пример ее применения [95].
Начертательная геометрия — главный феномен в жизни человечества!

2. Начертательная геометрия — основа моделирования

С чего начинается любое техническое изобретение, любое техническое новшество? С геометрического моделирования [61; 63], выраженного впоследствии в графическом исполнении.

Геометрическое моделирование представляет собой создание геометрической модели, свойства и характеристики которой в той или иной степени определяют свойства и характеристики объекта исследования. Геометрическая модель является частным случаем математической модели. Особенностью геометрической модели является то, что она всегда будет геометрической фигурой, а поэтому в силу своей природы является наглядной. Если математическая модель — это набор уравнений, мало что говорящий обычному человеку, то геометрическая модель, будучи выражением математической модели и являющаяся геометрической фигурой, позволяет «увидеть» этот набор. Любую геометрическую модель можно представить графически. Графическая модель объекта — это отображение на плоскости (или другой поверхности) геометрической модели. Поэтому графическая модель может рассматриваться как частный случай геометрической модели. Графические модели весьма разнообразны — это и графики, и диаграммы, и сложнейшие графические структуры, являющиеся отображением пространственных геометрических фигур. Это и чертежи геометрических фигур, моделирующие всевозможные процессы. Моделирование

происходит следующим образом. По известным геометрическим и дифференциальным критериям выполняется геометрическая модель. Затем по геометрической модели составляется математическая модель, наконец, по математической модели составляется программа для компьютера [61; 62; 71].

В результате рассмотрения в работе [71] получения геометрических моделей поверхностных и линейных форм автомобильных дорог можно сделать следующий вывод. Для геометрического моделирования и последующего за ним математического моделирования привлечение начертательной геометрии жизненно необходимо. Именно начертательная геометрия используется как на начальном этапе конструирования, так и на конечном [61; 76].

Инженер (неважно, что он осуществляет: новый проект или новое изобретение) обязан в результате мыслительного процесса выполнять ряд эскизов. То есть выполнять технические рисунки. Без начертательной геометрии с ее методом получения изображений этот первоначальный процесс невозможен. Нужно понимать, что начертательная геометрия является теорией изображений [53; 65; 66; 78; 79]. Для перехода к математической модели необходима аналитика, которая также невозможна без начертательной геометрии [72]. В работах [72; 74] подробно доказывается это утверждение. Математическая модель нужна для введения ее в компьютер. Более того, компьютерная графика полностью основана на способах начертательной геометрии [73].

Таким образом, моделирование, а затем проектирование машин и механизмов, зданий и сооружений без начертательной геометрии — это нонсенс.

Кроме того, начертательная геометрия тесно связывает между собой проективную, аналитическую, дифференциальную, параметрическую и компьютерную геометрии, которые также плотно участвуют в процессе моделирования.

Рассмотрим на примерах, каким образом начертательная геометрия способствует выводу аналитических уравнений различных геометрических фигур и отношений.

Точка

Как в начертательной, так и в аналитической геометрии точка задается тремя координатами: $A(X_A; Y_A; Z_A)$.

Прямая

Прямая в геометрии (как в начертательной, так и в аналитической) задается двумя точками, например, A и B . Условием задания в пространстве прямой l в начертательной геометрии служит критерий заданности геометрической фигуры на чертеже: мы должны относительно любой точки пространства знать, принадлежит эта точка прямой l или нет. Пусть

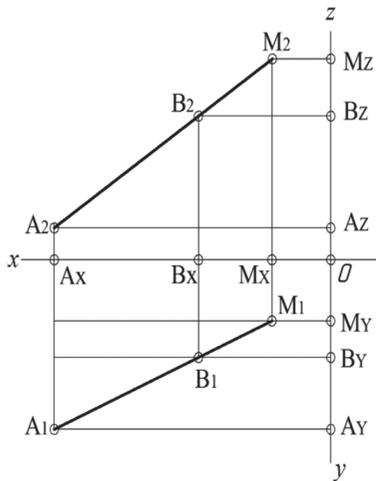


Рис. 1

точка M принадлежит прямой l , заданной на чертеже двумя точками A и B (рис. 1). Тогда должны выполняться пропорции:

$$\begin{aligned} \frac{M_x B_x}{M_x A_x} &= \frac{M_z B_z}{M_z A_z} \text{ или} \\ \frac{(X_M - X_B)/(X_M - X_A)}{(Z_M - Z_B)/(Z_M - Z_A)} &= \frac{(Y_M - Y_B)/(Y_M - Y_A)}{(Z_M - Z_B)/(Z_M - Z_A)} \end{aligned}$$

Если принять X_M, Y_M, Z_M за координаты $(x; y; z)$ произвольной точки прямой l , то в результате получим уравнения (1):

$$\frac{x - X_A}{X_B - X_A} = \frac{y - Y_A}{Y_B - Y_A} = \frac{z - Z_A}{Z_B - Z_A}, \quad (1)$$

являющиеся известным аналитическим выражением прямой, проходящей через две заданные точки.

Расстояние между двумя точками

Поскольку чертеж должен быть не только позиционно, но и метрически определенным, рассмотрим, как решается задача определения расстояния между двумя точками или, как это зовется во многих учебниках, «определение натуральной величины отрезка».

Из рис. 2, а следует:

$$\begin{aligned} [AB] &= [(3B)^2 + (3A)^2]^{1/2} \text{ или} \\ [AB] &= [(1A_2)^2 + (1B_2)^2 + (2B_1)^2]^{1/2}, \text{ или} \quad (2) \\ [AB] &= (\Delta_x^2 + \Delta_y^2 + \Delta_z^2)^{1/2}, \end{aligned}$$

или окончательно:

$$[AB] = [(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2]^{1/2}. \quad (3)$$

Уравнение (3) является известным выражением величины отрезка в аналитической геометрии. Из рис. 2, б видно, что все составляющие для нахождения расстояния между двумя точками на чертеже начертательной геометрии имеются, достаточно только связать их воедино, как это выполняется посредством уравнения (2). Это и предлагается первоначально в курсе начертательной геометрии.

Параллельность прямых

Параллельные прямые (рис. 3) должны иметь одинаковые углы у одноименных проекций с осью x , другими словами, должны иметь одинаковые тангенсы, которые измеряются следующими пропорциями:

$$\begin{aligned} \frac{(X_B - X_A)/(Z_B - Z_A)}{(X_D - X_C)/(Z_D - Z_C)} &= \frac{(Y_B - Y_A)/(Y_D - Y_C)}{(Y_D - Y_C)/(Y_D - Y_C)}. \end{aligned}$$

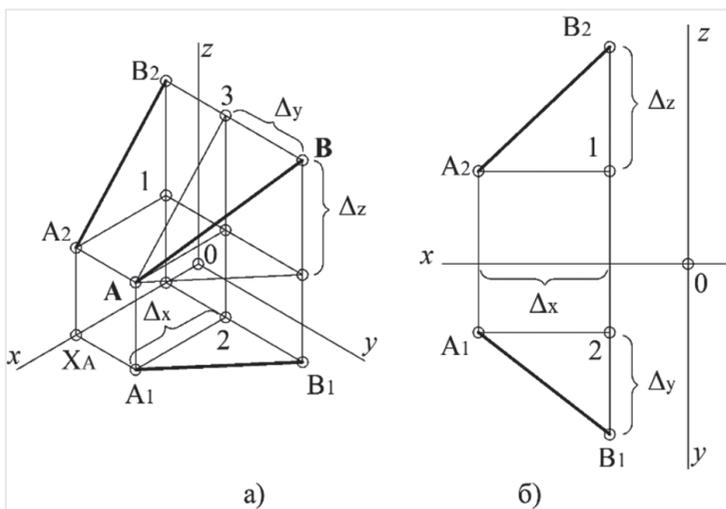


Рис. 2

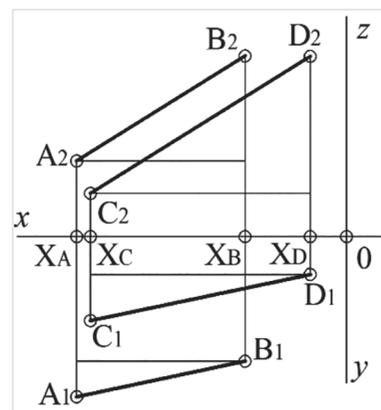


Рис. 3

Или же:

$$\begin{aligned} (X_B - X_A)/(X_D - X_C) &= (Y_B - Y_A)/(Y_D - Y_C) = \\ (Z_B - Z_A)/(Z_D - Z_C). \end{aligned} \quad (4)$$

Рисунок 3 показывает параллельность прямых в начертательной геометрии, а уравнения (4) — аналитическое выражение параллельности заданных прямых. При этом уравнения (4) были выведены из рис. 3, что в очередной раз доказывает неразрывность начертательной и аналитической геометрий.

Принадлежность точки прямой

Критерием заданности геометрической фигуры на чертеже является возможность относительно каждой точки пространства сказать, принадлежит эта точка геометрической фигуре или нет.

Пусть задана прямая, проходящая через две точки — 1 и 2:

$$\frac{x - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{z - Z_1}{Z_2 - Z_1}.$$

Так как координаты текущей точки должны удовлетворять этим уравнениям, то условием принадлежности точки *M* прямой 12 будет выполнение равенств (5):

$$\frac{X_M - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y_M - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{Z_M - Z_1}{Z_2 - Z_1}. \quad (5)$$

Плоскость

Предварительно рассмотрим задание прямой *l* в плоскости *xOy* (рис. 4). Из рис. 4 следует, что площадь *S* треугольника *A0B* равна: $S_{A0B} = (A0)(B0)/2$. При этом $S_{A0B} = S_{OAM} + S_{OBM}$. Так как $S_{OAM} = (1M)(A0)/2$, а $S_{OBM} = (2M)(B0)/2$, то $(A0)(B0) = (1M)(A0) + (2M)(B0)$. Делим обе части уравнения на $(A0)(B0)$:

$$(1M)/(B0) + (2M)/(A0) = 1$$

или, принимая координаты точки *M* как текущие *x* и *y*, а абсциссу точки *A* и ординату точки *B* как величины *a* и *b*, получаем окончательно:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \quad (6)$$

что является известным уравнением прямой в плоскости «в отрезках».

Теперь о задании плоскости.

Пусть плоскость Σ задана следами (рис. 5): горизонтальным *ac*, фронтальным *ab*. Возьмем в плоскости Σ произвольную точку *M* с текущими координатами *x*, *y*, *z*. Объем *V* пирамиды *0abc*:

$$V_{0abc} = V_{0Mab} + V_{0Mbc} + V_{0Mac}. \quad (7)$$

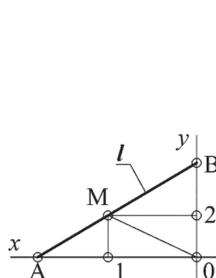


Рис. 4

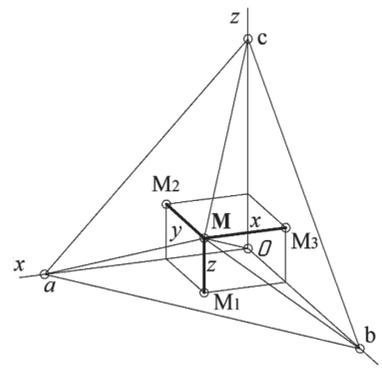


Рис. 5

Так как

$$\begin{aligned} V_{0abc} &= (1/3)c(ab/2) = abc/6; \\ V_{0Mab} &= (1/3)z(ab/2) = abz/6; \\ V_{0Mbc} &= (1/3)x(bc/2) = bcx/6; \\ V_{0Mac} &= (1/3)y(ac/2) = acy/6, \end{aligned}$$

то, подставив эти выражения в уравнение (7), поделив правую и левую части на $(abc/6)$, произведя преобразования, получим окончательно:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Учитывая, что рис. 1–5 являются результатом применения начертательной геометрии и что только на основе этих рисунков получаем уравнения аналитической геометрии, можно сделать однозначный вывод: очевидно, что только посредством начертательной геометрии могли быть получены аналитические выкладки.

Роль начертательной геометрии в моделировании хорошо показана в работе [71]. Без рисунков, которые были составляющей частью геометрических моделей линейных и поверхностных форм автомобильных дорог, невозможно было разработать математические модели и создать программно-математическое сопровождение компьютерной визуализации дороги.

3. Роль начертательной геометрии в развитии науки

Гаспар Монж предложил разработанный им курс начертательной геометрии не как набор занимательных геометрических задач, а как решение конкретных прикладных задач, присущих и промышленности, и строительству, и искусству, и военному делу.

В России начертательная геометрия (в рамках прикладной геометрии) как наука продолжает раз-

виваться, хотя и не такими бурными темпами, как ранее: имеются работы по нелинейному проецированию, по винтовому проецированию, многие работы посвящены многомерной начертательной геометрии [25; 97], параметрической геометрии [49; 52; 71], которые напрямую связаны с начертательной. У профессора В.А. Пеклича выпущена в издательстве Ассоциаций строительных вузов монография «Мнимая начертательная геометрия» [46].

«Геометрия и графика» — журнал, включенный в список ВАК, где должны быть опубликованы результаты работ, готовящихся к защите как кандидатские и докторские диссертации, содержит многие статьи, посвященные новым вопросам в области геометрии или методики обучения. Журнал [1; 8; 9; 12; 18; 19; 21; 24; 27–29; 31; 33; 43; 45; 48; 56–58; 61; 63; 64; 66–70; 72; 73; 75; 78; 79; 81–85; 89; 90] недаром называется «Геометрия и графика», так как геометрия первична по отношению к графике. Начертательная геометрия как теория изображений дает представление о том, каким образом одно пространство отображается на другое при помощи проецирующих линий. Другими словами, начертательная геометрия геометрическую модель превращает в графическую, которую мы можем наблюдать на экране дисплея.

В работе [71] развивается теория получения линейчатых поверхностей общего вида, с получением математической модели пространственной кривой и собственно линейчатой поверхности применительно к формированию линейных и поверхностных форм автомобильных дорог. В работе рассмотрен кинематический способ конструирования линейчатой поверхности общего вида с тремя направляющими: линией, горизонтальной плоскостью и принадлежностью ∞^1 вертикальных плоскостей. При этом доказывается утверждение, что для геометрического моделирования и последующего за ним математического моделирования привлечение начертательной геометрии жизненно необходимо. Тем более что кинематический способ формирования поверхностей предложен в свое время именно начертательной геометрией.

А в работе [102] введено понятие предельной линейчатой поверхности, и на основе единого способа задания линейчатых поверхностей рассматривается вопрос о выявлении областей существования линейчатых поверхностей, которые располагаются между двумя предельными линейчатыми поверхностями. Эти области существования представляют собой, по сути, конгруэнцию прямых. Также был предложен новый принцип формирования: *любая линейчатая поверхность задается тремя направляющими и тремя геометрическими условиями, характеризующими отношение образующей к этим направляющим. Гео-*

метрическими условиями являются пересечение с направляющей линией, касание или пересечение под определенным острым углом с направляющей поверхностью.

Работа [91] посвящена одной из интереснейших циклических поверхностей — циклиде Дюпена. В ней рассматриваются различные свойства циклид и их практическое применение.

Монография [59] создает новое направление в геометрии — кинетическую геометрию: отображение одного перемещающегося пространства на другое независимо от перемещающегося пространства. Это направление исследования в пределах монографии [59] и рассмотрения пространств R^3 дает создание линейчатых, циклических поверхностей, а также винтовых. Без присутствия начертательной геометрии данное исследование было бы невозможным.

В работе [62] предлагается способ формирования поверхностей откосов с постоянными или изменяющимися физико-механическими свойствами отсыпаемого или разрабатываемого грунта. В основе лежит конус вращения с вертикальной осью, образующая которого находится под определенным углом к горизонтальной плоскости, связанным с физико-механическими свойствами разрабатываемого материала. Перемещение данного конуса с постоянным или изменяющимся углом дает ∞^1 конусов, огибающая поверхность которых дает искомую поверхность откоса. Данное формирование поверхности откоса было применено в работе [71] для моделирования поверхностных форм автомобильных дорог.

Эффективным способом моделирования недифференцируемых поверхностей для решения задач газодинамики является использование фрактальных методик, учитывающих шероховатость на микро- и наноуровне. Статья [12] посвящена проблеме моделирования шероховатой поверхности в обеспечении расчётов обтекания летательного аппарата высокочастотным газом. В статьях [27–29] основное внимание уделяется пространственным i -фракталам, созданным на основе принципов Кантора, Серпинского и прочих фрактальных зависимостей. Математика пространственных фрактальных множеств сложна для восприятия, поэтому использовались компьютерные модели, разработанные в программах трехмерного моделирования КОМПАС и *SolidWorks*, полученные данные обрабатывались при помощи математических программ. Используя фрактальные принципы, можно создать большое число моделей трехмерных i -фракталов, поэтому к важным задачам исследования относится разработка классификации таких объектов.

Работы [1; 8; 9] посвящены квазивращению вокруг кривой плоской линии. В статье [9] была описана суть метода вращения плоских геометрических объ-

ектов вокруг криволинейных «осей». В работе [8] созданы модели поверхностей, кривой «осью» и образующей которых являются окружности, лежащие в одной плоскости. Приводится решение поиска системы уравнений, описывающих множество положений точки, которые она последовательно займёт при своем обороте вокруг эллиптической оси.

Науку развивают даже такие вроде бы мелкие с глобальной точки зрения геометрические задачи как способ нового построения кривых второго порядка [82] и интересная задачка пересечения тора со сферой, в результате чего линиями пересечения являются окружности [80].

В основе всех случаев формирований новых геометрических фигур и способов их конструирования, как выявляется из предложенных примеров, лежит начертательная геометрия.

4. Начертательная геометрия в технике и строительстве

Геометрия является наукой, которая напрямую связана с производством. Примеров предостаточно. Так, в технических изобретениях, относящихся к инновационным разработкам, геометрии принадлежит основная роль [63]. Понятно, что такие инновационные разработки в обязательном порядке применяются в производстве — в промышленности, строительстве, медицине.

В статье [63] принята следующая гипотеза: в изобретениях технической направленности определяющей является геометрическая составляющая. Эту гипотезу в приложении к техническим изобретениям может подтвердить любое авторское свидетельство, любой патент как в России, так и за рубежом. В предлагаемой работе данное утверждение доказывается на примерах, разработанных на основе геометрии следующих изобретений.

1. Грохот-питатель для липких масс [2]. Колосники грохота-питателя составлены попарно, а между пар колосников имеются промежутки для отсева фракций материала определенного размера. В грохоте-питателе геометрия колосников предложена такая, чтобы колосники каждой пары очищали друг друга, тем самым не допуская залипания на поверхности и уничтожения при этом промежутков между парами, что превращает обычный грохот-питатель с цилиндрическими колосниками в просто питатель.
2. Двухчервячный смеситель для пастообразных масс [3]. Смеситель состоит из двух соприкасающихся червяков. Их поверхности представляют собой винтовые поверхности, в сечении состоящие из состыкованных по концам двух четвертей окруж-

ностей. Такое поперечное сечение позволяет лучшим образом гомогенизировать перемешиваемый пастообразный материал, а также подавать его под более высоким давлением в экструзивную головку, что улучшает конечное изделие.

3. Станок для обработки многогранных поверхностей [5]. Изобретение служит для изготовления червяков с поперечным сечением, составленным из двух, трех и т.д. кусков окружностей одинакового радиуса и одинакового угла. Червяки, выполненные на этом станке, предназначены для вышеуказанного двухчервячного смесителя.
4. Способ механической обработки [4]. Данный способ также предназначен для изготовления червяков для многочервячных смесителей.

Представленные изобретения выполнены с применением теоретических изысканий по циклическим поверхностям [59; 61; 91].

Таким образом, было рассмотрено приложение теории кинетической геометрии вращающихся пространств в производстве [59]. Были выполнены механизмы и приспособления, на которые получены авторские свидетельства на изобретения [2; 3; 5; 6].

Многие механизмы совершают вращательное движение, при этом вращающиеся части одного механизма «вторгаются» в зону вращения частей другого вращающегося механизма. При этом, кроме вращения, они могут совершать и другие движения как поступательного, так и вращательного характера. Теория кинетической геометрии, составной частью которой является работа [90], разрабатывается для того, чтобы исключить столкновения частей двух, а то и более, деталей разных механизмов друг с другом. Эта довольно-таки сложная проблема стоит и в машиностроении, и в горнообработывающей промышленности, и в металлургии, и в космической навигации, где отсутствуют объекты, которые находятся в покое. Поэтому теория кинетического соответствия вращающихся пространств R_1^3 и R_2^3 при их независимом друг от друга движении является вполне актуальной. В работе [90] рассмотрены случаи отображения геометрических фигур одного пространства на другое при движении этих фигур внутри своего пространства R_1^3 .

Представляемая теория названа кинетической геометрией, поскольку она касается инженерных задач, связанных с зацеплениями. Эти задачи были рассмотрены первоначально и оформлены в виде изобретений [2; 3; 5; 6].

При рассмотрении теории циклид Дюпена [91] были предложены геометрические варианты вычерчивания коник, что в результате привело к созданию программ для компьютера, прошедших госрегистрацию [92–94].

Таким образом, начертательная геометрия служит и для получения электронных вариантов коник, применяющихся для различных графических систем, разрабатываемых для компьютеров.

В работе [91], кроме получения плоских кривых второго порядка, были предложены и другие варианты применения циклид Дюпена: отсеки трубопроводов с изменяющимся сечением, оболочки покрытий из состыкованных отсеков циклид для зданий круглой и овальной формы, применяемых в архитектуре, например, представленных на рис. 6 и 7.

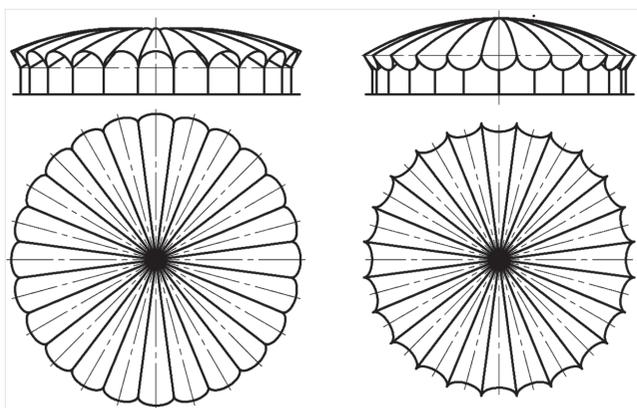


Рис. 6

Рис. 7

Можно также предьявить еще одно изобретение, касающееся строительства автомобильных дорог, имеющее название «Способ профилирования автомобильных дорог» [4]. Изобретение было выполнено на основе теоретических изысканий по прикладной геометрии [63], включающих, естественно, начертательную геометрию. То есть начертательная геометрия способствует возникновению изобретений не только чисто технических, но и технологических.

Многие работы, представленные в журнале «Геометрия и графика», связаны с новшествами в промышленности и строительстве. Формат статьи не дает возможности рассказать обо всех таких статьях, иначе пришлось бы занять весь объем данного журнала.

В работе [43] рассматривается геометрическое и программно-математическое моделирование обеспечения оценки эффективности размещения солнечных батарей на космических летательных аппаратах и солнечных концентраторах на земле.

В работе [45] предложена геометрическая модель и аналитическое решение задачи формообразования контурно-параллельных линий (эквидистант) для плоского контура с островом. Решение этой задачи актуально для автоматизированного проектирования режущего инструмента, обрабатывающего карманные поверхности на станках с ЧПУ. Предложенная гео-

метрическая модель основана на циклографическом отображении пространства на плоскость.

Широко применяется геометрия в робототехнике. При автоматизированном планировании движения механизма руки андроидного робота в организованном пространстве существует необходимость сокращения времени расчета траектории в пространстве обобщенных координат. В работе [48] проведены геометрические исследования на основе визуализации закономерностей изменения среднего смещения узловых точек механизма руки андроидного робота при реализации мгновенных состояний. Предложен метод, позволяющий сократить время итерационного поиска вектора приращений обобщенных координат.

Статья [56] показывает применение алгоритмов геометрического и компьютерного моделирования, предназначенных для формообразования винтовой поверхности витков червяка и зубьев червячного колеса. Их применение приводит к ускорению процесса расчета промежуточных наладок станков, используемых для нарезания червячных зубчатых передач, минуя сложные математические вычисления, что важно в условиях старения парка зуборезных станков, их износа и неизбежного снижения точности их кинематических цепей.

В работе [24] рассматриваются электростатические поля. Наиболее полно изучены электростатические поля как частные случаи электромагнитного поля. Так как любое поле характеризуется основными величинами, то такими величинами для электростатических полей являются напряженность E и потенциал φ . Поэтому геометрически такие поля характеризуют совокупностью силовых и эквипотенциальных линий. Статья [19] рассматривает выработку рекомендаций, необходимых для построения и анализа электростатических полей, которые необходимы при их теоретическом изучении.

Работа [64] посвящена применению начертательной геометрии для решения некоторых задач квадратичного программирования.

Любая из упомянутых работ основана на геометрии, в том числе и начертательной.

К сожалению, многие работы не были упомянуты, но читатель сможет убедиться в нашей правоте, рассмотрев любой из учебников. Об этом речь будет идти в следующем разделе данной работы.

5. Роль начертательной геометрии в образовании

Чтобы определить место начертательной геометрии в системе геометро-графического образования, прежде всего, следует ответить на вопрос: кого мы го-

товим — творческую интеллигенцию или чистых потребителей.

Если потребителей, тогда нам не нужны знания по геометрии, в том числе начертательной. Да и так надоевшая ученикам в школе арифметика заодно может быть упразднена.

В настоящее время кафедры начертательной геометрии возглавляют в основном люди, мягко говоря, мало понимающие в геометрии. Это утверждал в свое время профессор В.А. Пеклич, об этом заявил председатель научно-методического совета (НМС) по начертательной геометрии и инженерной графике Центрального региона России профессор Г.Ф. Горшков на международной научно-методической конференции «Информатизация инженерного образования» (ИНФОРИНО-2012), проходившей в МЭИ 10–11 апреля 2012 г. [6], об этом же писал профессор Г.С. Иванов [32]. С тех пор положение еще более усугубилось: не на каждой кафедре, обучающей студентов начертательной геометрии, имеется хотя бы один специалист высшей квалификации по нужному профилю — инженерной геометрии и компьютерной графике, имеется в виду хотя бы кандидат наук по этой специальности ВАК.

Начертательная геометрия является самым сложным предметом, изучаемым первокурсниками в технических вузах. Определено, что основных объективных причин плохих геометрических знаний — три [83]:

- 1) плохое геометрическое обучение в средней школе, где изучают планиметрию и стереометрию, однако для сдачи ЕГЭ школьники получают отнюдь не все знания, которые потребуются будущим студентам в вузе. Также в средней школе не выработывают привычку у школьников мыслить аналитически, хотя ранее при доказательстве геометрических теорем эта функция сильно развивалась;
- 2) метод исследования у начертательной геометрии, отличающийся от всех методов дисциплин, которые изучаются в школе — метод проецирования, который развивает пространственное воображение. Именно метод проецирования дает любое изображение, встречающееся в повседневной деятельности человека и в работе инженера;
- 3) недостатки вузовских учебников по начертательной геометрии [87]. За основу каждого раздела учебника по начертательной геометрии с давних времен взят тот или иной геометрический образ: точка, прямая, плоскость и т.д. В результате этой задачи, которые могли бы быть собраны в собственный раздел учебника (например, все позиционные задачи или все метрические) оказываются разбросанными по всему телу учебника.

А отсюда непосредственно возникает мнение, что каждая из задач имеет свой, только ей присущий, алгоритм решения.

Показано [85; 87], что при системном подходе все позиционные задачи решаются в принципе по единому алгоритму. Как и все метрические.

В придачу к сказанному положение усугубляется исключением традиционных обучающих предметов и замещением их на компьютерное.

Принято считать, что компьютер нас выручит, говорят, что начертательную геометрию можно учить и на компьютере. Вроде бы можно было согласиться с этим полностью, но нет, нельзя. Девятнадцатилетняя студентка второго курса обучения однажды мне заявила, что ручная работа стимулирует мозговую деятельность. Спрашивается, почему девятнадцатилетний человек без высшего образования понимает это, а вот специалист-профессионал по начертательной геометрии, имеющий не один десяток лет педагогического стажа, до этого понимания дойти не может?

И еще одна проблема. Давить на кнопки молодое поколение умеет с изумляющей старшее поколение ловкостью. Тыкать указательным пальцем в левую клавишу мыши при работе на компьютере они также могут с великим мастерством. И что из этого? А понимают ли они суть того, что выполняет компьютер? Вряд ли.

Известно, что моторика руки имеет тесную связь с мозгом, т.е., работая руками, человек развивает свой мозг. Это доказанный физиологами и не подлежащий сомнению факт. Работая одним указательным пальцем, операторы компьютера совершенно не развивают свой мозг. Или развивают, но чересчур уж однобоко.

На факультетах повышения квалификации преподавателей при изучении психологии высшего образования учат последовательности: знание — умение — навыки. То есть в первую очередь студент получает знания, чтобы, решая определенные задачи, получить умения в их использовании. А затем многократное использование этих умений вырабатывает навыки в работе. Это очевидно и не подлежит ненужному доказательству.

На вступительном экзамене по черчению абитуриенты, а затем на первом и втором курсе студенты архитектурного факультета Московского государственного академического художественного института имени В.И. Сурикова не допускаются к выполнению работ на компьютере именно по вышеуказанной причине — чтобы стимулировалась мозговая деятельность.

Мнение, что на компьютере вычерчивание происходит быстрее, ошибочно. Красивее — да, быстрее — нет. Как-то, готовя к изданию очередную книгу, ав-

тору было необходимо поместить на ее страницы чертеж построения тени капители. При работе вручную чертеж был бы готов часа за два. На компьютере пришлось затратить более восьми часов. И это, зная — как и понимая, что должно получиться. У студентов затраченное время будет увеличиваться в 2–3 раза.

Просто-напросто мы получили для геометрических построений новый инструмент. Но геометрия никуда не исчезла, не исчезла и необходимость изучения геометрии. Поэтому не следует подвергать начертательную геометрию остракизму.

В свое время великий историк и археограф, просветитель Николай Иванович Костомаров писал [38]: «Не все новое непременно должно быть лучше старого. Новая ошибка все будет ошибкой, а правда не стареет». И хотя это он писал в применении к исторической науке, мы в полной мере можем использовать его слова применительно и к начертательной геометрии.

Тем не менее мы совершенно не против внедрения компьютерной графики в процесс обучения, наоборот, мы — за, следует только это делать более осторожно, не бросаясь как в омут без оглядки, что сейчас происходит повсеместно.

Академик Н.Ф. Четверухин в [101] писал: «Однако при переходе на новые методы обучения нельзя умалять решающей роли преподавателя и его влияния на студента на всех этапах учебно-воспитательной работы». И далее: «Многие важные стороны педагогического процесса не могут реализовать машины. Если лектор увлекательно читает лекцию и любит свой предмет, его слушают с интересом, он благотворно влияет на своих студентов, увлекает их предметом, что в конечном счете нередко приводит к созданию научных школ». Самым интересным высказыванием академика Четверухина по праву можно считать следующее: «Экзамены при помощи машин — это тоже не лучший способ, так как судить можно только о результатах работы, а развитие студента и его мышление неизвестны. Такой способ свойствен американской психологии, которая носит название бихевиоризма, т.е. психологии поведения. Это ошибочное течение, так как только по результатам нескольких ответов судить о человеке нельзя». И, наконец: «Использование машинной техники способно принести несомненную пользу, если она будет выполнять те функции учебного процесса, которые не требуют воспитательной деятельности преподавателя».

А вот мнение профессора Сергея Аркадьевича Фролова [98], согласного с академиком Н.Ф. Четверухиным: «...самая “умная” машина сможет чертить лишь тогда, когда у пульта ее будет стоять Человек, знакомый с основами начертательной геометрии».

И (на закуску) мнение советского математика, чл.-кор. АН УССР, профессора Алексея Николаевича Боголюбова: «...влияние педагогических идей Монжа оказалось весьма значительным и как бы ни расценивать дальнейшее развитие высших технических школ, каждая из которых приобрела свое собственное лицо, существенная роль начертательной геометрии в инженерном образовании осталась неизменной и вряд ли изменится» [11].

Поскольку изображения мы встречаем повсеместно, а без геометрического моделирования бесполезно всякое техническое творчество, то знания начертательной геометрии просто жизненно необходимы. В работе [53] профессор Н.А. Рынин в эпиграфе приводит такие слова: «Мы видим не сами тела, а их проекции». И действительно, если кто учился в школе и изучал элементы биологии, то должен помнить, что отраженные от предметов лучи света, проходя через зрачок, попадают на внутреннюю поверхность глаза, которую можно приближенно назвать сферической. Таким образом, получаем так называемую купольную перспективу. И вот эту-то проекцию глаз и передает в мозг. Перспективой, кстати сказать, занимается начертательная геометрия.

Вот что пишет Н.А. Рынин о начертательной геометрии [53]: «*Она стоит на границе между областью точных наук и областью фантазии. Прилагая к ней законы математики и геометрии, можно достичь великих открытий, польза которых для человечества будет велика... она является наивысшим средством для развития той таинственной и мало поддающейся изучению точными науками способности человеческого духа, которая зовется воображением и которая является ступенью к другой царственной способности — фантазии, без которой почти не совершаются великие открытия и изобретения*».

Поэтому не будет преувеличением высказать следующее утверждение.

Роль начертательной геометрии в становлении высшего технического образования в настоящее время, да и в обозримом будущем, неопределима. Без нее мы без вариантов получим абсолютно безграмотных [21] в техническом плане людей, совершенно не имеющих никаких творческих потенций. Поэтому ликвидировать начертательную геометрию — этого последнего бастиона на пути ко всеобщей геометрической безграмотности, к примитивизму обучения — для технического высшего образования можно считать последним шагом к уничтожению высшего образования. Первым шагом была ликвидация черчения в школе, несмотря на то, что в России подавляющее большинство вузов являются техническими, в которых чертежи используются с первого по последний курс обучения почти во всех учебных технических

дисциплинах, пусть даже эти чертежи и будут выполнены на компьютере.

В статье [10] утверждается, что начертательную геометрию следует изучать не только в вузах, но и в школах. А в статье [33] профессор А.А. Ищенко, д-р химических наук, говорит о необходимости изучения начертательной геометрии для химиков и химиков-технологов. О необходимости начертательной геометрии говорит также и д-р технических наук, профессор Г.С. Иванов [31], а также, вслед за Г. Монжем [44], наши классики советской и российской науки «Прикладная геометрия» [13; 16; 17; 22; 23; 26; 30; 32; 34–36; 39; 41; 50; 51–55; 96; 99; 100].

Мы недаром бьемся за начертательную геометрию: она является основой не просто творческого, но эвристического мышления [82]! Самое трудное в начертательной геометрии — это способность представлять пространственную геометрическую фигуру или их совокупность по двум изображениям. Понятно, что обычные задачи курса решаются в пределах учебной дисциплины и являются типовыми, доступными для понимания студента технического вуза при условии знаний геометрии школьной и трудолюбивом изучении геометрии вузовской, но задачи на олимпиадах, пусть даже внутривузовских, — более трудные. Олимпиады по начертательной геометрии стимулируют мышление, способствуют принятию нестандартных решений. Если для решения задач обычного сборника по курсу начертательной геометрии достаточно знать буквально несколько алгоритмов, то для задач повышенной трудности этого совершенно недостаточно. Но и простые стандартные задачи по начертательной геометрии очень часто, если не всегда, заставляют принимать решения, отличные от школьных. То есть заставляют думать логически, применять весь имеющийся арсенал геометрических знаний и принимать решения, не встречающиеся ранее в школе — это и называется эвристическим мышлением.

А сейчас сообщение, обещанное в предыдущем разделе.

В работе [89] доказывается, что в любых учебниках имеется присутствие начертательной геометрии. В работе показано, что в результате отображения (проецирования) получается изображение, при этом, по мнению профессора Н.А. Соболева [95], «все визуальные изображения — и документальные, и геометрографические, и творческие — формируются по принципу проецирования». То есть принадлежат, по сути своей, к начертательной геометрии. Таким образом, к начертательной геометрии как к теории изображений можно с большой уверенностью отнести все творческие изображения — рисунки, живопись, скульптуры, — выполняемые вручную.

Они конечно же имеют неочевидное проекционное происхождение. И тем не менее, по утверждению профессора Н.А. Соболева, «они, включая самые абстрактные фантазии, являются, по своей сути, проекционными». В статье также показано, какие дисциплины применяют те или иные графические модели, а также рассмотрен ряд рисунков, принадлежащих разным учебникам, где графические модели присутствуют: механика грунтов; железобетонные и каменные конструкции; гидравлика; технология и механизация строительства; численные методы; информатика; программирование; проектирование автомобильных дорог; строительная механика; теоретическая механика; архитектурные конструкции; гидравлика и т.д. Таким образом, наглядно, а также ссылаясь на авторитеты в области изображений и начертательной геометрии, было доказано, что каждый из имеющихся учебников имеет связь с начертательной геометрией — прямую или опосредованную. А сама начертательная геометрия присутствует во всех учебниках. По крайней мере, технических, строительных и медицинских.

А ведь в школьных учебниках рисунков не то что меньше — больше!

В работе [79] показано, что изображения свойственны абсолютно всем направлениям деятельности человека. Упоминается о живописцах, графиках и скульпторах, которые при обучении изучают начертательную геометрию. Упоминается о первых рисунках, выполненных на стенах пещер, что свидетельствует о применении начертательной геометрии еще до осознанного разделения науки на разные ветви исследований. Показано, что любое изображение является психической деятельностью мозга, а это причисляет работы абстракционистов к числу работ живописцев, а также к ореолу принадлежности к начертательной геометрии. И раз начертательная геометрия занимается абстрактными точками, линиями и отсеками поверхностей, то все направления изображений, состоящие из точек, линий и отсеков поверхностей, просто обязаны быть прикреплены к области деятельности начертательной геометрии. Даже буквы имеют завуалированный принцип проецирования [79]. А отсюда имеем очень неожиданный абсолютно для всех читателей вывод:

«Если кто-либо берет в руки карандаш, ручку, кисть, прибор для выжигания, резец, компьютер, смартфон — этот кто-то, несомненно, будет заниматься начертательной геометрией, хочется ему это или нет, осознает он это или не осознает. И это — без вариантов».

Резюмируя все сказанное, можно смело утверждать: *«Начертательная геометрия является базисом всего образования: как высшего, так и школьного. Значит,*

место начертательной геометрии — в основании образования, минимум хотя бы технического».

6. Начертательная геометрия в творческих профессиях

Здесь мы покажем, что начертательная геометрия изучается не только в технических вузах, но и в творческих: в архитектурных и художественных.

Как было изначально исторически поставлено на архитектурных факультетах, геометрическому и графическому образованию студентов, которые впоследствии будут работать архитекторами, уделяется особое внимание [60]. Геометрия и графика работ должны быть качественными и безошибочными: именно по архитектурным чертежам, выполненным архитектором, конструкторы, сантехники, планировщики, технологи, экономисты и другие специалисты разрабатывают свои разделы проекта. И если в работу архитектора вкрадывается ошибка — весь проект, все его части подлежат исправлению, если еще не поздно.

На факультете архитектуры Московского государственного академического художественного института имени В.И. Сурикова (МГАХИ им. В.И. Сурикова) с геометрией и графикой студенты встречаются при изучении следующих дисциплин: начертательная геометрия, архитектурная графика, материаловедение, архитектурные конструкции, история архитектуры, архитектурное проектирование зданий и сооружений различной этажности и сложности, другие дисциплины. То есть почти все учебные дисциплины, включая и скульптуру, кроме, может быть, иностранного языка и физкультуры, в той или иной мере содержат геометрию и графику. Таким образом, у студентов-архитекторов этой самой геометрии и графики гораздо больше, чем в любой другой специальности.

Исходя из списка вышеперечисленных наименований учебных дисциплин, при обучении студентов архитектурных специальностей просто жизненно необходимо уделять огромное количество времени геометрии и графике.

Правда, в МАРХИ студенты, как архитекторы, так и дизайнеры, изучают начертательную геометрию четыре семестра, а вот в МГАХИ им. В.И. Сурикова с 2020 г. — только три.

Неоднократно в работах, посвященных геометрии, были ссылки на использование художниками начертательной геометрии [44; 53; 66; 78]. Попробуем подкрепить эти утверждения фактами.

Преподаватели начертательной геометрии, инженерной графики, черчения, компьютерной графики, работающие в технических вузах, зачастую считают, что курс начертательной геометрии пригоден лишь

для технических специальностей, да и то не в наше компьютерное время. Поэтому из многих направлений обучения (например, для ПГС в МГСУ) начертательная геометрия была исключена из учебных планов. Такое вредительство нельзя оправдать лишь уверениями в том, что они неправы, причем неправы не только потому, что начертательная геометрия является основой любого изображения [53; 66; 77; 78], что она является основой аналитической геометрии [72; 74] и компьютерной графики [73], что без нее нельзя моделировать ни одну из поверхностей [53; 61], но и потому, что она служит для развития науки геометрии [1; 8; 9; 24; 25; 27–29; 43; 45; 46; 48; 49; 56; 59; 62–64; 71; 80; 81; 91; 97; 102] — самой первой науки, возникшей на земле и от этого не переставшей быть необходимой людям и в настоящее время.

Известно, что в своей книге «Начертательная геометрия», которая давно стала классической, Гаспар Монж постоянно ссылается на то, что начертательная геометрия жизненно необходима художникам [66]. Прошло с тех пор немало времени, но сегодняшние инженеры, вернее, бакалавры, получившие высшее образование, и вообще — все технические работники слабо представляют себе, как художники используют начертательную геометрию. Как и почему обучают студентов технических специальностей вузов начертательной геометрии — это все понимают, хотя и не каждый видит ее применение в своей практической работе, а вот что касается художников — тут уж становится совсем непонятно. Это означает только — или учат не совсем хорошо, или не совсем тому, чему следует. Большинство инженеров может заявить, что уж в своей-то работе они с начертательной геометрией никогда не сталкиваются, а из всего набора геометрических задач могут вспомнить, может быть, лишь пресловутую задачу, где какая-то там прямая зачем-то пересекает непонятно для чего какую-то там плоскость. И не ведают геометрически безграмотные «специалисты», что они сталкиваются с начертательной геометрией буквально со своих первых шагов по жизни и до последних. Не понимают, что любая картинка в книжке, вообще любое изображение — это начертательная геометрия, поскольку начертательная геометрия есть теория изображений. А так и непонятая задачка на пересечение — это основа для построения теней (хотя бы).

В традиционную начертательную геометрию, которую изучают студенты технических направлений обучения, входят следующие разделы.

1. Принцип получения изображения.
2. Теория ортогональных проекций.
3. Теория аксонометрических проекций.

4. Теория перспективных проекций (для строителей).
5. Теория проекций с числовыми отметками (для строителей).
6. Теория теней (для строителей).
7. Развертки поверхностей (частный случай конформных преобразований).

Кроме этих разделов для самостоятельного или факультативного изучения, студенты могут изучать следующие разделы.

1. Многомерная начертательная геометрия.
2. Мнимая начертательная геометрия.
3. Получение изображений другими способами (кроме проецирующих лучей):
 - а) с помощью окружностей;
 - б) с помощью винтовых линий;
 - в) способ Федорова;
 - г) способ Гамаюнова;
 - д) способ Скидана;
 - и т.д.

В табл. 1 представлены сведения по семи направлениям обучения в МГАХИ им. В.И. Сурикова. Данные взяты из календарных планов и рабочих программ (данные на 2018 г., сегодня для архитекторов — 3 семестра) [60].

Проанализировав рабочие программы изучаемой в Московском государственном академическом художественном институте имени В.И. Сурикова (МГАХИ им. В.И. Сурикова) дисциплины «Перспектива», которую должны знать художники-живописцы, скульпторы и графики, можно прийти к выводу, что для творческих специальностей коими славится МГАХИ им. В.И. Сурикова (да и в других творческих вузах

тоже), начертательная геометрия изучается по всем необходимым для полного понимания получения изображения разделам.

Вот выдержки из текста рабочей программы для специальности «Живопись».

Рабочая программа дисциплины «Перспектива» разработана в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 54.05.02 «Живопись» (уровень специалитета), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 10 от 09.01.2017 в соответствии с приказом Минобрнауки Российской Федерации № 1428 от 16.11.2016 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования — программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (зарегистрировано в Минюсте России 14.07.2017 № 47415)».

Общий курс перспективы рассматривается в учебном процессе подготовки специалиста как основа в дальнейшем для его самостоятельного художественного творчества и как необходимая составляющая при формировании у обучающегося высокой художественной культуры в различных видах изобразительной деятельности.

Целью дисциплины является формирование высокой графической культуры и профессионального мастерства, как основы активной педагогической и творческой деятельности.

Общий курс «Перспектива» в программе обучения художника, формирует навыки необходимые для

Таблица 1

Объем работ у студентов МГАХИ им. В.И. Сурикова

Специальность	Количество студентов	Семестры	Общее колич. часов	Лекций, часов	Практич. занятий, часов	Самостоят. работа, часов	Зачеты (семестр)	Кол-во работ
1. Художник-живописец (монументальная живопись)	57	1–4	144	60	68	16	2; 4	14
2. Художник-живописец (реставратор)		1–2	72	30	34	8	2	7
3. Художник-живописец (станковая живопись)		1–4	144	60	68	16	2; 4	14
4. Художник-живописец (театрально-декорационная живопись)		1–4	144	60	68	16	2; 4	14
5. Графика	19	1–4	144	60	68	16	2; 4	14
6. Скульптура	9	1–4	144	60	68	16	2; 4	14
7. Архитектура	27	1–4	216	40	88	88	2; 4	22

воспитания профессионала, обладающего высоким мастерством и изобразительной культурой.

Обучение нацелено на формирование, прежде всего, пространственного и образного мышления освоение законов перспективы и применения их на практике. А также приобретение навыков адекватной передачи предметно-пространственной среды в соответствии с художественным замыслом произведения, расширение арсенала средств художественной выразительности, применяемые студентами в их учебных и творческих работах.

Основные задачи дисциплины:

- приобретение специальных умений и навыков, которые будут использоваться при выполнении заданий по перспективе и другим дисциплинам;
- формирование знаний в области построения наглядных изображений методом центрального проецирования и умений применять разнообразные способы построения перспектив, используя масштабы, строить тени и отражения;
- приобретение навыков создания реалистичного рисунка, грамотного изображения сложных объектов и композиций задуманных произведений.

Общие планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины студент должен знать основные законы зрительного восприятия произведения искусства; основы теории перспективы и пластической анатомии; правила оформления чертежей согласно ЕСКД (форматы, масштабы, типы линий); способы параллельного и прямого проецирования; способы построения и изображения различных объектов согласно творческим задачам конкретного вида искусства.

Студент должен уметь применять знания по перспективе и пластической анатомии в своей практической и творческой работе; применять теорию построения перспективных изображений при выполнении проектных работ; строить изображения на чертеже (разрезы, сечения); выполнять аксонометрические и перспективные построения; делать перспективный анализ станковых картин и произведений монументальной живописи с точки зрения законов построения линейной перспективы.

Обучающийся после прохождения курса должен владеть навыками работы с учебной и нормативной литературой; навыками работы с чертежными инструментами; анализом геометрических свойств и форм предмета, а также иметь представление о проецировании предметов на три взаимно перпендикулярные плоскости и чертежах различных геометрических тел.

Согласно учебному плану дисциплина «Перспектива» изучается с 1-го по 4-й семестр на 1-м и 2-м курсах. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной «Перспектива», — скульптура, рисунок, синтез искусства и архитектуры.

В табл. 2 приводится содержание и структура дисциплины «Перспектива».

Таблица 2

Содержание и структура дисциплины

Наименование разделов и учебных заданий по дисциплине	Трудоёмкость	Объем учебной работы студента (в ак. часах), в том числе		
		Л	ПЗ Ауд. работа под рук. препод.	СЗ
1-й курс, 1-й семестр	36	14	16	6
1. Введение. Общие сведения о перспективе. Виды проекций	4	2	2	
2. Ортогональные проекции и аксонометрия	8	4	4	2
3. Центральная проекция. Определение элементов картины	10	4	4	2
4. Перспективные масштабы	12	4	6	2
1-й курс, 2-й семестр	36	16	18	2
1. Изображение в перспективе углов и простых геометрических тел	8	4	4	
2. Изображение в перспективе окружностей и предметов круглой формы	8	4	4	
3. Построение теней в перспективе	12	4	6	2
4. Применение перспективы в заданиях на пленэрной практике	8	4	4	
2-й курс, 3-й семестр	36	14	16	6
1. Построение интерьера по заданному плану	10	4	4	2
2. Построение отражений в зеркальной плоскости	10	4	4	2
3. Построение перспективы интерьера разной сложности	14	6	6	2
2-й курс, 4-й семестр	36	16	18	2
1. Применение перспективы в архитектурном проектировании	12	6	6	
2. Способ архитектора	10	4	6	
3. Сложные виды перспектив	14	6	6	2
Итого (ак. часов)	144	60	68	16

В табл. 3 представлены изучаемые художниками разделы начертательной геометрии и их содержание.

Таблица 3

Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
Курс 1		
1	Введение. Общие сведения о перспективе. Виды проекций	История метода проекций и значение перспективы в истории искусства; передачи пространства; зрительное восприятие и системы перспективы; метод проекций и основа параллельного, ортогонального и центрального проецирования
2	Ортогональные проекции и аксонометрия	Геометрические основы перспективы; понятие эпюра; аксонометрия; виды аксонометрии. Образование эпюра (чертежа) куба методом прямоугольного проецирования; чертеж куба, выполненный в системе трех плоскостей; построение стандартных аксонометрий, углов между осями куба и окружностей на его гранях; место аксонометрических проекций в среднем проектировании, а также в средневековой перспективе
3	Центральная проекция. Определение элементов картины	Выбор формы, размера, положения картины; Определение высоты точки зрения и линии горизонта; задание на линии горизонта главной точки картины; определение зрительного расстояния и положения дистанционных точек; точки, прямые и плоскости их изображение и положение на картине
4	Перспективные масштабы	Построение перспективного масштаба на прямых главного направления; перспективная масштабная шкала и ее практическое применение; построение масштабной шкалы на прямые произвольного направления; решение метрических задач в перспективе и геометрические построения
5	Изображение в перспективе углов и простых геометрических тел	Построение на картине геометрических тел и предметов в простейшем положении; построение предметов, расположенных под равными углами; построение на картине предметов с поворотом и наклоном на заданный угол
6	Изображение в перспективе окружностей и предметов круглой формы	Способы построения окружностей в перспективе; построение тел вращения и предметов круглой формы; изображение предметов в повороте и в наклонном положении; деление окружности на равные части в перспективе
7	Построение теней в перспективе	Построение падающих теней от предметов при искусственном освещении; построение падающих теней при естественном освещении; построение светового пятна при разных видах освещения

Продолжение табл. 3

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
8	Применение перспективы в заданиях на пленэрной практике	Основные сведения наблюдательной перспективы; линейная, воздушно-цветовая и тональная перспектива в заданиях по живописи и рисунку на пленэрной практике; изображение улиц в городской и сельской среде
Курс 2		
1	Построение интерьера по заданному плану	Особенности построения интерьера по заданному плану в художественном проектировании; построение интерьера с применением сетки перспективного масштаба
2	Построение отражений в зеркальной плоскости	Законы отражения; построение отражений в плоском вертикальном зеркале; построение отражений в горизонтальном плоском зеркале; построение отражений в наклонном зеркале
3	Построение перспективы интерьера разной сложности	Построение комнаты по заданным размерам во фронтальной и угловой перспективах; способ совмещения предметной плоскости с картиной. Особенности построения интерьера криволинейных в плане очертаний; перспективный разрез
4	Применение перспективы в архитектурном проектировании	Разновидность графических изображений, применяемых в среднем дизайне; изображение архитектурных объектов и применение перспективного антуража; многоярусная передача предметного пространства и перспективной глубины планов
5	Способ архитектора	Построение объекта по заданному плану и фасаду; способ следов лучевых плоскостей; условности передачи на чертеже объемной формы объекта и перспективного пространства; планировка территории на которой находится архитектурный объект; способ перспективной сетки для больших средовых пространств; построение перспективы группы объектов; выбор точки зрения, картинной плоскости, горизонтального угла зрения, определение высоты линии горизонта; масштаб изображения; последовательность построения перспективы
6	Сложные виды перспектив	Использование четырех точек схода в перспективе интерьера для устранения искажений; основы способа построения широкоугольных перспектив; система проекционных поверхностей; горизонтальная направляющая и вертикальная образующая картинной поверхности; аппроксимация (замена) картинной поверхности плоскими участками

Как видим, почти все разделы базового курса имеются. А также большинство разделов основного курса для строителей и архитекторов.

В дисциплине «Перспектива» предусмотрены также графические текущие и творческие работы, которые студенты выполняют самостоятельно.

Приведем один простой пример, показывающий необходимость изучения художниками начертательной геометрии.

Пусть художник задумал написать картину, содержащую несколько фигур человека, находящихся на разном расстоянии от наблюдателя. В этом случае без знания самых основных законов построения перспективы не обойтись.

На рис. 8 показаны стилизованные «фигуры» двух «человек»: один (AB) расположен недалеко от наблюдателя, другой (CD) — подальше. И пусть они будут одинаковой высоты.

Человек, знакомый с начертательной геометрией и, может быть, с проективной геометрией, сразу поймет, что оба «человека» совершенно неодинаковой высоты. Сделав простейшие построения (рис. 9), видим, что они различаются в 1,5 раза, т.е. если $\langle AB \rangle = 2$ м, то $\langle CD \rangle = 3$ м, чего быть не может.

Таким образом, второй «человек» должен быть величиной с отрезок CE (рис. 10). Можно также сделать и другие построения (рис. 11), но для этого надо

знать теорию перспективы хотя бы в элементарном изложении.

Выводы следующие.

1. Выпускников российских художественных вузов должны отличать эрудиция и фундаментальные знания теоретических основ построения изображений и теней.
2. Теория перспективы и построения теней в перспективе есть база образовательного процесса для художников, графиков и скульпторов.
3. Исходя из пунктов 1 и 2, основы начертательной геометрии как теории изображений обязательны для изучения в художественных учебных заведениях.
4. В результате данного исследования можно констатировать, что, пока существуют образовательные учреждения для художников, до тех пор будет существовать и начертательная геометрия.

В статье [85] приводится результат проведенного эксперимента, основанного на введении нового, отличного от традиционного, курса начертательной геометрии. Эксперимент показал, что введенный автором статьи в Московском институте коммунального хозяйства и строительства (МИКХиС), а затем

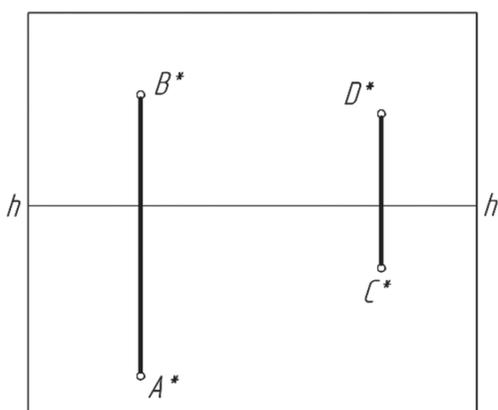


Рис. 8

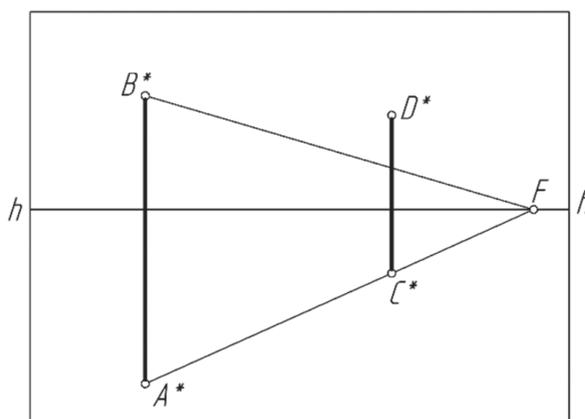


Рис. 9

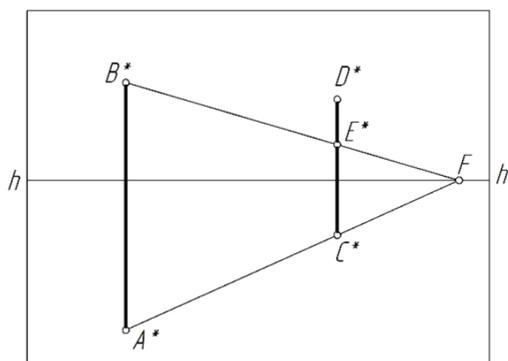


Рис. 10

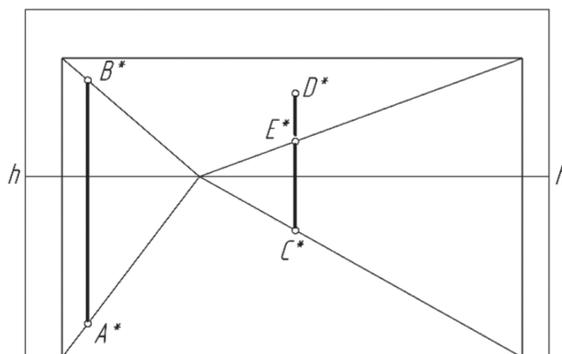


Рис. 11

в Московском государственном академическом художественном институте (МГАХИ) имени В.И. Сурикова курс начертательной геометрии, позволяющий структурировать и алгоритмизировать учебный процесс, помог командам студентов обоих вузов без особой специальной дополнительной подготовки занимать довольно приличные места на московских городских олимпиадах по начертательной геометрии. Предложенная структура базового курса позволила структурировать и алгоритмизировать лекционный материал, что, в свою очередь, позволило весь объем информации сжать в принципе почти вдвое и сократить количество часов лекций с 32 до 18 без особых потерь. При современной тенденции срезать часы у дисциплин инженерного профиля это является несомненным достижением. Применение данной структуры привело к положительному эффекту: лучшему запоминанию материала, лучшему усвоению, что и было выявлено при участии студентов, прошедших предлагаемый курс, на московских студенческих городских олимпиадах по начертательной геометрии. Автором впоследствии был разработан критерий успешности выступления команды студентов. В статье [86] приведены соответствующие таблицы и диаграммы.

Если будем рассматривать медицину, то и там непременно найдем применение начертательной геометрии, ведь там сейчас без изображений на рентгене, ультразвуковой диагностики, компьютерной томографии, магнитно-резонансной томографии, приборов для малоинвазивных операций с выводом на экран дисплея не обойтись. Поэтому и в медицинских вузах следовало бы изучать начертательную геометрию.

Вывод

Как видим, каждый раздел данной статьи подводит нас к единственному заключению: без начертательной геометрии невозможна любая деятельность человека, поскольку нет такой области приложения труда, где она отсутствовала бы совсем, а поэтому высказанную гипотезу, вынесенную в заголовок статьи, следует считать доказанной, а изучение ее в вузах нужно считать обязательным для всех направлений обучения.

И повторим еще раз.

«Если кто-либо берет в руки карандаш, ручку, кисть, прибор для выжигания, резец, компьютер, смартфон, мобильник, открывает книгу — этот кто-то, несомненно, будет заниматься начертательной геометрией, осознает он это или не осознает».

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонова И.В. Математическое описание вращения точки вокруг эллиптической оси в некоторых частных случаях [Текст] / И.В. Антонова, И.А. Беглов, Е.В. Соломонова // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 3. — С. 36–50. — DOI: 10.12737/article_5dce66dd9fb966.59423840
2. А.с. 1025461 СССР, МКИЗ В 07 В 1/16. Грохот-питатель [Текст] / Н.А. Сальков (СССР). — № 3333233/29-03; Заявлено 25.06.81; Опубл. 30.06.83, Бюл. № 24. — 3 с.
3. А.с. 1199625 СССР, МКИ4 В 29 В 7/42. Двухчервячный смеситель для пастообразных материалов [Текст] / Сальков Н.А. (СССР). — № 3773765/23-05; Заявлено 23.07.84; Опубл. 23.12.85, Бюл. № 47. — 3 с.
4. А.с. 1714046 СССР, МКИ4 Е 02 F 1/00. Способ профилирования автомобильных дорог [Текст] / Сальков Н.А. (СССР) — № 1714046 А1; Заявлено 27.04.89, Опубл. 23.02.92, Б.И. № 7, 1992. — 6 с.
5. А.с. 1505669 СССР, МКИ4 В 23 В 5/44. Станок Сальковых для обработки многогранных поверхностей [Текст] / Сальков Н.А., Сальков А.В., Салькова В.А. (СССР). — № 4293668/31-08; Заявлено 01.06.87; Опубл. 07.09.89, Бюл. № 33. — 4 с.
6. А.с. 1590195 СССР, МКИ4 В 23 В 1/00. Способ механической обработки [Текст] / Сальков Н.А., Сальков А.В. (СССР). — № 4211245/31-08; Заявлено 04.01.87; Опубл. 07.09.90, Бюл. № 33. — 3 с.
7. Белякова Е.И. Начертательная геометрия [Текст] / Е.И. Белякова, П.В. Зеленый. — Минск: Новое знание; М.: ИНФРА-М, 2013. — 265 с.
8. Беглов И.А. Математическое описание метода вращения точки вокруг криволинейной оси второго порядка [Текст] / И.А. Беглов, В.В. Рустамян, И.В. Антонова // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 4. — С. 39–46. — DOI: 10.12737/article_5c21f6e832b4d2.25216268
9. Беглов И.А. Метод вращения геометрических объектов вокруг криволинейной оси [Текст] / И.А. Беглов, В.В. Рустамян // Геометрия и графика. — 2017. — Т. 5. — № 3. — С. 45–50. — DOI: 10.12737/article_59bfa4eb0bf488.99866490.
10. Беглов И.А. Начертательная геометрия и инженерная графика: необходимость изучения в школе и в вузе [Текст] / И.А. Беглов // Сборник трудов Всероссийской научно-методической конференции по инженерной геометрии и компьютерной графике. — Ч. 1. — М.: Изд-во МИТХТ, 2008. — С. 32–34.
11. Боголюбов А.Н. Гаспар Монж [Текст] / А.Н. Боголюбов. — М.: Наука, 1978. — 184 с.
12. Брылкин Ю.В. Моделирование микро- и наноструктуры поверхности для решения задач газовой динамики и теплообмена [Текст] / Ю.В. Брылкин // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 3. — С. 36–50. — DOI: 10.12737/article_5dce66dd9fb966.59423840

- трия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 2. — С. 95–100. — DOI: 10.12737/article_5b559f018f85a7.77112269
13. Бубенников А.В. Начертательная геометрия [Текст] / А.В. Бубенников, М.Я. Громов. — М.: Высшая школа, 1973. — 416 с.
 14. Бударин О.С. Начертательная геометрия. Краткий курс: учеб. пособие [Текст] / О.С. Бударин. — СПб.: Лань, 2019. — 360 с.
 15. Будасов Б.В. Строительное черчение [Текст] / Б.В. Будасов, В.П. Каминский. — М.: Стройиздат, 1990. — 464 с.
 16. Винницкий И.Г. Начертательная геометрия [Текст] / И.Г. Винницкий. — М.: Высшая школа, 1975. — 280 с.
 17. Виноградов В.Н. Начертательная геометрия [Текст] / В.Н. Виноградов. — Минск: Выш. школа, 1977. — 268 с.
 18. Волкова М.Ю. Графическая грамотность инженера как способ получения фундаментальных профессиональных знаний [Текст] / М.Ю. Волкова, Е.В. Егорычева // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 2. — № 1. — С. 53–57. — DOI: 10.12737/3849
 19. Волошинов Д.В. Конструктивное геометрическое моделирование как перспектива преподавания графических дисциплин [Текст] / Д.В. Волошинов, К.Н. Соломонов // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 2. — С. 10–13. — DOI: 10.12737/778
 20. Волошин-Челпан Э.К. Начертательная геометрия. Инженерная графика [Текст] / Э.К. Волошин-Челпан. — М.: Академический проект, 2009. — 183 с.
 21. Вышнепольский В.И. Цели и методы обучения графическим дисциплинам [Текст] / В.И. Вышнепольский, Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 2. — С. 8–9. DOI: 10.12737/777
 22. Глаголев Н.А. Начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Глаголев. — М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, Главная редакция общетехнической литературы и номенклатуры, 1936. — 160 с.
 23. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии [Текст] / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. — М.: Наука, 1977. — 268 с.
 24. Графский О.А. Геометрия электростатических полей [Текст] / О.А. Графский, Ю.В. Пономарчук, А.А. Холодилов // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 1. — С. 10–19. — DOI: 10.12737/article_5ad085a6d75bb5.99078854
 25. Гумен Н.С. Геометрические основы теории многообразий евклидоваго n -пространства применительно к геометрическому моделированию многопараметрических систем [Текст]: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.01.01 / Н.С. Гумен. — Киев, 1992. — 53 с.
 26. Добряков А.И. Курс начертательной геометрии [Текст] / А.И. Добряков. — М.-Л.: Гос. изд-во литературы по строительству и архитектуре, 1952. — 496 с.
 27. Жихарев Л.А. Обобщение на трехмерное пространство фракталов Пифагора и Коха. Ч. 1 [Текст] / Л.А. Жихарев // Геометрия и графика. — 2015. — Т. 3. — № 3. — С. 24–37. — DOI: 10.12737/14417
 28. Жихарев Л.А. Фракталы в трехмерном пространстве. I-фракталы [Текст] / Л.А. Жихарев // Геометрия и графика. — 2017. — Т. 5. — № 3. — С. 51–66. — DOI: 10.12737/article_59bfa55ec01b38.55497926
 29. Жихарев Л.А. Фрактальные размерности [Текст] / Л.А. Жихарев // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 3. — С. 33–47. — DOI: 10.12737/article_5bc45918192362.77856682
 30. Иванов Г.С. Начертательная геометрия [Текст] / Г.С. Иванов. — М.: Изд-во МГУЛ, 2012. — 340 с.
 31. Иванов Г.С. Перспективы начертательной геометрии как учебной дисциплины [Текст] / Г.С. Иванов // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 1. — С. 26–27. — DOI: 10.12737/775
 32. Иванов Г.С. Теоретические основы начертательной геометрии [Текст]: учеб. пособие / Г.С. Иванов. — М.: Машиностроение, 1988. — 158 с.
 33. Ищенко А.А. К вопросу о необходимости преподавания начертательной геометрии и графики для химиков и химиков-технологов [Текст] / А.А. Ищенко // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 2. — С. 6–7. — DOI: 10.12737/776
 34. Климухин А.Г. Начертательная геометрия [Текст] / А.Г. Климухин. — М.: Стройиздат, 1978. — 334 с.
 35. Колотов С.М. Курс начертательной геометрии [Текст] / С.М. Колотов, Е.Е. Дольский, В.Е. Михайленко, Н.А. Гусев, Б.С. Горленко. — Киев: Гос. изд-во литературы по строительству и архитектуре УССР, 1961. — 316 с.
 36. Короев Ю.И. Начертательная геометрия [Текст] / Ю.И. Короев. — М.: КНОРУС, 2011. — 432 с.
 37. Короткий В.А. Начертательная геометрия: конспект лекций [Текст] / В.А. Короткий, Л.И. Хмарова, И.В. Буторина. — Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2014. — 191 с.
 38. Костомаров Н.И. Исторические монографии и исследования [Текст] / Н.И. Костомаров. — М.: Книга, 1989. — 239 с.
 39. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Н. Крылов, П.И. Лобандиевский, С.А. Мэн, В.Л. Николаев, Г.С. Иконникова. — М.: Высшая школа, 1977. — 231 с.
 40. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Н. Крылов, Г.С. Иконникова, В.Л. Николаев, Н.М. Лаврухина. — М.: Высшая школа, 1990. — 240 с.
 41. Кузнецов Н.С. Начертательная геометрия [Текст] / Н.С. Кузнецов. — М.: Высшая школа, 1981. — 262 с.
 42. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии [Текст] / О.В. Локтев. — М.: Высшая школа, 1985. — 136 с.
 43. Маркин Л.В. Дискретные геометрические модели оценки степени затененности гелиоэнергетике [Текст] / Л.В. Маркин // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 1. — С. 28–45. — DOI: 10.12737/article_5c9202d8d821b0.81468033
 44. Монж Г. Начертательная геометрия [Текст] / Г. Монж. — Л.: Изд-во Академии наук СССР, 1947. — 292 с.
 45. Панчук К.Л. Геометрическая модель генерации семейства контурно-параллельных линий для автоматизи-

- рованного расчета траектории режущего инструмента [Текст] / К.Л. Панчук, Т.М. Мясоедова, И.В. Крысова // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 1. — С. 3–13. — DOI: 10.12737/article_5c92012c51bba1.17153893
46. Пеклич В.А. Мнимая начертательная геометрия [Текст] / В.А. Пеклич. — М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007. — 104 с.
 47. Пеклич В.А. Начертательная геометрия [Текст] / В.А. Пеклич. — М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007. — 272 с.
 48. Притыкин Ф.Н. Визуализация линейных смещений узловых точек при реализации мгновенных состояний различных конфигураций руки андроидного робота [Текст] / Ф.Н. Притыкин, В.Г. Хомченко, А.Г. Янишевская, В.И. Небритов // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 3. — С. 15–27. — DOI: 10.12737/article_5dce6b81e2a808.81762326
 49. Рахметова Ш.Т. Конструирование огибающих на базе формирования однопараметрических множеств поверхностей [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М.: Изд-во МАДИ, 1990. — 16 с.
 50. Русскевич Н.Л. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Л. Русскевич. — Киев: Вища школа, 1978. — 312 с.
 51. Рыжов Н.Н. Начертательная геометрия (понятия, их определения и пояснения) [Текст] / Н.Н. Рыжов. — М.: Изд-во МАДИ, 1993. — 60 с.
 52. Рыжов Н.Н. Параметрическая геометрия [Текст] / Н.Н. Рыжов. — М.: Изд-во МАДИ, 1988. — 56 с.
 53. Рынин Н.А. Значение начертательной геометрии и сравнительная оценка главнейших ее методов [Текст] / Н.А. Рынин. — Петроград: Изд-во Ю.Н. Эрлих, 1907. — 96 с.
 54. Рынин Н.А. Начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Рынин. — Л.: Госстройиздат, 1939. — 448 с.
 55. Рынинь Н.А. Ортогональные проекции [Текст] / Н.А. Рынинь. — Петроград, 1918. — 334 с.
 56. Рязанов С.А. Геометрическая модель производящей поверхности эквивалентной рабочей поверхности зуборезного инструмента «червячная фреза» [Текст] / С.А. Рязанов // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 2. — С. 56–64. — DOI: 10.12737/article_5d2c24f391d6b6.68532534
 57. Сальков Н.А. Американизация геометрического образования в России и начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2015. — Т. 3. — № 3. — С. 38–46. — DOI: 10.12737/14418
 58. Сальков Н.А. Анализ ФГОСов нового поколения [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 1. — С. 28–31. — DOI: 10.12737/2082
 59. Сальков Н.А. Введение в кинетическую геометрию [Текст] / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2016. — 142 с.
 60. Сальков Н.А. Геометрическое и графическое обучение на архитектурных факультетах обучения [Электронный ресурс] / Н.А. Сальков // Журнал педагогических исследований. — 2019. — Т. 4. — № 6. — С. 57–62. — URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/36422/view> (дата обращения: 26.03.2023).
 61. Сальков Н.А. Геометрическое моделирование и начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 4. — С. 8–9. — DOI: 10.12737/22841
 62. Сальков Н.А. Геометрическое моделирование поверхностей земляных сооружений [Электронный ресурс] / Н.А. Сальков // Журнал технических исследований. — 2020. — Т. 6. — № 1. — С. 3–10. — URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/36439/view> (дата обращения: 26.03.2023).
 63. Сальков Н.А. Геометрическая составляющая технических инноваций [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 2. — С. 85–94. — DOI: 10.12737/article_5b55a5163fa053.07622109
 64. Сальков Н.А. Графо-аналитическое решение некоторых частных задач квадратичного программирования [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2014. — Т. 2. — № 1. — С. 3–8. — DOI: 10.12737/3842
 65. Сальков Н.А. Зачем нужна начертательная геометрия [Электронный ресурс] / Н.А. Сальков // Журнал естественно-научных исследований — 2021. — № 1. — С. 39–44. URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/43279/view> (дата обращения: 26.03.2023).
 66. Сальков Н.А. Искусство и начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика — 2013. — Т. 1. — № 3–4. — С. 3–7. — DOI: 10.12737/2123
 67. Сальков Н.А. Истоки становления начертательной геометрии [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2021. — Т. 9. — № 3. — С. 3–11. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-3-3-11
 68. Сальков Н.А. Качество геометрического образования при различных подходах к методике обучения [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 8. — № 4. — С. 47–60. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-47-60.
 69. Сальков Н.А. Курс начертательной геометрии Гаспара Монжа [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 3–4. — С. 52–56. — DOI: 10.12737/2135
 70. Сальков Н.А. Место начертательной геометрии в системе геометрического образования технических вузов [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 3. — С. 53–61. — DOI: 10.12737/21534
 71. Сальков Н.А. Моделирование автомобильных дорог [Текст]: монография / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2012. — 120 с.
 72. Сальков Н.А. Начертательная геометрия — база для геометрии аналитической [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 1. — С. 44–54. — DOI: 10.12737/18057
 73. Сальков Н.А. Начертательная геометрия — база для компьютерной графики [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 2. — С. 37–47. — DOI: 10.12737/19832

74. Сальков Н.А. Начертательная геометрия: базовый курс [Текст]: учеб. пособие / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2013. — 184 с.
75. Сальков Н.А. Начертательная геометрия до 1917 года [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 2. — С. 18–20. — DOI: 10.12737/780
76. Сальков Н.А. Начертательная геометрия: Конструирование поверхностей [Текст] / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2022. — 220 с.
77. Сальков Н.А. Начертательная геометрия. Основной курс [Текст]: учеб. пособие / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2014. — 235 с.
78. Сальков Н.А. Начертательная геометрия — теория изображений [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 4. — С. 41–47. — DOI: 10.12737/22842
79. Сальков Н.А. Об изображениях [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 2. — С. 3–10. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-3-10
80. Сальков Н.А. Об одном пересечении тора со сферой [Электронный ресурс] / Н.А. Сальков // Журнал естественнонаучных исследований. — 2023. — № 1. — С. 49–53. — URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/57652/view> (дата обращения: 26.03.2023).
81. Сальков Н.А. Об одном способе формирования коник [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 4. — С. 3–12. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-4-3-12
82. Сальков Н.А. Олимпиады по начертательной геометрии как катализатор эвристического мышления [Текст] / Н.А. Сальков, В.И. Вышнепольский, В.М. Аристов, В.П. Куликов // Геометрия и графика. — 2017. — Т. 5. — № 2. — С. 93–101. — DOI: 10.12737/article_5953f3767b1e80.12067677
83. Сальков Н.А. Основные причины плохого усвоения начертательной геометрии [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2021. — Т. 9. — № 2. — С. 3–11. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-2-3-11
84. Сальков Н.А. Параметрическая геометрия в геометрическом моделировании [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2014. — Т. 2. — № 3. — С. 7–13. — DOI: 10.12737/6519.
85. Сальков Н.А. Предметные олимпиады как показатель качества обучения [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2015. — Т. 4. — № 4. — С. 45–54. — DOI: 10.12737/17350
86. Сальков Н.А. Проблемы современного геометрического образования [Текст] / Н.А. Сальков // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации. — 2014. — Т. 1. — С. 38–46.
87. Сальков Н.А. Системный подход к изучению начертательной геометрии [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 1. — С. 14–23. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-14-23
88. Сальков Н.А. Так зачем же нужна начертательная геометрия (или ответ г-ну Тунакову) [Текст] / Н.А. Сальков // Сборник трудов Всероссийской научно-методической конференции по инженерной геометрии и компьютерной графике. — Ч. 2. — М.: Изд-во МИТХТ, 2008. — С. 22–26.
89. Сальков Н.А. Феномен присутствия начертательной геометрии в других учебных дисциплинах [Текст] / Н.А. Сальков, Н.С. Кадыкова // Геометрия и графика. — 2020. — Т. 8. — № 4. — С. 61–73. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-61-73
90. Сальков Н.А. Формирование поверхностей при кинетическом отображении [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 1. — С. 20–33. — DOI: 10.12737/article_5ad094a0380725.32164760
91. Сальков Н.А. Циклида Дюпена и ее приложение [Текст] / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2016. — 142 с.
92. Сальков Н.А., Волошинов Д.В. Парабола. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020614640. Заявка № 2020612401 от 04 марта 2020.
93. Сальков Н.А., Волошинов Д.В. Гипербола. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020616015. Заявка № 2020612357 от 04 марта 2020.
94. Сальков Н.А., Волошинов Д.В. Эллипс. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020616140. Заявка № 2020612388 от 04 марта 2020.
95. Соболев Н.А. Общая теория изображений [Текст]: учеб. пособие для вузов / Н.А. Соболев. — М.: Архитектура-С, 2004. — 672 с.
96. Тимрот Е.С. Начертательная геометрия [Текст] / Е.С. Тимрот. — М.: Гос. изд-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. — 280 с.
97. Филиппов П.В. Начертательная геометрия многомерного пространства и ее приложения [Текст] / П.В. Филиппов — Ленинград: Изд-во Ленинградского университета, 1979. — 280 с.
98. Фролов С.А. В поисках начала: Рассказы о начертат. геометрии [Текст] / С.А. Фролов, М.В. Покровская. — Минск: Вышэйшая школа, 1985. — 189 с.
99. Фролов С.А. Начертательная геометрия [Текст] / С.А. Фролов. — М.: Машиностроение, 1983. — 240 с.
100. Четверухин Н.Ф. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Ф. Четверухин, В.С. Левицкий, З.И. Прянишникова, А.М. Тевлин, Г.И. Федотов. — М.: Высшая школа, 1963. — 420 с.
101. Четверухин Н.Ф. О программированном обучении и его применении в курсе начертательной геометрии [Текст] / Н.Ф. Четверухин // Материалы второй конференции по начертательной геометрии и инженерной графике кафедр вузов УзССР. — Вып. 60. — Ташкент: Изд-во ФАН, 1968. — С. 13–16.
102. Sal'kov N.A., Ivanov G.S., Slavin R.B. Areas of existence of ruled surfaces. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1260 (2019) 072018. DOI: 10.1088/1742-6596/1260/7/072018

References

- Antonova I.V., Beglov I.A., Solomonova E.V. Matematicheskoe opisanie vrashheniya točki vokrug e'lipticheskoj osi v nekotoryh chastnyh sluchayah [Mathematical description of the rotation of a point around an elliptical axis in some particular cases]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2019, v. 7, i. 3, pp. 36–50. DOI: 10.12737/article_5dce66dd9fb966.59423840 (in Russian)
- A.s. 1025461 SSSR, MKI3 V 07 V 1/16. *Grohot-pitateľ* [Grokhot-feeder]. N.A. Sal'kov (SSSR). № 3333233/29-03; Zayavleno 25.06.81; Opubl. 30.06.83, Byul. № 24. 3 p. (in Russian)
- A.s. 1199625 SSSR, MKI4 V 29 V 7/42. *Dvuhchervyachnyj smesitel' dlya pastoobraznyh materialov* [Two-worm mixer for pasty materials]. Sal'kov N.A. № 3773765/23-05; Zayavleno 23.07.84; Opubl. 23.12.85, Byul. № 47. 3 p. (in Russian)
- A.s. 1714046 SSSR, MKI4 E 02 F 1/00. *Sposob profilirovaniya avtomobil'nyh dorog* [The method of profiling highways]. Sal'kov N.A. № 1714046 A1; Zayavleno 27.04.89, Opubl. 23.02.92, B.I. № 7, 1992. 6 p. (in Russian)
- A.s. 1505669 SSSR, MKI4 V 23 V 5/44. *Stanok Sal'kovykh dlya obrabotki mnogogrannyh poverhnostej* [Salkov machine for processing polyhedral surfaces]. Sal'kov N.A., Sal'kov A.V., Sal'kova V.A. № 4293668/31-08; Zayavleno 01.06.87; Opubl. 07.09.89, Byul. № 33. 4 p. (in Russian)
- A.s. 1590195 SSSR, MKI4 V 23 V 1/00. *Sposob mehanicheskoy obrabotki* [Method of mechanical processing]. Sal'kov N.A., Sal'kov A.V. № 4211245/31-08; Zayavleno 04.01.87; Opubl. 07.09.90, Byul. № 33. 3 p. (in Russian)
- Belyakova E.I., Zeleny'j P.V. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Minsk: Novoe znanie; Moscow, INFRA-M Publ., 2013. 265 p. (in Russian)
- Beglov I.A. Rustamyan V.V. Antonova I.V. Matematicheskoe opisanie metoda vrashcheniya točki vokrug krivolinejnoj osi vtorogo poryadka [A mathematical description of the method of rotation of a point around a curvilinear axis of the second order]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2018, v. 6, i. 4, pp. 39–46. DOI: 10.12737/article_5c21f6e832b4d2.25216268 (in Russian)
- Beglov I.A. Metod vrashcheniya geometricheskikh ob'ektov vokrug krivolinejnoj osi [The method of rotation of geometric objects around a curved axis]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2017, v. 5, i. 3, pp. 45–50. DOI: 10.12737/article_59bfa4eb0bf488.99866490 (in Russian)
- Beglov I.A. Nachertatel'naya geometriya i inzhenernaya grafika: neobxodimost' izucheniya v shkole i v vuze [Descriptive geometry and engineering graphics: the need to study at school and in high school]. *Sbornik trudov Vserossijskoj nauchno-metodicheskoy konferencii po inzhenernoj geometrii i komp'yuternoj grafike. Chast' 1* [Collection of proceedings of the All-Russian Scientific and Methodological Conference on Engineering Geometry and Computer Graphics. Part 1]. Moscow: MITHT, 2008, pp. 32–34. (in Russian)
- Bogoljubov A.N. *Gaspar Monzh* [Gaspard Monge]. Moscow, NAUKA Publ., 1978. 184 p. (in Russian)
- Bryl'kin Yu.V. Modelirovanie mikro- i nanostruktury povexnosti dlya resheniya zadach gazovoj dinamiki i teplomassoobmena [Modeling of micro-and nanostructure of the surface for solving problems of gas dynamics and heat and mass transfer]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2018, v. 6, i. 2, pp. 95–100. DOI: 10.12737/article_5b559f018f85a7.77112269 (in Russian)
- Bubennikov A.V., Gromov M.Ja. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1973. 416 p. (in Russian)
- Budarin O.S. *Nachertatel'naya geometriya Kratkij kurs. Uch. posobie* [Descriptive geometry A short course]. StP. Lan' Publ., 2019. 360 p. (in Russian)
- Budasov B.V. Kaminskij V.P. *Stroitel'noe cherenie* [Civil engineering drawing]. Moscow, Strojizdat Publ., 1990. 464 p. (in Russian)
- Vinnickij I.G. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1975. 280 p. (in Russian)
- Vinogradov V.N. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Minsk: Vy'sh. Shkola Publ., 1977, 268 p. (in Russian)
- Volkova M.Yu., Egory'cheva E.V. *Graficheskaya gramotnost' inzhenera kak sposob polucheniya fundamental'nyh professional'nyh znanij* [Graphic literacy of an engineer as a way of obtaining fundamental professional knowledge]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2013, v. 2, i. 1, pp. 53–57. DOI: 10.12737/3849 (in Russian)
- Voloshinov D.V., Solomonov K.N. Konstruktivnoe geometricheskoe modelirovanie kak perspektiva prepodavaniya graficheskix disciplin [Constructive geometric modeling as a perspective for teaching graphic disciplines]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2013, v. 1, i. 2, pp. 10–13. DOI: 10.12737/778 (in Russian)
- Voloshin-Chelpan Je.K. *Nachertatel'naya geometriya. Inzhenernaya grafika* [Descriptive geometry. Engineering graphics]. Moscow, Akademicheskij proekt Publ., 2009. 183 p.
- Vyshnepolskij V.I., Sal'kov, N.A., Celi i metody obucheniya graficheskim disciplinam [The aims and methods of teaching drawing]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2013, v. 1, i. 2, pp. 8–9. DOI: 10.12737/777 (in Russian)
- Glagolev N.A. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow-Leningrad, ONTI NKTP SSSR, Glavnaja redakcija obshhetechnicheskoy literatury i nomografii Publ., 1936. 160 p. (in Russian)
- Gordon V.O., Semencov-Ogievskij M.A. *Kurs nachertatel'noj geometrii* [A course in descriptive geometry]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 268 p. (in Russian)
- Grafskij O.A., Ponomarchuk YU.V., Holodilov A.A. Geometriya elektrostatičeskikh polej [Electrostatic field geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2018, v. 6, i. 1, pp. 10–19. DOI: 10.12737/article_5ad085a6d75bb5.99078854 (in Russian)

25. Gumen N.S. *Geometricheskie osnovy teorii mnogoobrazij evklidovogo n-prostranstva primenitel'no k geometricheskomu modelirovaniju mnogopara-metricheskikh system. Doct. Diss.* [Geometric fundamentals of the theory of manifolds in Euclidean n-space with respect to the geometric modeling of multivariable systems Doct. Diss. 05.01.01]. Kiev, 1992. 53 p. (in Russian)
26. Dobrjakov A.I. *Kurs nachertatel'noj geometrii* [A course in descriptive geometry]. Moscow- Leningrad, Gos. izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu i arhitekture Publ., 1952. 496 p. (in Russian)
27. Zhiharev L.A. Obobshchenie na trehmernoe prostranstvo fraktalov Pifagora i Koha. Chast' 1 [Generalization to the three-dimensional space of Pythagoras and Koch fractals. Part 1]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2015, v. 3, i. 3, pp. 24–37. DOI: 10.12737/14417. (in Russian)
28. Zhiharev L.A. Obobshchenie na trekhmernoe prostranstvo fraktalov Pifagora i Koha [Generalization to the three-dimensional space of the Pythagorean and Koch fractals]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2015, v. 3, i. 3, pp. 24–37. DOI: 10.12737/14417 (in Russian)
29. Zhiharev L.A. Fraktaly v trekhmernom prostranstve. I-fraktaly [Fractals in three-dimensional space. I-fractals]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2017, v. 5, i. 3, pp. 51–66. DOI: 10.12737/article_59bfa55ec01b38.55497926. (in Russian)
30. Zhiharev L.A. Fraktal'nye razmernosti [Fractal dimensions]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2018, v. 6, i. 3, pp. 33–47. DOI: 10.12737/article_5bc45918192362.77856682 (in Russian)
31. Ivanov G.S. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, FGBOU VPO MGUL Publ., 2012. 340 p. (in Russian)
32. Ivanov G.S. Perspektivy nachertatel'noj geometrii kak uchebnoj discipliny [Perspectives of descriptive geometry as an educational discipline]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2013, v. 1, i. 1, pp. 26–27. DOI: 10.12737/775 (in Russian)
33. Ivanov G.S. *Teoreticheskie osnovy nachertatel'noj geometrii: Uchebnoe posobie* [Theoretical fundamentals of descriptive geometry]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 158 p. (in Russian)
34. Ishenko A.A. K voprosu o neobходимosti prepodavaniya nachertatel'noj geometrii i grafiki dlya himikov i himik-ovtekhnologov [To the question of the need for teaching descriptive geometry and graphics for chemists and chemical technologists]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2013, v. 1, i. 2, pp. 6–7. DOI: 10.12737/776 (in Russian)
35. Klimuhin A.G. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Strojizdat Publ., 1978. 334 p. (in Russian)
36. Kolotov S.M., Dol'skij E.E., Mihajlenko V.E., Gusev N.A., Gorlenko B.S. *Kurs nachertatel'noj geometrii* [Course in descriptive geometry]. Kiev, Gos. izd-vo literatury po stroitel'stvu i arhitekture USSR Publ., 1961. 316 p. (in Russian)
37. Koroev Ju.I. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, KNORUS Publ., 2011. 432 p. (in Russian)
38. Korotkij V.A., Xmarova L.I., Butorina I.V. *Nachertatel'naya geometriya: konspekt lekcij* [Descriptive geometry]. Chelyabinsk, Izdatel'skij centr YuUrGU Publ., 2014. 191 p. (in Russian)
39. Kostomarov N.I. *Istoricheskie monografii i issledovaniya* [Historical monographs and studies]. Moscow, Kniga Publ., 1989. 239 p. (in Russian)
40. Krylov N.N., Lobandievskij P.I., Mjen S.A., Nikolaev V.L., Ikonnikova G.S. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1977. 231 p. (in Russian)
41. Krylov N.N., Ikonnikova G.S., Nikolaev V.L., Lavruhina N.M. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1990. 240 p. (in Russian)
42. Kuznecov N.S. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1981. 262 p. (in Russian)
43. Loktev O.V. *Kratkij kurs nachertatel'noj geometrii* [A short course in descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1985. 136 p. (in Russian)
44. Markin L.V. Diskretnye geometricheskie modeli ocenki stepeni zatenennosti gelioenergetike [Discrete geometric models for estimating the degree of shading in solar energy]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2019, v. 7, i. 1, pp. 28–45. DOI: 10.12737/article_5c9202d8d821b0.81468033 (in Russian)
45. Monzh G. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Leningrad, Izdatel'stvo Akademii Nauk SSSR Publ., 1947. 292 p. (in Russian)
46. Panchuk K.L., Myasoedova T.M., Krysova I.V. Geometricheskaya model' generacii semejstva konturno-parallelnyh linij dlya avtomatizirovannogo rascheta traektorii rezhushchego instrumenta [Geometric Model for Generation of Contour Parallel Lines' Family for Cutting Tool's Path Automated Computation]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2019, v. 7, i. 1, pp. 3–13. DOI: 10.12737/article_5c-92012c51bba1.17153893 (in Russian)
47. Peklich V.A. Mnimaja *Nachertatel'naya geometriya* [Imaginary descriptive geometry]. Moscow, Izdatel'stvo As-sociacii stroitel'nyh vuzov Publ., 2007. 104 p. (in Russian)
48. Peklich V.A. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Izdatel'stvo asociacii stroitel'nyh vuzov Publ., 2007. 272 p. (in Russian)
49. Prity'kin F.N., Homchenko V.G., Yanishevskaya A.G., Nebritov V.I. Vizualizaciya linejnyh smeshhenij uzlovyh toчек pri realizacii mgnovennyh sostoyanij razlichnyh konfiguracij ruki androidnogo robota [Visualization of linear displacements of nodal points in the implementation of instantaneous States of various configurations of the Android robot arm]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2019, v. 7, i. 3, pp. 15–27. DOI: 10.12737/article_5dce6b81e2a808.81762326 (in Russian)
50. Rahmetova Sh.T. *Konstruirovanie ogibajushhih na baze formirovaniya od-noparametricheskikh mnozhestv poverhnos-*

- tej. Kand. Diss.* [The construction of the envelopes on the basis of the formation of one-parameter sets of surfaces Cand. Diss.]. Moscow, 1990. 16 p. (in Russian)
51. Russkevich N.L. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Kiev, Vishha shkola Publ., 1978. 312 p. (in Russian)
 52. Ry'zhov N.N. *Nachertatel'naya geometriya (ponyatiya, ih opredeleniya i poyasneniya)* [Descriptive geometry (concepts, their definitions and explanations)]. Moscow, MADI Publ., 1993, 60 p. (in Russian)
 53. Ryzhov N.N. *Parametricheskaja geometriya* [Parametric geometry]. Moscow, MADI Publ., 1988. 56 p. (in Russian)
 54. Rynin N.A. *Znachenie nachertatel'noj geometrii i sravnitel'naja ocenka glavnejshih ee metodov* [The value of descriptive geometry and comparative evaluation of the main methods]. Petrograd, Izdatel'stvo Ju.N. Jerlih Publ., 1907. 96 p. (in Russian)
 55. Rynin N.N. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Leningrad, Gosstrojizdat Publ., 1939. 448 p. (in Russian)
 56. Ry'nin N.A. *Ortogonal'ny'ya proekczii* [Orthogonal designs] Petrograd Publ., 1918. 334 p. (in Russian)
 57. Ryazanov S.A. Geometricheskaya model' proizvodyashhej poverxnosti e'kivalentnoj rabochej poverxnosti zuborezno-go instrumenta «chervyachnaya freza» [Geometric model of the producing surface of the equivalent working surface of the gear cutting tool "worm cutter"]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2019, v. 7, i. 2, pp. 56–64. DOI: 10.12737/article_5d2c24f391d6b6.68532534 (in Russian)
 58. Sal'kov N.A. Amerikanizaciya geometricheskogo obrazovaniya v Rossii i nachertatel'naya geometriya [Americanization of geometric education in Russia and descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2015, v. 3, i. 3, pp. 38–46. DOI: 10.12737/14418 (in Russian)
 59. Sal'kov N.A. Analiz FGOSov novogo pokoleniya [Analysis of the new generation FGOS]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2013, v. 1, i. 1, pp. 28–31. DOI: 10.12737/2082 (in Russian)
 60. Sal'kov N.A. *Vvedenie v kineticheskuyu geometriyu* [Introduction to kinetic geometry]. Moscow, INFRA-M Publ., 2016. 142 p. (in Russian)
 61. Sal'kov N.A. Geometricheskoe i graficheskoe obuchenie na arhitekturny'h fakul'tetah obucheniya [Geometric and graphic education at architectural faculties]. *Zhurnal pedagogicheskikh issledovanij*, 2019, v. 4, i. 6, pp. 57–62. URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/36422/view> (accessed 13 March 2023). (in Russian)
 62. Sal'kov N.A. Geometricheskoe modelirovanie i *Nachertatel'naya geometriya* [Geometric modeling and descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2016, v. 4, i. 4, pp. 31–61. DOI: 10.12737/22841 (in Russian)
 63. Sal'kov N.A. Geometricheskoe modelirovanie poverhnostej zemlyany'h sooruzhenij [Geometric modeling of the surfaces of terrestrial structures]. *Zhurnal tehniceskikh issledovanij*, 2020, v. 6, i. 1, pp. 3–10. URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/36439/view> (accessed 13 March 2023). (in Russian)
 64. Sal'kov N.A. Geometricheskaya sostavlyayushhaya texnicheskix innovacij [Geometric component of technical innovations]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2018, v. 6, i. 2, pp. 85–94. DOI: 10.12737/article_5b55a-5163fa053.07622109. (in Russian)
 65. Sal'kov N.A. Grafo-analiticheskoe reshenie nekotory'h chastny'h zadach kvadraticnogo programmirovaniya [Graph-analytical solution of some particular problems of quadratic programming] *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2014, v. 2, i. 1, pp. 3–8. DOI: 10.12737/3842 (in Russian)
 66. Sal'kov N.A. Zachem nuzhna nachertatel'naya geometriya [Why do we need descriptive geometry]. *Zhurnal estestvenno-nauchny'h issledovanij*, 2021, i. 1, pp. 39–44. URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/43279/view> (accessed 13 March 2023). (in Russian)
 67. Salkov N.A. Iskusstvo i nachertatel'naya geometriya [Art and Descriptive Geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2013, v. 1, i. 3-4, pp. 3–7. DOI: 10.12737/2123 (in Russian).
 68. Sal'kov N.A. Istoki stanovleniya nachertatel'noj geometrii [The origins of the formation of descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2021, v. 9, i. 3, pp. 3–11. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-3-3-11 (in Russian)
 69. Sal'kov N.A. Kachestvo geometricheskogo obrazovaniya pri razlichny'h podhodah k metodike obucheniya [The quality of geometric education with different approaches to teaching methods]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2016, v. 8, i. 4, pp. 47–60. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-47-60 (in Russian)
 70. Sal'kov N.A. Kurs nachertatel'noj geometrii Gaspara Monzha [The course of descriptive geometry by Gaspard Monge]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2013, v. 1, i. 3–4, pp. 52–56. DOI: 10.12737/2135 (in Russian)
 71. Sal'kov N.A. Mesto nachertatel'noj geometrii v sisteme geometricheskogo obrazovaniya tekhnicheskikh vuzov [Place of descriptive geometry in the system of geometric education of technical universities]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2016, v. 4, i. 3, pp. 53–61. DOI: 10.12737/21534 (in Russian)
 72. Salkov N.A. *Modelirovanie avtomobil'nyh dorog: Monografiya* [Modeling of highways]. Moscow, Infra-M Publ., 2012. 120 p. (in Russian)
 73. Sal'kov N.A. Nachertatel'naya geometriya — baza dlja geometrii analiticheskoy [Descriptive geometry is the basis for analytic geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2016, v. 4. i. 1, pp. 44–54. DOI: 10.12737/18057 (in Russian)
 74. Salkov N.A. Nachertatel'naya geometriya — baza dlya komp'yuternoj grafiki [Descriptive geometry — the basis for computer graphics]. *Geometriya i grafika* [Geometry and

- Graphics], 2016, v. 4, i. 2, pp. 37–47. DOI: 10.12737/19832 (in Russian)
75. Salkov N.A. *Nachertatel'naya geometriya. Bazovyy kurs* [Descriptive geometry: Bazovyy kurs]: Ucheb. posobie [Descriptive geometry. Basic course]. Moscow, INFRA-M Publ., 2013. 184 p. (in Russian)
 76. Salkov N.A. *Nachertatel'naya geometriya do 1917 goda* [Descriptive Geometry until 1917]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2013, v. 1, i. 2 pp. 18–20. DOI: 10.12737/780 (in Russian)
 77. Sal'kov N.A. *Nachertatel'naya geometriya: Konstruirovaniye poverhnostey* [Descriptive geometry: Construction of surfaces]. Moscow, INFRA-M Publ., 2021. 220 p. (in Russian)
 78. Salkov N.A. *Nachertatel'naya geometriya. Osnovnoy kurs: Ucheb. posobie* [Descriptive geometry. The main course]. Moscow, INFRA-M Publ., 2014. 235 p. DOI: 10.12737/764 (in Russian)
 79. Sal'kov N.A. *Nachertatel'naya geometriya: teoriya izobrazheniy* [Descriptive geometry-image theory]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2016, v. 4, i. 4, pp. 41–47. DOI: 10.12737/22842 (in Russian)
 80. Sal'kov N.A. Ob izobrazheniyah [About images]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2022, v. 10, i. 2, pp. 3–10. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-3-10 (in Russian)
 81. Sal'kov N.A. Ob odnom peresechenii tora so sferoj [About one intersection of the torus with the sphere]. *Zhurnal estestvenno-nauchnykh issledovaniy*, 2023, no. 1, pp. 49–53. URL: <https://naukaru.ru/ru/nauka/article/57652/view> (accessed 13 March 2023). (in Russian)
 82. Sal'kov N.A. Ob odnom sposobe formirovaniya konik [About one way of forming conics]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2022, v. 10, i. 4, pp. 3–12. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-4-3-12 (in Russian)
 83. Sal'kov N.A. Olimpiady po nachertatel'noy geometrii kak katalizator e'vristsicheskogo my'shleniya [Olympiads on descriptive geometry as a catalyst for heuristic thinking]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2017, v. 5, i. 2, pp. 93–101. DOI: 10.12737/article_5953f3767b1e80.12067677 (in Russian)
 84. Sal'kov N.A. Osnovny'e prichiny ploxogo usvoeniya nachertatel'noy geometrii [The main reasons for poor assimilation of descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2021, v. 9, i. 2, pp. 3–11. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-9-2-3-11 (in Russian)
 85. Sal'kov N.A. Parametricheskaya geometriya v geometricheskom modelirovanii [Parametric geometry in geometric modeling]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2014, v. 2, i. 3, pp. 7–13. DOI: 10.12737/6519 (in Russian)
 86. Sal'kov N.A. Predmetnye olimpiady kak pokazatel' kachestva obuchenija [Subject olympiads as an indicator of quality of training]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2016, v. 3, i. 4, pp. 45–54. DOI: 10.12737/17350 (in Russian)
 87. Sal'kov N.A. Problemy sovremennogo geometricheskogo obrazovaniya [Problems of modern geometric education]. *Sbornik trudov Problemy kachestva graficheskoy podgotovki studentov v tekhnicheskoy vuzovskoy sredney shkole* [Collection of works Problems of the quality of graphic training of students at a technical university: traditions and innovations], 2014, v. 1, pp. 38–46. (in Russian)
 88. Sal'kov N.A. Sistemny'j podhod k izucheniyu nachertatel'noy geometrii [A systematic approach to the study of descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2022, v. 10, i. 1, pp. 14–23. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-14-23 (in Russian)
 89. Sal'kov N.A. Tak zachem zhe nuzhna nachertatel'naya geometriya (ili otvet g-nu Tunakovu) [So why do we need descriptive geometry (or the answer to Mr. Tunakov)]. *Sbornik trudov Vserossijskoj nauchno-metodicheskoy konferencii po inzhenernoj geometrii i komp'yuternoy grafike. Chast' 2* [Collection of proceedings of the All-Russian Scientific and Methodological Conference on Engineering Geometry and Computer Graphics. Part 2]. Moscow, MITXT, 2008, pp. 22–26. (in Russian)
 90. Sal'kov N.A. Fenomen prisutstviya nachertatel'noy geometrii v drugih uchebnykh disciplinakh [The phenomenon of the presence of descriptive geometry in other academic disciplines]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2020, v. 8, i. 4, pp. 61–73. DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-61-73 (in Russian)
 91. Sal'kov N.A. Formirovaniye poverxnostey pri kineticheskom otobrazhenii [Formation of surfaces in kinetic mapping]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics], 2018, v. 6, i. 1, pp. 20–33. DOI: 10.12737/article_5ad094a0380725.32164760 (in Russian)
 92. Sal'kov N.A. *Ciklida Dyupena i ee prilozhenie* [Dupin's Cyclide and its appendix]. Moscow, INFRA-M Publ., 2016. 142 p. (in Russian)
 93. Sal'kov N.A., Voloshinov D.V. *Parabola. Svidetel'stvo o registracii programmy dlya E'VM RU 2020614640*. Zayavka № 2020612401 ot 04 marta 2020. (in Russian)
 94. Sal'kov N.A., Voloshinov D.V. *Giperbola. Svidetel'stvo o registracii programmy dlya E'VM RU 2020616015*. Zayavka № 2020612357 ot 04 marta 2020. (in Russian)
 95. Sal'kov N.A., Voloshinov D.V. *E'llips. Svidetel'stvo o registracii programmy dlya E'VM RU 2020616140*. Zayavka № 2020612388 ot 04 marta 2020. (in Russian)
 96. Sobolev N.A. *Obshhaya teoriya izobrazhenij: Ucheb. posobie dlya vuzov* [General image theory]. Moscow, Arhitektura-S Publ., 2004. 672 p. (in Russian)
 97. Timrot E.S. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Gos. izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu, arhitekture i stroitel'nym materialam Publ., 1962. 280 p. (in Russian)
 98. Filippov P.V. *Nachertatel'naya geometriya mnogomernogo prostranstva i ee prilozheniya* [Descriptive geometry of multidimensional space and its applications]. Leningrad Publ., 1979. 280 p. (in Russian)
 99. Frolov S.A., Pokrovskaya M.V. *V poiskah nachala: Rasskazy o nachertatel'noy geometrii* [In search of the beginning: Stories about the descriptive geometries]. Minsk, Vy'she'shaya shkola Publ., 1985. 189 p. (in Russian)

-
100. Frolov S.A. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 240 p. (in Russian)
 101. Chetveruxin N.F., Leviczkiy V.S., Pryanishnikova Z.I., Tevlin A.M., Fedotov G.I. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive Geometry]. Moscow, Vy'sshaya shkola Publ., 1963, 420 p. (in Russian)
 102. Chetveruhin N.F. O programmirovannom obuchenii i ego primenении v kurse nachertatel'noj geometrii [On programmed learning and its application in the course of descriptive geometry]. *Materialy' vtoroj konferencii po nachertatel'noj geometrii i inzhenernoj grafiki kafedr vuzov UzSSR. Vy'p. 60* [Materials of the second conference on descriptive geometry and engineering graphics of departments of universities of the UzSSR. Issue 60]. Tashkent. 1968, pp. 13–16. (in Russian)
 103. Sal'kov N.A., Ivanov G.S., Slavin R.B. Areas of existence of ruled surfaces. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1260 (2019) 072018. DOI: 10.1088/1742-6596/1260/7/072018