

УДК 514.1

DOI: 10.12737/2308-4898-2024-12-1-12-21

Л.С. Соколова

Канд. техн. наук, доцент,

Московский государственный технический университет им.

Н.Э. Баумана,

Россия, 105005, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1

Теорема К. Польке в модельном пространстве компьютера при 2D-моделировании

Аннотация. Рассмотрено применение теоремы Польке при поиске координатной системы для электронной геометрической модели в модельном пространстве компьютера при 2D-геометрическом моделировании.

Показана возможность создания электронной геометрической модели в системе аксонометрических осей при 2D-моделировании в научных и учебных целях координатным способом.

На аксонометрических координатных плоскостях удается решать задачи, не дающие решения в прямоугольной системе координат. В модельном пространстве компьютера стало возможно решение классических задач начертательной геометрии, решение которых связывают только со способом проектирования пространства на плоскость проекций.

Вторичная аксонометрия в системе аксонометрических координатных осей при 2D-моделировании позволила решить ряд задач, не имеющих решение в прямоугольной системе координат:

- моделировать параллельное (косоугольное) направление соответствия двух родственных фигур;
- перемещать фигуру в пространстве вращением вокруг аксонометрических координатных осей;
- строить произвольное родство двух аффинно соответственных фигур при взаимной перпендикулярности оси родства и направления родства;
- переходить на координатный способ решения вместо проектирования на плоскости проекций;
- исходя из численного равенства изометрических координат натурным, прямо в процессе решения задач можно переходить из одной системы координат в другую.

Новое прочтение теоремы Польке расширяет возможности модельного пространства персональных компьютеров для решения научных и учебных задач. Однако необходимым условием для реализации этих возможностей является доступность построений на изометрическом виде программным обеспечением.

Показана возможность обучения созданию электронного чертежа с натурной детали в учебном процессе. В качестве электронной модели в этом случае целесообразно использовать изометрическое изображение как обладающее наглядностью при однокартинном виде и простотой вычерчивания координатным способом.

По построенному аксонометрическому виду программным способом получают прямоугольные виды, используя прямоугольные координаты. Из этих видов формируют прямоугольный электронный чертеж. Если целью его создания является

построение 3D-геометрической модели объекта, то построение можно продолжить, рассматривая созданный электронный чертеж как начальные условия для построения 3D-модели объекта.

Ключевые слова: теорема Польке, аксонометрия, 2D-геометрическое моделирование, электронный чертеж.

L.S. Sokolova

Ph.D. of Engineering, Associate Professor,

Bauman Moscow State Technical University,

5, 2nd Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russia

K. Polke's Theorem in Computer Model Space in 2D Modeling

Abstract. The application of Polke's theorem in the search for a coordinate system for an electronic geometric model in the model space of a computer in 2D geometric modeling is considered.

The possibility of creating an electronic geometric model in a system of axonometric axes in 2D modeling for scientific and educational purposes using a coordinate method is shown.

It is possible to solve problems on axonometric coordinate planes that do not provide solutions in a rectangular coordinate system. In the computer model space, it has become possible to solve classical problems of descriptive geometry, the solution of which is associated only with the method of projecting space onto the projection plane.

Secondary axonometry in the system of axonometric coordinate axes in 2D modeling has allowed us to solve a number of problems that do not have a solution in a rectangular coordinate system:

- simulate the parallel (oblique) direction of the correspondence of two related shapes;
- move the shape in space by rotating around the axonometric coordinate axes;
- the construction of an arbitrary relationship of two affine corresponding figures with mutual perpendicularity of the axis of kinship and the direction of kinship;
- switch to the coordinate solution method instead of projecting on the projection plane;
- based on the numerical equality of isometric coordinates with natural ones, it is possible to switch from one coordinate system to another right in the process of solving problems.

A new reading of Polke's theorem expands the possibilities of the model space of personal computers for solving scientific and educational problems. However, a necessary condition for the implementation of these capabilities is the availability of isometric constructions by software.

The possibility of learning how to create an electronic drawing from a full-scale part in the educational process is shown. In this case, it is advisable to use an isometric image as an electronic model, as it has visibility in a single-picture view and simplicity of drawing in a coordinate way.

According to the constructed axonometric view, rectangular views are programmatically obtained using rectangular coordinates. A rectangular electronic drawing is formed from these types. If the purpose of its creation is to build a 3D geometric model of an object, then the construction can be continued, considering the created electronic drawing as the initial conditions for building a 3D model of the object.

Keywords: Polke's theorem, axonometry, 2D geometric modeling, electronic drawing.

Новые инструментальные средства в условиях перехода на цифровые технологии создали потребность в новых моделях и способах при изучении начертательной геометрии [13; 16; 17; 21; 22]. Вместе с тем, сохраняющаяся практическая потребность в чертеже и в отображении трехмерного пространства на плоскость направляют 2D-геометрическое моделирование в условиях цифровых технологий на поиск координатной системы для электронной геометрической модели [2; 5; 14; 15; 20; 23].

Обращение к теореме Польке указало в качестве координатного способа на систему координатных аксонометрических осей, позволяющую просто переходить к прямоугольной системе координат и обратно в условиях инструментальных построений геометрических моделей.

Суть теоремы Польке по [25] содержится в весьма общем выводе относительно проекции прямоугольной системы координат в пространстве. На основе этой теоремы может быть совершенно произвольно построена система аксонометрических осей, при этом она окажется параллельной проекцией системы координат в пространстве.

Аксонометрическое изображение, полученное в системе аксонометрических координатных осей, как по своему построению, так и по полученному результату является аксонометрическим чертежом. Аксонометрический чертеж, как известно, образуется по схеме метода двух изображений при проецировании на две плоскости проекций [9; 10]. При этом, полученное аксонометрическое изображение имеет свои проекции на аксонометрических координатных плоскостях, называемых вторичными (по В.И. Курдюмову) [3].

Напомним, что плоскость изображений совмещается с аксонометрическим видом, а вторичная проекция – с координатной плоскостью натурной системы координат. Это и придает обратимость аксонометрическому изображению. Следует признать, что вторичные проекции не нашли практического применения в начертательной геометрии. Однако, как показали наши исследования [19], на аксонометрических координатных плоскостях удается решить задачи, не имеющие решения в прямоугольной системе координат как при проецировании на плоскость проекции, так и в модельном пространстве компьютера.

Среди известных в инженерной практике наибольшее распространение получили стандартные аксонометрические системы координатных осей. Программное обеспечение современного компьютера предлагает частные виды системы аксонометрических осей, обеспечивающие простоту построений и дающие достаточно наглядные изображения. Для

них нет необходимости определять углы между аксонометрическими осями и показатели искажений. Это стандартная изометрическая и стандартная диметрическая системы аксонометрических осей. У стандартного изометрического вида углы между аксонометрическими осями соответствуют 120° . Коэффициенты искажений по всем трем осям равны и соответствуют 0,82. У стандартного диметрического вида две оси координат (обычно OZ и OX) имеют равный наклон к картинной плоскости, а третья ось наклонена так, чтобы показатели искажения на ней были вдвое меньше показателей искажения по двум другим осям, т.е. 0,5.

Важным для практического использования выводом из теоремы Польке является установленная связь между стандартными прямоугольными и аксонометрическими видами, подтвержденная теоретическими расчетами Н.Ф. Четверухина. Смену систем координат в этом случае можно осуществлять простой сменой видов в модельном пространстве компьютера.

Рассмотрим некоторые примеры 2D-моделирования во вторичной аксонометрии в системе аксонометрических осей модельного пространства компьютера, позволившие решить ряд задач, не имеющих решений в прямоугольной системе координат.

Пример 1. Построение произвольного родства двух аффинно соответственных фигур при взаимной перпендикулярности оси родства и направления родства (рис. 1).

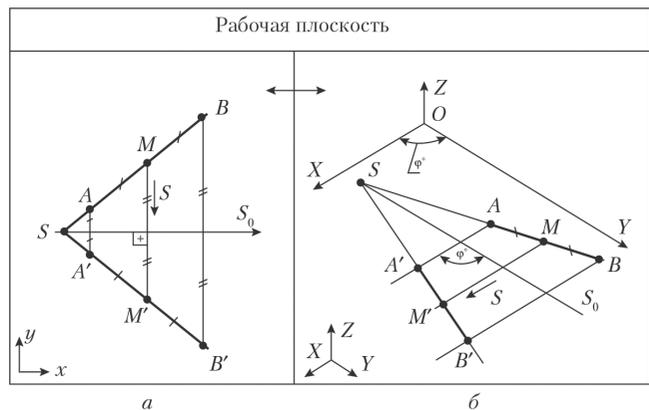


Рис. 1. Построение родственного соответствия двух прямых AB и $A'B'$: а) в прямоугольных координатах; б) в системе аксонометрических осей

Известно, что при аффинных (родственных) преобразованиях способом параллельного (косоугольного) направления родства на плоскости удается по заданному направлению родства построить родственное соответствие двух геометрических фигур на плоскости. Особый случай представляет собой родство, направление которого перпендикулярно оси родства (рис. 1, а). В этом случае точки родственных полей расположены симметрично относительно оси родства.

Имеет место осевая симметрия [4; 11]. Это не позволяет решить задачу построения родства в прямоугольной системе координат.

В исследовании [6; 7] автор путем подбора результирующей композиции из известных видов аффинных преобразований, получил параллельное (косоугольное) направление родства в модельном пространстве компьютера, т.е. в прямоугольных координатах.

Покажем способ 2D-моделирования родственного соответствия двух фигур (в данном случае двух прямых AB и $A'B'$) на аксонометрической плоскости XOY путем построений в системе аксонометрических осей вместо прямоугольной системы координат (рис. 1, б).

Из теории родственного соответствия плоских полей [11] известно, что ось родства so и две точки по направлению родства вполне определяют родственные соответствия фигур при параллельном направлении родства s . Однако в случае взаимно перпендикулярного расположения направления родства и оси родства ($s \perp s_0$), точки родственных полей расположены симметрично относительно оси родства [4]. Имеет место упомянутая выше осевая симметрия, и задача отыскания родства становится неопределенной (рис. 1, а).

Для преодоления этой неопределенности решения перейдем к системе аксонометрических осей (рис. 1, б).

В аксонометрии сохраняется параллельность прямых, т.е. если в прямоугольной системе координат прямая параллельна оси координат, то и в аксонометрии она будет параллельна соответствующей аксонометрической оси. Отсюда, исходя из взаимной перпендикулярности оси родства s_0 и направления родства s в прямоугольных координатах, на аксонометрической плоскости построения XOY ось родства и направление родства проведем параллельно соответствующим осям OY и OX , т.е. $s_0 \parallel OY$, а $s \parallel OX$ из точки M до точки M' (см. рис. 1, б).

Поскольку ось родства является геометрическим местом двойных точек родственных прямых, найдем их общую точку пересечения (S), принадлежащую оси родства. Для этого продлим прямую AB до пересечения с осью родства и из этой точки (S) через заданную точку M' на направлении родства MM' проведем прямую SM' , определяющую положение второй родственной прямой $A'B'$. Точки A' и B' находим на пересечении этой прямой с соответствующими параллельными прямыми в направлении родства.

Из построений, приведенных на рис. 1, б, видно, что осевая симметрия на плоскости при определении родственных соответствий фигур, имевшая место при построении в прямоугольных координатах (см. рис. 1, а) успешно преодолена при переходе на аксонометрические координатные оси за счет пере-

форматирования прямого угла в угол φ° . Таким образом, на плоскости XOY было смоделировано параллельное (косоугольное) направление родства.

Пример 2. Перемещение фигуры поворотом в модельном пространстве компьютера вокруг аксонометрической координатной оси OY .

Так как вращение любой фигуры вокруг оси происходит в плоскости, перпендикулярной этой оси, в прямоугольной системе координат модельного пространства компьютера вращение происходит только вокруг координатных осей X, Y, Z . При этом создаются тела вращения; перемещение фигуры в пространстве вращением невозможно, так как представляет собой смену координатных плоскостей.

Решение задачи достигается при 2D-моделировании на компьютере в системе аксонометрических осей.

На рис. 2 в модельном пространстве компьютера показан пример поворота прямой AB вокруг оси Z в прямоугольной системе координат модельного пространства компьютера (рис. 2, а) и в системе аксонометрических осей (рис. 2, б). Вращаемая прямая AB и ось вращения i принадлежат одной аксонометрической плоскости XOY . Вращаем только точку A , поскольку точка B лежит на оси вращения. Ось вращения параллельна аксонометрической оси OY , а направление вращения параллельно аксонометрической оси OX как взаимно перпендикулярные в прямоугольной системе координат. Пересечение направления вращения и оси вращения дает центр вращения (O_A). Точка A вращается по эллиптической траектории в плоскости α . Все точки на прямой AB вращаются в одной плоскости по эллиптическим траекториям. При этом сохраняется постоянство геометрии вращаемой фигуры. Возможно определение метрических характеристик прямо с компьютера (угол поворота, длина траектории, координаты вращаемой фигуры).

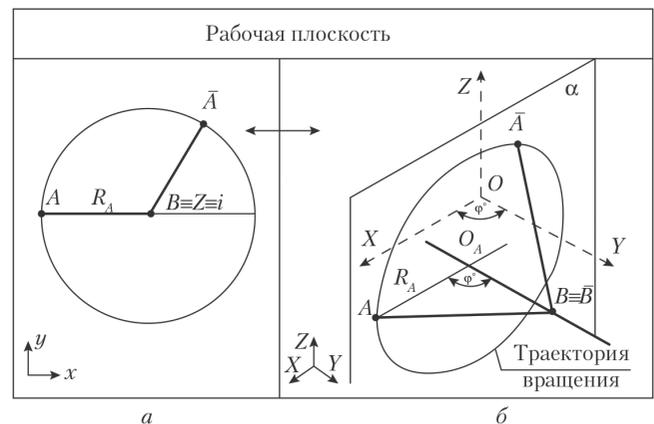


Рис. 2. Поворот прямой AB вокруг: а) оси Z ; б) оси i , параллельной аксонометрической оси OY

Из чертежа видно, что плоскость α перпендикулярна аксонометрической плоскости XOY . Эта операция в модельном пространстве компьютера моделирует собой не что иное как смену плоскостей проекции при прямоугольном проецировании.

Вместе с тем вращаемая прямая и ось вращения могут принадлежать и другим аксонометрическим плоскостям (XOZ и YOZ). Тем самым на одной рабочей плоскости модельного пространства компьютера только за счет одной аксонометрической системы координат можно в разы увеличить возможности построений.

Рассмотренный пример позволяет считать поворот вокруг аксонометрических осей при 2D-моделировании в модельном пространстве компьютера как приборную альтернативу смен плоскостей проекций при ортогональном проецировании на плоскость. Этим расширяются возможности модельного пространства компьютера.

2D-моделирование в прямоугольной аксонометрии, дополненное выше рассмотренными решениями во вторичной аксонометрии, позволило подойти к решению классической задачи начертательной геометрии координатным способом [18]. Возможность решения таких задач связывают только со способом проецирования пространства на плоскость чертежа (ср. с [12, рис. 1]).

Задача. Задана прямая трехгранная призма. Требуется в модельном пространстве компьютера построить плоскость, пересекающую данную призму по равностороннему треугольнику, аффинно соответствующему основанию призмы (с точностью до подобия).

Решение

1. Строим на рабочей плоскости 3D-модель призмы по заданным прямоугольным координатам в

каркасном исполнении и переводим ее в модельном пространстве компьютера через изометрический вид в аксонометрическую систему координат XYZ (рис. 3).

Здесь и далее построения выполняются на изометрическом виде, аксонометрические оси которого расположены под углами 120° , а точка просмотра соответствует координатам $(1,1,1)$.

2. Находим родственное соответствие между основанием 3D-модели призмы в изометрии и искомого равностороннего треугольника $A'B'C'$ (см. рис. 3).

Исходим из положения о том, что ось родства so и две точки M и M' по направлению родства вполне определяют родственное соответствие фигур.

Как было показано ранее (см. рис. 1), ось родства so и направление родства s , взаимно перпендикулярные в прямоугольных координатах, на изометрическом виде параллельны соответственно аксонометрическим осям $s_0 \parallel OY$, а $s \parallel OX$. Точки M и M' выбраны в соответствии с конкретными параметрами заданной призмы и равностороннего треугольника. Для упрощения дальнейших графических построений ось родства s_0 проведена через вершину C основания треугольника ABC , а точка M выбрана на середине стороны AB и из нее провели линию направления родства до точки M' .

3. Построение изометрического вида равностороннего треугольника $A'B'C'$, родственного основанию призмы.

Согласно теореме Дезарга у двух родственных треугольников их стороны пересекаются в точках, лежащих на оси родства s_0 . Находим точку S пересечения стороны AB основания призмы с осью родства s_0 . Затем из этой точки через точку M' проводим

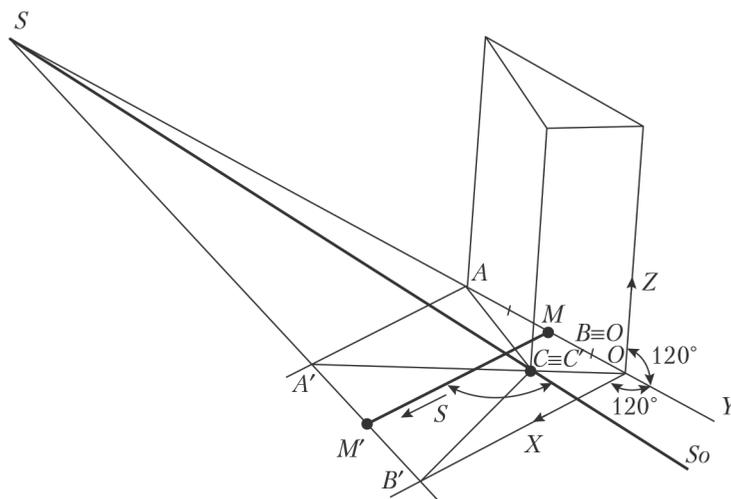


Рис. 3. Построение родственного соответствия между основанием ABC 3D-модели прямой призмы и родственным равносторонним прямоугольником $A'B'C'$

прямую SM' . На пересечении этой прямой с прямыми AA' и BB' , параллельными направлению родства s , строим сторону $A'B'$, родственную стороне AB основания призмы. Соединяем точки $A'B'C'$ и получаем вид искомого равностороннего треугольника в изометрии родственного основанию призмы (см. рис. 3).

4. Введение треугольника $A'B'C'$ в пространство 3D-модели призмы вращением вокруг оси родства s_o (рис. 4).

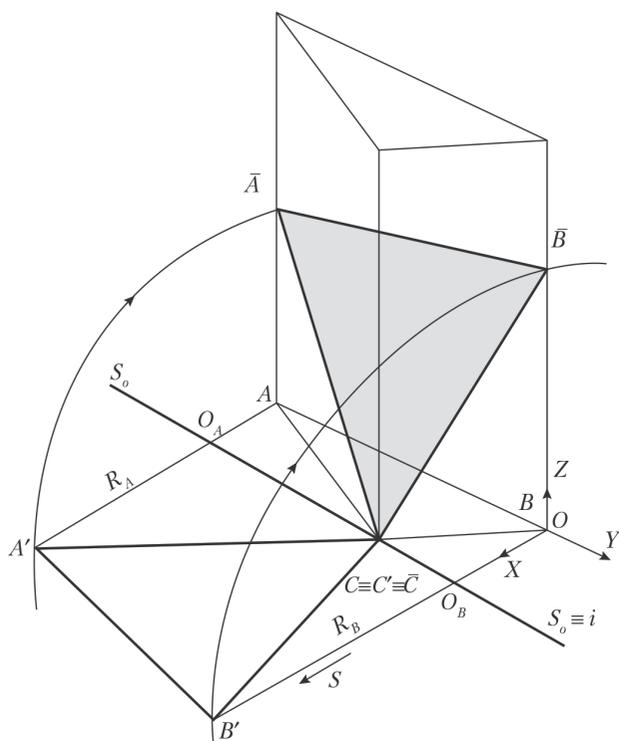


Рис. 4. Перемещение в изометрии треугольника $A'B'C'$ в пространство 3D-модели призмы вращением вокруг оси i , параллельной аксонометрической оси OY

Вращение вокруг оси родства представляет собой вращение вокруг аксонометрической оси OY на аксонометрической координатной плоскости XOY (см. рис. 2).

Поворот треугольника выполняем вращением трех его точек ($A'B'C'$). Траекториями их движения являются эллипсы (в прямоугольных координатах – это окружности). Точки A' , B' вращаются в параллельных плоскостях, перпендикулярных аксонометрической координатной плоскости XOY . Центры лежат на оси родства s_o (точки OA и OB), а радиусы вращения равны расстоянию от центра вращения вдоль направления родства до соответствующей точки (RA и RB). Точка C как лежащая на оси поворота совершает тождественное преобразование, т.е. $C \equiv C' \equiv \bar{C}$. Далее выявляем точки пересечения A' , B' , C' этих

эллипсов посредством объектной привязки с соответствующими ребрами призмы. Полученные точки соединяем отрезками прямых между собой. Тем самым был построен треугольник $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ в пространстве 3D-модели призмы в системе аксонометрических осей.

5. Определение положения плоскости, пересекающей призму по равностороннему треугольнику.

Воспользуемся возможностью в модельном пространстве компьютера простого перевода из одного стандартного вида в другой. Так как в изометрии построенный равносторонний треугольник занимает общее положение, необходимо получить его изображение в проецирующем положении и тем самым определить положение секущей плоскости относительно основания призмы. Просмотр текущих доступных стандартных видов 3D-модели призмы с разных точек просмотра (рис. 5) позволяет выбрать вид спереди с равносторонним треугольником в проецирующем положении в прямоугольных координатах в пространстве 3D-модели призмы (рис. 5, а) вместе с сохраненными построениями. Искомый угол оказался равным 70° .

Для сравнения представлены и другие виды 3D-модели призмы в прямоугольных координатах с разных точек просмотра: так, на рис. 5, б показан вид слева в прямоугольных координатах, а на рис. 5, в – наглядный вид в изометрии. На рис. 5, г представлен пользовательский вид с натуральным в сечении равносторонним треугольником. Этот вид получен при переориентации пользовательской системы координат так, чтобы координата u была направлена вдоль проецирующего положения сечения (см. рис. 5, а).

Еще одной областью применения 2D-моделирования является создание электронного чертежа.

Понятие электронного чертежа возникло в связи с понятием электронной модели в модельном пространстве компьютера, наряду с классическими понятиями аксонометрического чертежа и чертежа Монжа.

Любая конструкторская проработка новой модели начинается с прорисовки создаваемого объекта. Такому способу лучше всего отвечает вычерчивание координатным способом аксонометрического изображения при 2D-моделировании, как наглядного однокартинного изображения. От аксонометрического изображения просто перейти к стандартным прямоугольным видам программным обеспечением компьютера и сформировать из них электронный чертеж.

Используемый в конструкторско-проектной деятельности способ создания электронного чертежа базируется на основе твердотельного моделирования при 3D-геометрическом моделировании [8; 24].

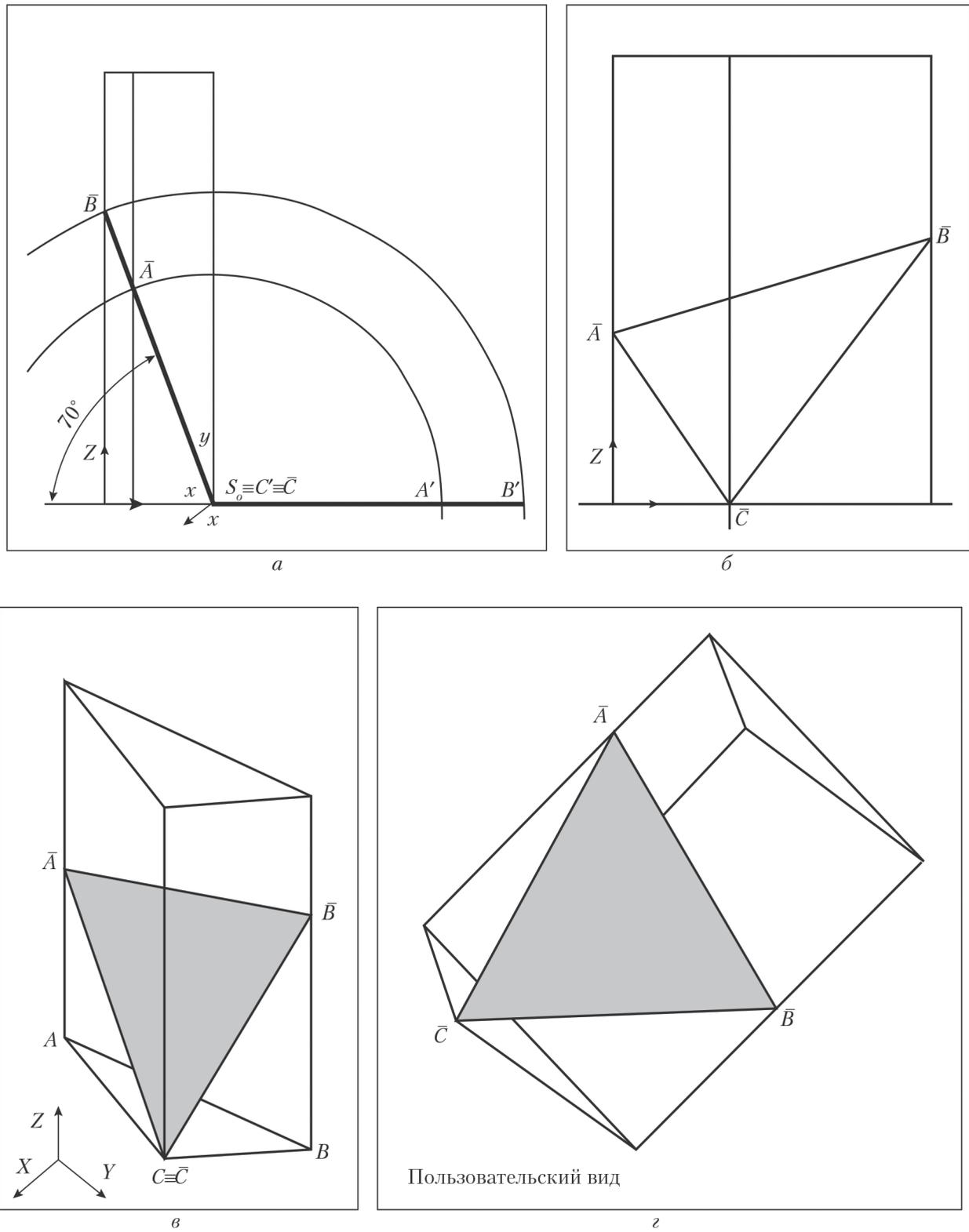


Рис. 5. Стандартные виды 3D-модели призмы с сечением $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ из разных точек просмотра (а, б, в, г – см. текст)

В условиях 2D-моделирования в основу построения электронного чертежа положено изометрическое изображение. При этом исходят из численного равенства аксонометрических координат натурным, измеренное аксонометрическими масштабами.

Цифровые технологии в учебном процессе при обучении созданию прямоугольного комплексного чертежа натурной детали диктуют переход на создание ее электронного чертежа координатным способом.

Обучение созданию электронного чертежа с натурной детали на компьютере целесообразно вести на ее 2D-модели, обладающей наглядностью при однокартинном изображении и простотой вычерчивания. Таким критериям отвечает аксонометрический чертеж.

Приведем пример создания координатным способом аксонометрического электронного чертежа с натурального образца в модельном пространстве компьютера при 2D-моделировании в учебном процессе в графической системе *AutoCAD* [1] (рис. 6). Построения выполняются на четырех активных экранах, из которых на одном – строят изометрический вид, а на других трех экранах воспроизводятся эти построения в прямоугольной системе координат, например, вид спереди, сверху и слева.

1. Имитация натурной детали в виде 3D-модели габаритного параллелепипеда в прямоугольной системе координат в каркасном исполнении. Целесообразно для этих целей использовать библиотеку типовых объемных моделей простых геометрических фигур: куб, параллелепипед, конус, сфера и т.д. с фиксированием координат вершин ребер (рис. 6, а).

2. Перевод 3D-модели габаритного параллелепипеда в изометрический вид при 2D-моделировании в аксонометрической системе координатных осей. По натуральным замерам координат вершин ориентируются в выборе формата, масштаба изображения, начала системы координат и размещения изометрического вида на формате (рис. 6, б).
3. На изометрическом виде в системе аксонометрических осей выполняют построения составляющих частей натурной детали, согласно правилам создания аксонометрического изображения и натуральных замеров (см. рис. 6, б).

По построенному изометрическому виду выбирают из числа существующих шести стандартных прямоугольных видов, те виды, которые лучшим образом отвечают натурной детали. Из них формируют видовой чертеж (рис. 6, в). Размерности изометрического вида (∞^2) и видового прямоугольного чертежа (∞^2) совпадают, что характеризует их взаимную обратимость.

4. На видовом чертеже выполняют необходимые разрезы и сечения; проводят базовые оси и проставляют размеры. Все оформление стандартного чертежа должно соответствовать требованиям ГОСТов.

Законченное изометрическое изображение можно использовать для наглядного сопровождения созданного электронного чертежа.

Заключение

Обращение к теореме Польке при 2D-геометрическом моделировании определило целесообразность использования в модельном пространстве компьютера

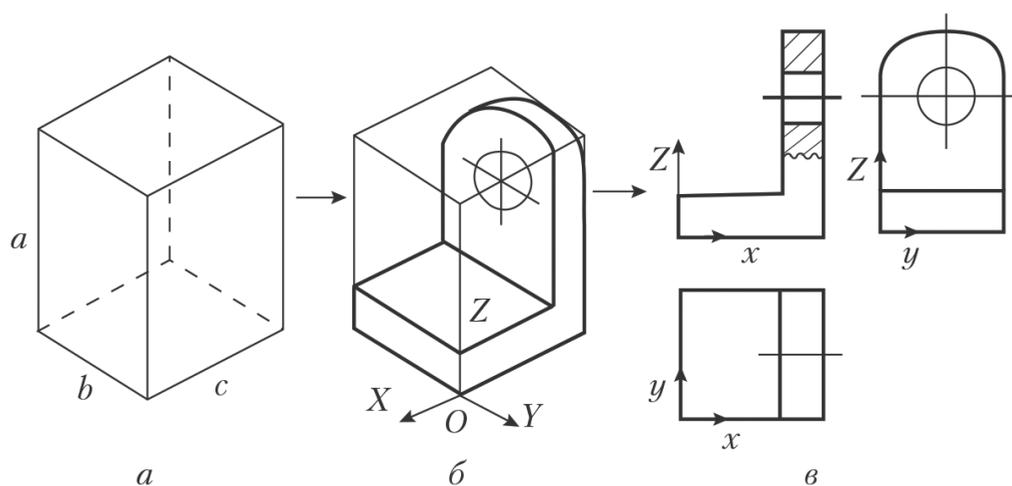


Рис. 6. Пример создания электронного видового чертежа с натурной детали в учебном процессе:

а) габаритный параллелепипед натурной детали в каркасном исполнении в прямоугольной системе координат; б) построение изометрического вида натурной детали по габаритным размерам; в) создание видового электронного чертежа из стандартных прямоугольных видов

в качестве координатной системы для электронного аксонометрического чертежа (вида) модели систему аксонометрических осей.

По построенному аксонометрическому виду программным способом получают прямоугольные виды, из которых формируют прямоугольный электронный чертеж. Если целью его построения является построение 3D-геометрической модели, то построение можно продолжить, рассматривая созданный электронный чертеж как начальные условия для построения 3D-модели объекта.

Вторичная аксонометрия в системе аксонометрических координатных осей при 2D-моделировании позволила решить ряд задач, не имеющих решение в прямоугольной системе координат:

- моделировать параллельное (косоугольное) направление соответствия двух родственных фигур;

- перемещать фигуру в пространстве вращением вокруг аксонометрических координатных осей;
- построение произвольного родства двух аффинно соответственных фигур при взаимной перпендикулярности оси родства и направления родства;
- переходить на координатный способ решения вместо проецирования на плоскости проекций;
- исходя из численного равенства изометрических координат натурным, прямо в процессе решения задач можно переходить из одной системы координат в другую.

На основе создания первичного изометрического изображения целесообразно обучать созданию электронного чертежа с натурной детали в учебном процессе.

Литература

1. *Бекишев А.Т.* Основы создания чертежей с использованием AutoCAD 2012 [Текст]: учебно-методическое пособие / А.Т. Бекишев., Т.П. Бондарева. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. — 78 с.
2. *Волошинов Д.В.* Алгоритмический комплекс для решения задач с квадратами с применением мнимых геометрических образов [Текст] / Д.В. Волошинов // Геометрия и графика. — 2020 — Т. 8. — № 2. — С. 3–32. — DOI: 10.12737/2308-4898-2020-3-32
3. *Глазунов Е.А.* Аксонометрия [Текст] / Е.А. Глазунов, Н.Ф. Четверухин. — М.: Государственное изд-во технико-теоретической литературы, 1953. — 292 с.
4. *Гордон В.А.* Курс начертательной геометрии [Текст] / В.А. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. — М.: Наука, 1977. — 268 с.
5. *Горнов А.О.* Базовая геометрическая подготовка на основе 3D-электронной модели. [Текст] / А.О. Горнов, Е.В. Усанова, Л.А. Шацилло // Геометрия и графика. — 2014. — Т. 2. — № 3. — С. 46–52. — DOI: 10.12737/6524
6. *Графский О.А.* Основы аффинной и проективной геометрии: учебное пособие [Текст] / О.А. Графский. — Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2018. — 135 с.
7. *Графский О.А.* Виды аффинных преобразований и их композиции [Текст] / О.А. Графский // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 3. — С. 11–16. — DOI: 10.12737/21529
8. *Гузненков В.Н.* Autodesk Inventor 2012. Трёхмерное моделирование деталей и создание чертежа [Текст]: учеб. пособие / В.Н. Гузненков, П.А. Журбенко. — М.: Изд-во ДМК, 2013. — 220 с.
9. *Иванов Г.С.* Теоретические основы начертательной геометрии: учеб. пособие [Текст] / Г.С. Иванов. — М.: Машиностроение, 1998. — 157 с.
10. *Иванов Г.С.* Начертательная геометрия: учебник [Текст] / Г.С. Иванов. — М.: ГОУ ВПО МГУЛ, 2008. — 338 с.
11. *Комиссарчук А.М.* Основы аффинной геометрии на плоскости [Текст] / А.М. Комиссарчук. — Минск: Высшая школа, 1967. — 210 с.
12. *Короткий В.А.* Начертательная геометрия на экране компьютера. [Текст] / В.А. Короткий., Л.И. Хмарова // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 1. — С. 32–34. — DOI: 10.12737/469
13. *Палий Н.В.* Покадровая анимация в обучении начертательной геометрии. [Текст] / Н.В. Палий // Геометрия и графика. — 2023. — Т. 11. — № 3. — С. 39–46. — DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-3-39-46
14. *Поликарпов Ю.В.* Содержание вузовского курса начертательной геометрии в эпоху третьей промышленной революции [Текст] / Ю.В. Поликарпов // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 3. — С. 49–55. — DOI: 10.12737/article_5bc453447db654.91666264
15. *Попов Е.В.* Краткие тезисы о сущности компьютерной геометрии и графики [Текст] / Е.В. Попов, С.И. Ротков // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации. — 2016. — Т. 3. — С. 62–67.
16. *Сальков Н.А.* Системный подход к изучению начертательной геометрии [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 1. — С. 14–23. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-14-23
17. *Соколова Л.С.* Многомерное пространство и наглядная геометрия в учебной программе по геометрической подготовке для бакалавриата. [Текст] / Л.С. Соколова // Геометрия и графика. — 2015. — Т. 3. — № 1. — С. 40–46. — DOI: 10.12737/10457
18. *Соколова Л.С.* Начертательная геометрия на чертеже и в модельном пространстве компьютера: учеб. пособие по курсу «Начертательная геометрия» [Текст] / Л.С. Соколова. — М.: Спутник+, 2022. — 118 с.
19. *Соколова Л.С.* Способ решения нерешаемых задач в прямоугольной системе координат модельного пространства компьютера [Текст] / Л.С. Соколова // Сви-

- детельство о депонировании № 4001161 от 2023-06-27. ООО «Платформа технологий».
20. Столбова И.Д. К вопросу о готовности преподавательских кадров к цифровому обучению [Текст] / И.Д. Столбова, К.Г. Носов., Л.С. Тарасова // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 1. — С. 24–33. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-24-35
 21. Тихонов-Бугров Д.Е. Инженерная графика в свете расставания с Болонским соглашением [Текст] / Д.Е. Тихонов-Бугров, С.Н. Абросимов // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 3. — С. 45–53. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-53-59
 22. Хейфец А.Л. Инженерная компьютерная графика AutoCAD [Текст] / А.Л. Хейфец. — СПб.: Изд-во БХВ-СПб., 2005. — 250 с.
 23. Шагиев А.М. Исследование и применение 3D- моделирования в образовательных целях [Текст] / А.М. Шагиев, Б.К. Султанова // Актуальные научные исследования в современном мире. — 2021. — № 7-2. — С. 113–118.
 24. Щеглов Г.А. Практикум по компьютерному моделированию геометрии изделий с использованием Solid Works: учебное пособие [Текст] / Г.А. Щеглов, А.Б. Минеев. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. — 182 с.
 25. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия [Текст] / Н.Ф. Четверухин — М.: Просвещение, 1969. — 368 с.
- References**
1. Bekishev A.T., Bondareva T.A. *Osnovy sozdaniya chertezhej s ispol'zovaniem AutoCAD 2012: Uchebno-metodicheskoe posobie* [Fundamentals of creating drawings using AutoCAD 2012: an educational and methodological manual]. Moscow, Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2012. 78 p. (in Russian)
 2. Völoshinov D.B. Algoritmicheskij kompleks dlya resheniya zadach s kvadrikami s primeneniem mnimyh geometricheskikh obrazov [An algorithmic complex for solving problems with quadrics using imaginary geometric images]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2020, V. 8, I. 2, pp. 3–32. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-3-32. (in Russian)
 3. Glazunov E.A., Chetvertukhin N.F. *Aksonometriya* [Axonometry]. Moscow, Gosudarstvennoe izd-vo tehniko-teoreticheskoy literatury Publ., 1953. 292 p. (in Russian)
 4. Gordon V.A., Sementsov-Ogievsky M.A. *Kurs nachertatel'noj geometrii* [The course of descriptive geometry]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 268 p. (in Russian)
 5. Gornov V.A., Usanova E.V., Shatsillo L.A. Bazovaya geometricheskaya podgotovka na osnove 3D-elektronnoy modeli [Basic geometric training based on a 3D electronic model]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2014, V. 2, I. 3, pp. 46–52. — DOI: 10.12737/6524. (in Russian)
 6. Grafsky O.A. *Osnovy affinnoy i proektivnoy geometrii: uchebnoe posobie* [Fundamentals of affine and projective geometry: a textbook]. Khabarovsk: Izd-vo DVGUPS Publ., 2018. 135 p. (in Russian)
 7. Grafsky O.A. Vidy affinnykh preobrazovanij i ih kompozitsii [Types of affine transformations and their compositions]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2016, V. 4, I. 3, pp. 11–16. DOI: 10.12737/21529. (in Russian)
 8. Guznenkov V.N., Zhurbenko P.A., Autodesk Inventor 2012. *Tryohmernoe modelirovanie detalej i sozdanie chertezha: uchebnoe posobie* [Autodesk Inventor 2012. Three-dimensional modeling of parts and the creation of a drawing: a textbook]. Moscow, Izdatel'stvo DMK Publ., 2012. 220 p. (in Russian)
 9. Ivanov G.S. *Teoreticheskie osnovy nachertatel'noj geometrii: uchebnoe posobie* [Theoretical foundations of descriptive geometry: a textbook]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1998. 157 p. (in Russian)
 10. Ivanov G.S. *Nachertatel'naya geometriya: uchebnik* [Descriptive geometry: textbook]. Moscow, Izdatel'stvo GOU VPO MGUL Publ., 2008. 338 p. (in Russian)
 11. Komissarchuk A.M. *Osnovy affinnoy geometrii na ploskosti* [Fundamentals of affine geometry on a plane]. Minsk, Vyshejschaya shkola Publ., 1967. 210 p. (in Russian)
 12. Korotkiy V.A., Khmarova L.L., Nachertatel'naya geometriya na ekrane komp'yutera [Descriptive geometry on a computer screen]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2013, V. 1, I. 1, pp. 32–34. DOI: 10.12737/469. (in Russian)
 13. Paliy N.V. Pokadrovaya animaciya v obuchenii nachertatel'noj geometrii [Frame-by-frame animation in teaching descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2023, V. 11, I. 3, pp. 39–46. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-3-39-46. (in Russian)
 14. Polikarpov Y.V., Fedorov Y.V., Soderzhanie vuzovskogo kursa nachertatel'noj geometrii v epohu tret'ej promyshlennoj revolyutsii [The content of the university course of descriptive geometry in the era of the third industrial Revolution]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2018, V. 6, I. 3, pp. 49–55. DOI: 10.12737/article_5bc453447db654.91666264. (in Russian)
 15. Popov E.V., Rotkov S.I. Kratkie tezisy o sushchnosti komp'yuternoj geometrii i grafiki [Brief theses on the existence of computer geometry and graphics]. *Problemy kachestva graficheskoy podgotovki studentov v tehničeskom vuze: traditsii i innovatsii* [Problems of quality of graphic training of students at a technical university: traditions and innovations]. 2016, V. 3, pp. 62–67. (in Russian)
 16. Salkov N.A. Sistemnyj podhod k izucheniyu nachertatel'noj geometrii [A systematic approach to the study of descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2022, V. 10, I. 1, pp. 14–23. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-14-23. (in Russian)
 17. Sokolova L.C. Mnogomernoe prostranstvo i naglyadnaya geometriya v uchebnoj programme po geometricheskoy podgotovke dlya bakalavriata [Multidimensional space and visual geometry are included in the curriculum for geometric training for undergraduate students]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2015, V. 3, I. 1, pp. 40–46. DOI: 10.12737/10457. (in Russian)

18. Sokolova L.S. *Nachertatel'naya geometriya na chertezhe v model'nom prostranstve komp'yutera: uchebnoe posobie po kursu «Nachertatel'naya geometriya»* [Descriptive geometry in the drawing and model space of a computer: a textbook for the course "descriptive geometry"]. Moscow, Izdatel'stvo «Sputnik+» Publ., 2022. 118 p. (in Russian)
19. Sokolova L.S. *Sposob resheniya nerashaemyh zadach v pryamougol'noj sisteme koordinat model'nogo prostranstva komp'yutera* [A method for solving unsolvable problems in a rectangular coordinate system of a computer model space] // Svidetel'stvo o deponirovanii № 4001161 ot 2023-06-27. OOO «Platforma tekhnologij» [Certificate of registration № 4001161 dated 2023-06-27. Platform Technologies LLC].
20. Stolbova I.D., Nosov K.G., Tarasova L.S. K voprosu o gotovnosti prepodavatel'skih kadrov k cifrovomu obucheniyu [On the issue of the readiness of teaching staff for digital learning]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2022, V. 10, I. 1, pp. 24–33. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-24-35. (in Russian)
21. Tikhonov-Bugrov D.E., Abrosimov S.N. *Inzhenernaya grafika v svete rasstavaniya s Bolonskim soglasheniem* [Engineering graphics in the light of parting with the Bologna Agreement]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2022, V. 10, I. 3, pp. 45–53. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-53-59. (in Russian)
22. Heifetz A.L. *Inzhenernaya komp'yuternaya grafika AutoCAD* [Engineering computer graphics AutoCAD]. St. Petersburg, Izdatel'stvo BHV-SPb Publ., 2005. 250 p. (in Russian)
23. Shagiev A.M., Sultanova B.K. Issledovanie i primenenie 3D-modelirovaniya v obrazovatel'nyh celyah [Research and application of 3D modeling for educational purposes]. *Aktual'nye nauchnye issledovaniya v sovremennom mire* [Current scientific research in the modern world]. 2021. I. 7-2, pp. 113–118. (in Russian)
24. Shcheglov G.A. Mineev A.B. *Praktikum po komp'yuternomu modelirovaniyu geometrii izdelij s ispol'zovaniem Solid Works: uchebnoe posobie* [Workshop on computer modeling of geometry of products using Solid Works: textbook]. Moscow, Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2019. 182 p. (in Russian)
25. Chetvertukhin N.F. *Proektivnaya geometriya* [Projective geometry]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1969. 368 p. (in Russian)