

УДК 514.113.5

DOI: 10.12737/2308-4898-2024-12-2-13-25

В.В. Рустамян

Преподаватель,

МИРЭА – Российский технологический университет,
Россия, 119454, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78

Анализ основных параметров генетического алгоритма при решении задачи аппроксимации замкнутых поверхностей свободной формы полиэдрами с группами конгруэнтных треугольников

Аннотация. В статье освещены структура и этапы выполнения программы компьютерного геометрического моделирования, которая решает задачу дискретной геометрии: аппроксимация поверхностей свободной формы полиэдрами с группами конгруэнтных граней. Решение данной задачи приводит к снижению затрат на физическое строительство заданной поверхности в виде обшивок зданий в новом архитектурном направлении «параметризм». Используемый в программе оптимизационный метод позволяет создавать геометрические модели, полезные в архитектуре, промышленном дизайне и компьютерной графике.

Ключевым элементом программы является генетический алгоритм — один из эволюционных методов. В статье подробно анализируются параметры генетического алгоритма, включая количество поколений, размер популяции, вероятности мутации и кроссинговера. Экспериментально выявляется оптимальный набор параметров для программы. Приводятся результаты экспериментов, демонстрирующие эффективность различных настроек алгоритма. Результаты показывают, что используемый оптимизационный метод позволяет минимизировать количество различных по признаку конгруэнтности граней полиэдра. Проводится анализ преимущества метода в рамках ограничений программы, а также его недостатки, включая вычислительную сложность и необходимость подбора параметров. В заключении обсуждаются перспективы дальнейших исследований, включая улучшение эффективности алгоритма, разработку новых подходов к нормализации и дискретизации входных данных, изменения и контроля топологии полученных полиэдров и поиск альтернативных методов оптимизации.

Ключевые слова: компьютерная геометрия, генетический алгоритм, аппроксимация поверхности, гранные поверхности, архитектурная обшивка свободной формы, оптимизация.

V.V. Rustamyan

Teacher,

MIREA – Russian Technological University,
78, Vernadskogo Ave., Moscow, 119454, Russia

Approximation of Freeform Surfaces with Polyhedra Composed of Congruent Triangles

Abstract. The article presents the structure and stages of implementing a computer geometric modeling program designed to solve a discrete geometry problem: the approximation of free-form surfaces using polyhedra with groups of congruent faces. Solving this problem reduces the costs of physical construction of the specified surface in the form of building facades, particularly in the new architectural trend known as "parametricism." The optimization method utilized in the program enables the creation of geometric models that are valuable in architecture, industrial design, and computer graphics.

A key component of the program is a genetic algorithm, one of the evolutionary computation methods. The paper provides a detailed analysis of the genetic algorithm's parameters, including the number of generations, population size, mutation and crossover probabilities. The optimal set of parameters for the program is determined experimentally. Experimental results demonstrate the effectiveness of various algorithm configurations. The findings reveal that the optimization method used minimizes the number of distinct congruent polyhedral faces. The advantages of the method are evaluated within the program's constraints, as well as its limitations, such as computational complexity and the need for parameter tuning. The conclusion discusses prospects for future research, including enhancing the algorithm's efficiency, developing new approaches for normalizing and discretizing input data, controlling and modifying the topology of the resulting polyhedra, and exploring alternative optimization methods.

Keywords: computer-aided-geometric design, genetic algorithm, surface approximation, faceted surfaces, architectural freeform skin, optimization.

Введение

В начале XXI в. появились программные продукты, способные рассчитывать и моделировать сложные геометрические формы, что способствовало развитию направления «параметризм» в архитектуре. В рамках этого направления проектирование сооружений включает использование поверхностей свободных форм. Большинство из этих форм относятся к линейчатым или циклическим, которые легче реализовать в материале. В то же время было создано множество сооружений с поверхностями свободной формы [6; 7; 30]. Часто для реализации таких поверхностей используют их сечения параллельными плоскостями с одинаковым шагом, выполняемые из бетона, дерева и других материалов. Ярким примером является *Aqua Tower* (рис. 1), построенная в 2009 г. в Чикаго.

Также применяется аппроксимация поверхностей свободной формы различными методами. Например, триангуляция, разделение поверхности на фрагменты с помощью некой сети кривых или использование «чешуйчатой» системы, когда поверхность покрывается множеством пластин, частично перекрывающих друг друга. Последние варианты покрытий сооружений чаще всего реализуются из стекла и металла. На рис. 2 приведен пример фрагмента здания нового павильона музея *BMW* в Мюнхене, постро-

енного в 2008 г., где используется триангуляция поверхности свободной формы.



Рис. 1. Фрагмент фасада Aqua Tower в Чикаго

Рассмотрим структуру триангуляции участка конструкции на рис. 2. Вероятно, подобная триангуляция получена с помощью программного обеспечения компьютерного и архитектурного дизайна, например, *Rhinoceros*, *Revit* и подобными им. На рисунке белыми и серыми линиями отмечены направления трех сеток 1, 2 и 3, которые организуют конструктив данного участка здания. Сетка участка 3 является переходной между формой, напоминающей однополосный гиперболоид, и основной частью здания. Участок 1 является уместным по своей структуре, так как содержит горизонтальные окружности — параллели поверхности вращения. Такая сетка задает группы конгруэнтных треугольников в каждой ленте между параллелями. Участок 2, наоборот, не совсем уместен и содержит в себе сечения, напоминающие гиперболы. Три участка в местах совместного пересечения имеют зоны с треугольниками сильно отличающимися по форме от треугольников основных зон. Видно, что сетка покрытия данного участка конструкции не является оптимальной. Большинство треугольников, аппроксимирующих данную поверхность свободной формы, не являются конгруэнтными друг к другу. Это означает индивидуальность большинства изделий покрытия, что приводит к высоким финансовым и временным затратам. Если наблюдать такую конструкцию с дальнего расстояния, то поверхности, напоминающие природные формы, привлекают внимание. На близкой дистанции некоторые контуры конструкции (линии 2, 3 рис. 2) могут негативно влиять на эстетику экстерьера. Данный пример показывает, что проектирование свободных архитектурных форм сопровождается рядом геометрических

задач, решение которых значительно влияет на эстетическую составляющую проекта.

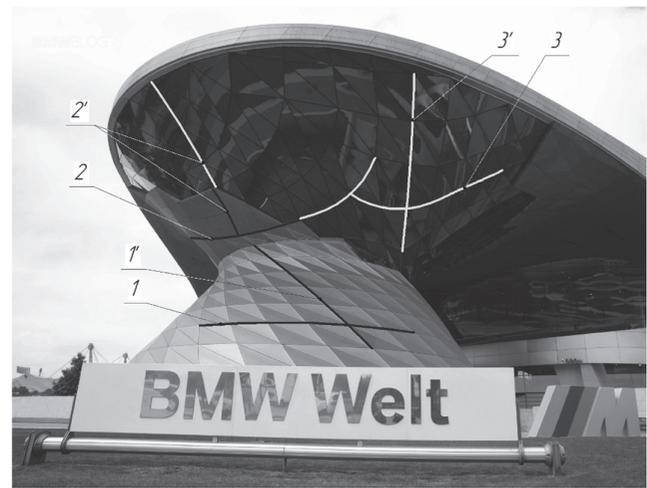


Рис. 2. Новый павильон музея BMW в Мюнхене

Существует задача аппроксимации поверхностей свободной формы полиэдрами с группами конгруэнтных граней. Ряд научных публикаций [21; 23; 24; 27; 28; 31] в какой-то степени и с рядом ограничений решают данную задачу. Также существует направление исследований, где решаются вопросы технологий реализации архитектурных форм [26] и эстетического содержания архитектуры [9; 28; 32].

На протяжении последних 50 лет и с большей активностью в последние 10 лет появляются публикации, посвященные проблеме автоматизации процесса проектирования [1; 2; 8; 10; 17] и оптимизации геометрических форм в различных областях науки и техники [11; 14; 29]. Это связано со значительным прогрессом в развитии методов решения оптимизационных задач и повышением производительности вычислительной техники. Параллельно с этим ведутся разработки в области формообразования поверхностей, в том числе, для архитектуры [3; 4; 12; 19; 20; 25; 32].

В статьях М.С. Салех [16, 18] приводит общее понятие генеративному моделированию: «В целом, генеративное моделирование представляет собой метод, основанный на использовании алгоритмов и правил для создания цифровых моделей, способных изменяться и развиваться согласно заданному алгоритму или параметрам, определенным пользователем». И структурирует основные направления развития цифровых методов проектирования в новейшей архитектуре. Из данной структуры на рис. 3 видно, что генетический алгоритм является одним из методов генеративного моделирования, т.е. является важным инструментом в цифровых методах проектирования.



Рис. 3. Цифровые методы проектирования в архитектуре

Цели исследования

В представленном исследовании ставились следующие цели:

- 1) произвести испытания программы [15] на конкретном примере;
- 2) определить оптимальные для системы глобальные параметры;
- 3) по результатам испытания выявить слабые и сильные стороны метода и реализованного алгоритма.

Теория

Программа компьютерного геометрического моделирования [15] выполняет оптимизацию формы полиэдра по заданным условиям с помощью генетического алгоритма. Программа имеет ограничения к используемой поверхности свободной формы. Поверхность должна быть замкнутой, не самопересекающейся и с типом непрерывности выше G0, т.е. на стыках, если поверхность является составной, не должно быть разрывов или резких изменений угла наклона касательной к поверхности.

На рис. 4 показана схема этапов выполнения данной программы, на которой также продемонстрированы входные и выходные данные каждого этапа.

Рассмотрим этапы выполнения программы.

Этап 1

В блоке 1 происходит считывание координат вершин триангулированной поверхности, содержащихся в *stl*-файле и определение геометрического центра поверхности. Полученный из файла объект, хоть и является дискретизацией непрерывной поверхности, в статье он называется поверхностью, чтобы отличать его от аппроксимирующего полиэдра со значительно меньшим числом граней. Далее объект претерпевает аффинные преобразования сдвига и масштабирования. Прообраз геометрического центра объекта помещается в центре системы координат ограниченного трехмерного пространства с границами [−1000; 1000] по трем осям:

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1000 \leq x \leq 1000, -1000 \leq y \leq 1000, -1000 \leq z \leq 1000\}.$$

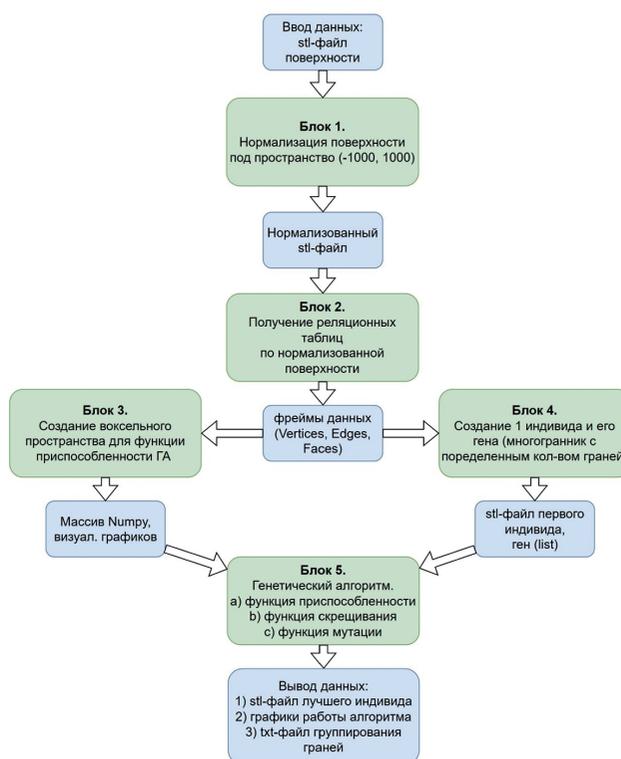


Рис. 4. Схема работы программного продукта [15]

Объект масштабируется до предельных значений [−900; 900], т.е. с отступом в 10%. Таким образом, любой связный или несвязный набор точек из одного *stl*-файла будет нормализован и выведен в новом файле для использования в следующих этапах.

Основные операции блока, такие как загрузка, поиск экстремумов, нормализация и сохранение файла, имеют линейную сложность $O(n)$. Следовательно, общая временная сложность программы — $O(n)$, где n — количество векторов в *stl*-файле.

Этап 2

В блоке 2 происходит создание реляционных таблиц, основанных на методах представления полигональных сеток. Представления различаются по количеству и содержанию реляционных таблиц. На рис. 5, в виде простейшего примера, показано представление, именуемое «Список граней», где используются две таблицы. Чем больше таблиц и взаимосвязей, тем выше затраты памяти на хранение данных, но ниже затраты времени работы алгоритма за счет взаимосвязей, заданных явным образом. В программе используется представление, содержащее три реляционные таблицы, как показано на рис. 6. В таблице «Список вершин» указаны индексы вершин, их координаты *xuz*, инцидентные им грани *Faces* и ребра *Edges*. В таблице «Список ребер» указаны индексы ребер, инцидентные им вершины *Vertices* и

грани *Faces*. В таблице «Список граней» указаны индексы граней, инцидентные им вершины *Vertices* и ребра *Edges*. На выходе блока 2 получается три фрейма данных, описывающие триангулированную модель исходной поверхности.

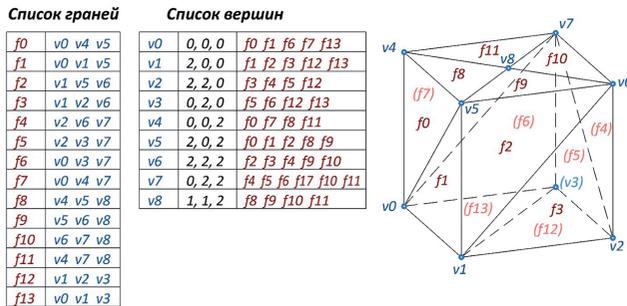


Рис. 5. Полигональное представление «Список граней»

Список вершин		Список ребер	
xyz	Faces	Vertices	Edges
v0 [-139.884, -417.027, -689.178]	[f0, f1, f3849, f3841, f8608]	[v0, v1, v2]	[e0, e1, e2]
v1 [-130.465, -407.689, -705.288]	[f0, f1, f3, f8, f10, f11]	[v0, v1, v8]	[e1, e3, e4]
v2 [-145.14, -495.714, -604.514]	[f0, f2, f3, f8609, f8616]	[v2, v3, v4]	[e5, e6, e7]
v3 [-134.319, -388.971, -713.203]	[f2, f3, f5, f10, f12, f13]	[v1, v2, v3]	[e0, e6, e8]
v4 [-150.988, -387.925, -700.363]	[f2, f4, f5, f8616, f8617, f8624]	[v4, v5, v6]	[e9, e10, e11]

Рис. 6. Пример реляционных таблиц, полученных в блоке 2

Каждый этап формирования реляционных таблиц в виде трех фреймов данных имеет квадратичную сложность $O(n^2)$. Следовательно, общая временная сложность программы — $O(n^2)$, где n — количество векторов в *STL*-файле.

Этап 3

В блоке 3 ограниченному пространству из 1 блока ставится в соответствие регулярная кубическая решетка [5] с шагом дискретизации в 10 единиц. Такая решетка задается множеством точек $P \subset \mathbb{O}$:

$$P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 10i, y = 10j, z = 10k, i, j, k \in \mathbb{Z}\}.$$

Полученная решетка является основой для воксельного пространства, где разрешение равно $200 \times 200 \times 200$ [22]. Воксельное пространство заполняется значениями из множества $S = \{1, 0.62, 0.38, 0.24, 0.15, 0.09, 0.06, 0.03, 0.01, 0\}$, что позволяет задать трёхмерное дискретное скалярное поле (или воксельное скалярное поле). Значения множества S были получены с помощью убывающей геометрической прогрессии. Значением 1 задается инцидентность вокселя поверхности. Каждое последующее значение из S распределяется в зависимости от вокселя с высоким значением до ближайшего по хеммингову расстоянию нулевого вокселя, что производит дифференциацию окрестности поверхности по выбран-

ному закону в множестве S . Такое распределение напоминает затухающее с расстоянием инфракрасное излучение от нагретой поверхности в холодной среде (рис. 7). С ростом разрешения воксельного пространства становится точнее воксельное представление поверхности [22], но, вместе с этим, расширяется поле решений задачи оптимизации. В общем виде воксельное скалярное поле задается следующим образом.

Множество значений скалярного поля:

$$S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}, \text{ где } s_1 = 1, s_n = 0.$$

Пусть G — множество всех вокселей, принадлежащих поверхности. Пусть $d(i, j, k)$ — минимальное хеммингово расстояние вокселя (i, j, k) до ближайшего вокселя из множества G .

Для каждого вокселя $V_{i,j,k}$:

1. Если $(i, j, k) \in G$, то $V_{i,j,k} = 1$.
2. Для остальных вокселей, значение определяется в зависимости от их минимального расстояния до поверхности:

$$V_{i,j,k} = S \left[\min \left(\left\lceil \frac{d(i,j,k)}{n} \right\rceil, n \right) \right].$$

Такое воксельное пространство требуется для создания и уплотнения поля решений функции приспособленности генетического алгоритма.

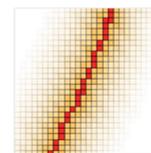


Рис. 7. Сечение участка поверхности в воксельном пространстве. Градиентом цвета показано распределение значений в каждой точке пространства

Основные операции блока:

- копирование фреймов данных: $O(n^2)$;
- расчет длин ребер: $O(n)$;
- детализация поверхности: $O(n^2)$;
- создание воксельного пространства: $O(n)$;
- создания воксельного скалярного поля: $O(n^3)$.

Наиболее ресурсоемкой операцией является создание воксельного скалярного поля, что в худшем случае даст временную сложность порядка $O(n^3)$, где n — количество ячеек по оси регулярной кубической решетки.

Этап 4

В блоке 4 из реляционных таблиц блока 2 создается произвольный аппроксимирующий полиэдр, на базе которого в блоке 5 будет создан первый индивид для генетического алгоритма. Сначала задается параметр аппроксимирующего полиэдра — количество граней. Как правило, изначальная модель поверхно-

сти содержит десятки или сотни тысяч граней. Аппроксимирующий полиэдр получается с помощью метода схлопывания по ребру (коллапс ребра), в ходе которого понижается количество граней до нужного. Краткое описание метода выглядит следующим образом:

- выбирается наименьшее по длине ребро;
- проверяется условие — если валентности вершин, принадлежащих смежным ребру граням, удовлетворяют условию удержания валентностей всех вершин полиэдра в диапазоне от 4 до 7 включительно;
- удаляется она из инцидентных выбранному ребру верши;
- удаляются две грани, инцидентные выбранному ребру;
- удаляются выбранное ребро и два ребра одновременно инцидентных удаленной вершине и удаленным граням.

Полученный аппроксимирующий полиэдр сохраняется в *stl*-файл.

Наиболее ресурсоемкой операцией блока является уменьшение числа граней в работе метода схлопывания по ребру, которая имеет временную сложность $O(n^2)$, где n — начальное количество граней поверхности.

Этап 5

В блоке 5 решается задача оптимизации с помощью генетического алгоритма. Входными данными являются первый индивид из блока 4 (реляционные таблицы, описывающие его) и трехмерный массив воксельного пространства из блока 3. В алгоритме используются глобальные параметры (*DISPERSION*, *POPULATION*, *CXPB*, *MUTPB*, *NGEN*, *SIGMA*, *INDPB*):

- 1) *DISPERSION* — диапазон величины произвольного разброса вершин полиэдров при создании первой популяции из первого индивида;
- 2) *POPULATION* — количество индивидов в популяции;
- 3) *CXPB* — вероятность рекомбинации (скрещивания) двух особей;
- 4) *MUTPB* — вероятность мутации индивидов в поколении;
- 5) *NGEN* — количество поколений;
- 6) *SIGMA* — интервал смещения координат вершин при мутации;
- 7) *INDPB* — вероятность мутации гена в индивиде.

Также используются параметр (*DIGITS_AFTER_COMMA*) контроля значимых чисел при измерении длин ребер и параметр (*MAX_FITNESS_REPEATS*) задания количества повтора максимального результата в поколениях для ограничения бесполезной работы алгоритма при быстрой сходимости в локальном экстремуме функции приспособленности.

Хромосомой первого индивида является вектор $p = [x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_m, y_m, z_m]$, состоящий из троек координат вершин аппроксимирующего полиэдра из блока 4, при этом m — число вершин полиэдра. Далее создается первая популяция $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ из $n = POPULATION$ индивидов, зашумлением каждого гена в хромосоме. Нужно понимать, что в силу связности вершин полиэдра гены хромосомы являются ингибирующими, т.е. один ген влияет на функцию приспособленности в зависимости от гена в другом локусе [13].

5.1. Выбор родительских пар хромосом

В программе используется метод отбора родительских пар — турнирный отбор с числом претендентов, равным 3. Если P — текущая популяция особей (индивидов), а $F(p_i)$ — функция приспособленности для каждой особи в популяции P , то сначала произвольно выбираются три индивида p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} , далее вычисляются значения приспособленности $F(p_{i1}), F(p_{i2}), F(p_{i3})$ и индивид с наибольшим значением функции приспособленности F среди выбранных трех становится победителем турнира и отбирается как один из родителей:

$$p_w = \arg \max_{j \in \{1, 2, 3\}} F(p_j).$$

Аналогично отбирается второй родитель.

5.2. Скрещивание

В программе применяется адаптированная форма одноточечного скрещивания с учетом того, что элементы хромосомы группируются по тройкам.

5.3. Мутация

Из популяции производится отбор особей для мутации с вероятностью *MUTPB*. В каждой отобранной особи с вероятностью *INDPB* мутируют гены. Ген g , подверженный мутации, по сути преобразуется в новый ген $g' = \mu + N(\mu, \sigma)$, где $N(\mu, \sigma)$ — случайная величина, распределенная по Гауссу с параметрами $\mu = 0$ (среднее значение распределения Гаусса) и $\sigma = SIGMA$. Произведение *MUTPB* \times *INDPB* может дать примерную оценку ожидаемой доли мутировавших генов в каждом поколении.

5.4. Функция приспособленности особей нового поколения

Функция приспособленности реализована как произведение двух показателей:

$$F(p_i) = ab.$$

Показатель a есть среднее по всем вершинам особи значение при квантовании, т.е. при постановке вершине с координатами x_i, y_i, z_i особи в соответствие значения воксельного скалярного поля:

$$a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m V_{x_i, y_i, z_i},$$

где m — количество вершин особи, V_{x_i, y_i, z_i} — значение воксельного скалярного поля для вершины i . Показатель a стремится к 1, если вершины особи приближаются к окрестностям заданной поверхности.

Показатель b учитывает сгруппированность конгруэнтных граней в особи и задается уравнением:

$$b = 1 + k(|F| - |U|),$$

где $|F|$ — количество граней особи, $|U|$ — количество конгруэнтных групп (каждая грань конгруэнтна сама себе и является отдельной группой), $k = 0,2$ — коэффициент роста приспособленности.

5.5. Условия остановки генетического алгоритма

Генетический алгоритм останавливается по завершению заданного количества поколений $NGEN$, либо в случае быстрой сходимости и повторения лучшего результата $MAX_FITNESS_REPEATS$ раз.

Общая временная сложность генетического алгоритма есть $O(N \times P \times L)$, где N — заданное количество поколений, P — количество индивидов в поколении, L — длина вектора (хромосомы) индивида.

Результаты экспериментов

Объектом исследования стал *stl*-файл с замкнутой поверхностью свободной формы (рис. 8). Можно на объекте заметить высокую дисперсию величины граней. Это частое явление при получении *stl*-фалов из программ математического моделирования, в САПР и программах дизайна обычно больше возможностей для контроля величины граней. Данный образец содержит 10 000 граней. Образец в оригинальной системе координат показан на рис. 9.

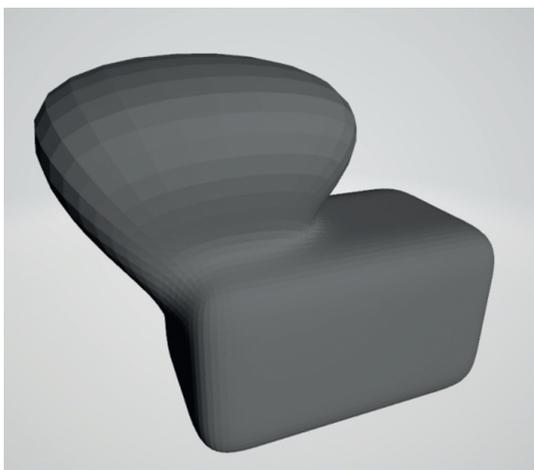


Рис. 8. Образец — произвольная замкнутая поверхность

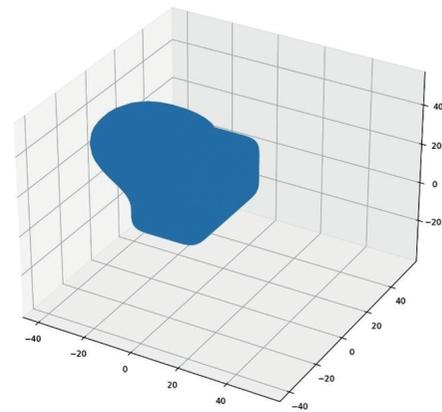


Рис. 9. Образец в оригинальной системе координат

В результате работы блока 1 образец помещается в ограниченное пространство и фиксируются коэффициенты смещений по координатным осям и масштабирования (рис. 10). Коэффициенты понадобятся для восстановления лучшего индивида в оригинальную систему координат.

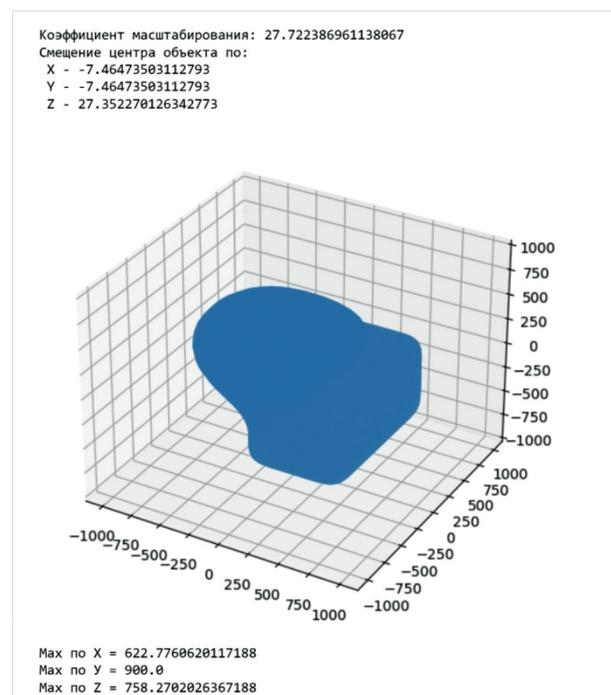


Рис. 10. Образец в ограниченном пространстве

Далее в блоке 2 создаются реляционные таблицы из триангуляции поверхности, которая находится в системе координат ограниченного пространства.

В результате работы 3 блока программы создается воксельное скалярное поле, неполная визуализация которого представлена на рис. 11, где показаны только ячейки со значением 1. При этом воксели

показаны в координатах ограниченного пространства. Наглядная визуализация в виде аксонометрии полученного поля сложна, потому на рис. 12 представлены плоские сечения данного поля в значениях 50, 100 и 150 по оси X воксельного пространства (или -500, 0, 500 эвклидова).

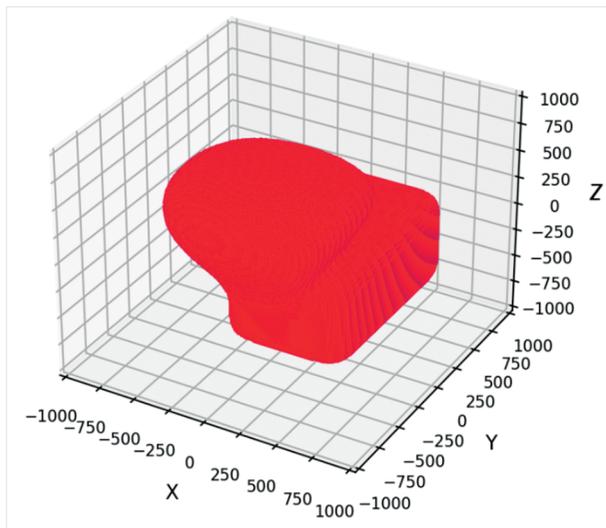


Рис. 11. Неполная визуализация воксельного скалярного поля

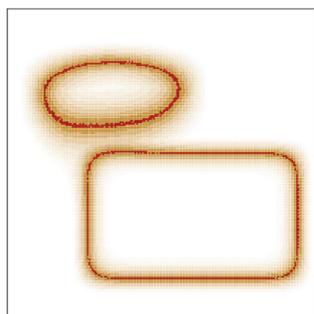
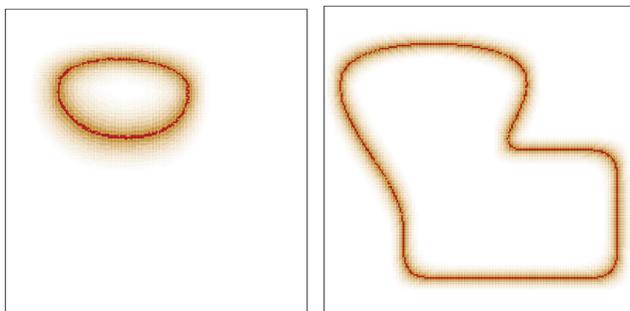


Рис. 12. Плоские сечения воксельного скалярного поля по оси X в значениях 50, 100, 150 (слева направо)

В результате работы блока 4 получается первый индивид (рис. 13). В эксперименте было использовано 256 граней.



Рис. 13. Первый индивид (256 граней)

В блоке 5 ставится эксперимент над некоторыми глобальными параметрами генетического алгоритма. Для этого задаются массивы значений для испытуемых параметров, оставшиеся параметры фиксируются:

1. DISPERSION = 50;
2. POPULATION = 850;
3. CXPB = {10%, 30%, 50%, 70%, 90%};
4. MUTPB = {10%, 30%, 50%, 70%, 90%};
5. NGEN = 3000;
6. SIGMA = 20;
7. INDPB = {10%, 30%, 50%, 70%, 90%};
8. DIGITS_AFTER_COMMA = 0;
9. MAX_FITNESS_REPEATS = 360.

Результатами таких испытаний являются показатели — количество граней, участвующих в группировании по признаку конгруэнтности, выраженные в процентном отношении к общему количеству граней лучших особей из всех поколений каждого испытания. Для удобства демонстрации показатели разбиты на наборы по параметру скрещивания. Скрещивание 10% (рис. 14), скрещивание 30% (рис. 15), скрещивание 50% (рис. 16), скрещивание 70% (рис. 17) и скрещивание 90% (рис. 18).

Также были повторно проведены испытания при фиксированном значении *INDPB* = 10% (рис. 19).

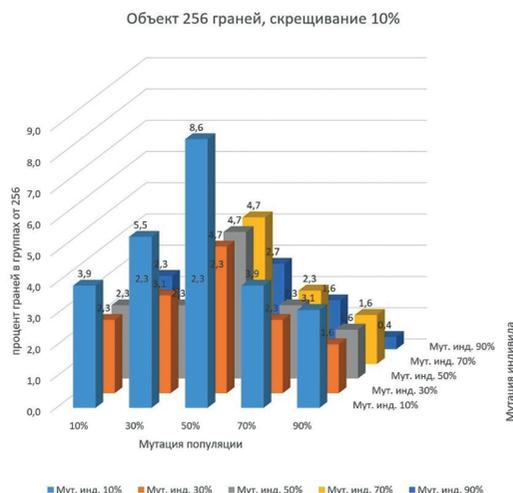


Рис. 14. Диаграмма зависимости процента сгруппированности от вероятностей мутации популяции и мутации индивидов при фиксированной вероятности скрещивания, равной 10%

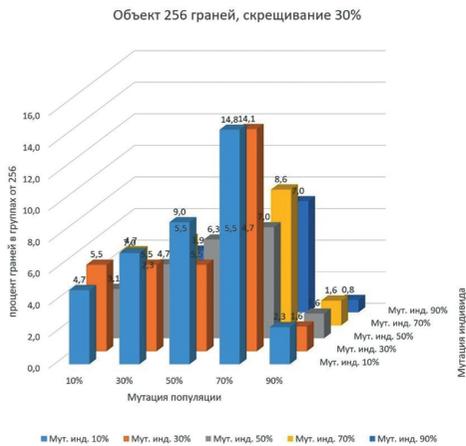


Рис. 15. Диаграмма зависимости процента сгруппированности от вероятностей мутации популяции и мутации индивидов при фиксированной вероятности скрещивания, равной 30%

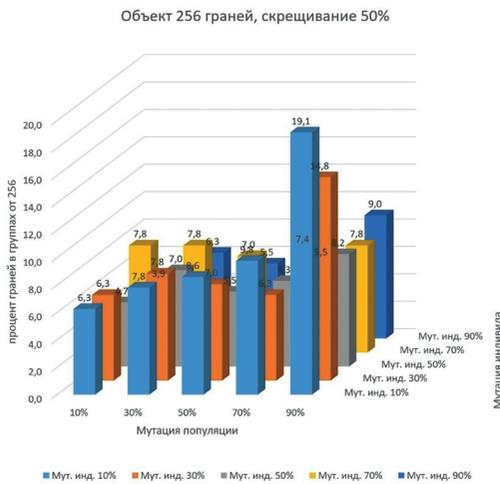


Рис. 16. Диаграмма зависимости процента сгруппированности от вероятностей мутации популяции и мутации индивидов при фиксированной вероятности скрещивания, равной 50%

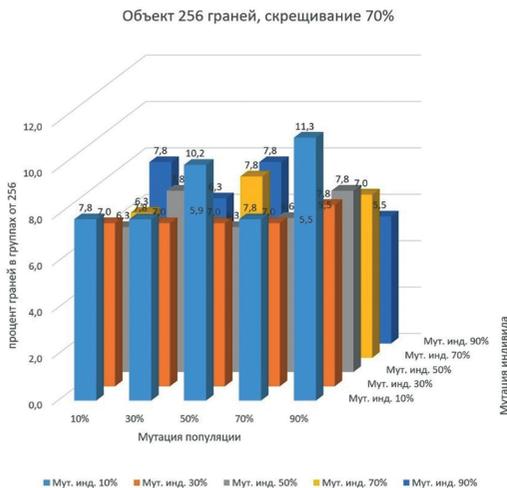


Рис. 17. Диаграмма зависимости процента сгруппированности от вероятностей мутации популяции и мутации индивидов при фиксированной вероятности скрещивания, равной 70%

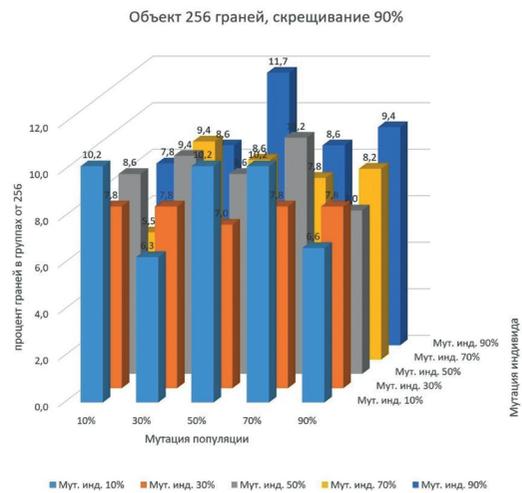


Рис. 18. Диаграмма зависимости процента сгруппированности от вероятностей мутации популяции и мутации индивидов при фиксированной вероятности скрещивания, равной 90%

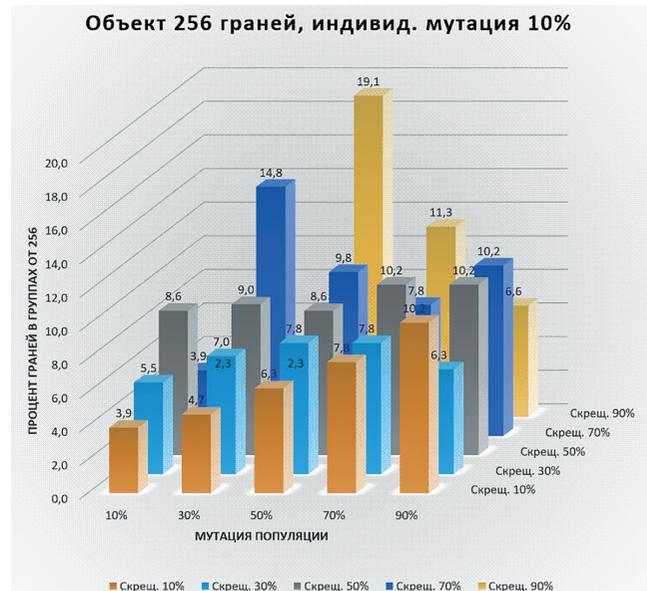


Рис. 19. Диаграмма зависимости процента сгруппированности от вероятностей мутации популяции и вероятности скрещивания при фиксированной вероятности мутации индивидов в поколении, равной 10%

Обсуждение результатов

При параметрах скрещивания до 70% (рис. 14–17) заметно преимущество показателя сгруппированности для параметра мутации индивидов 10%. С повышением вероятности скрещивания, например, на уровне 90% (рис. 18) наблюдается отсутствие ярко выраженного преимущества при какой-либо комбинации вероятностей мутации популяции и мутации индивидов. Это связано с быстрой сходимостью функции приспособленности в локальном максимуме поля решений. Это выражается в постоянном повторении лучшего результата функции приспособленности

бленности (рис. 20), что приводит к срабатываю условия остановки алгоритма через глобальный параметр $MAX_FITNESS_REPEATS$.

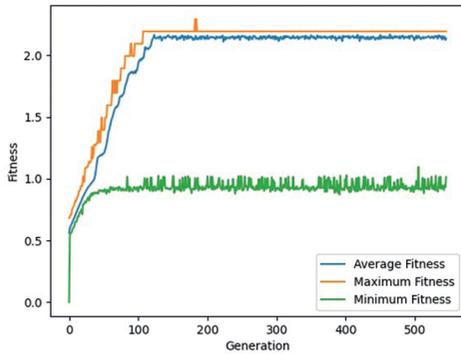


Рис. 20. График зависимости значения функции приспособленности (*Fitness*) от количества поколений (*Generation*) для высоких показателей скрещивания

На диаграммах с малой вероятностью скрещивания (рис. 14, 15) хорошо заметно сильное падение результативности при вероятности мутации популяции 90%. Это связано постоянным разрушением лучших результатов за счет частой мутации, что прослеживается на графике зависимости значения функции приспособленности от количества поколений (рис. 21).

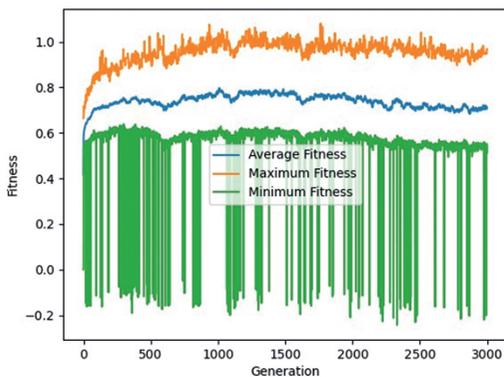


Рис. 21. График зависимости значения функции приспособленности (*Fitness*) от количества поколений (*Generation*) для высоких показателей мутации

Повторно проведенные испытания при фиксированном показателе мутации индивидов в 10% показали преимущество комбинации параметров $INDPB=10\%$, $MUTPB=50\%$ и $CXPB=90\%$. Дальнейшие испытания близких окрестностей полученной комбинации глобальных параметров не привели к улучшению процента сгруппированности. К тому же при данной комбинации наблюдается (рис. 22) непрерывный рост поиска лучшей особи с ростом количества поколений и виден потенциал к дальнейшему росту.

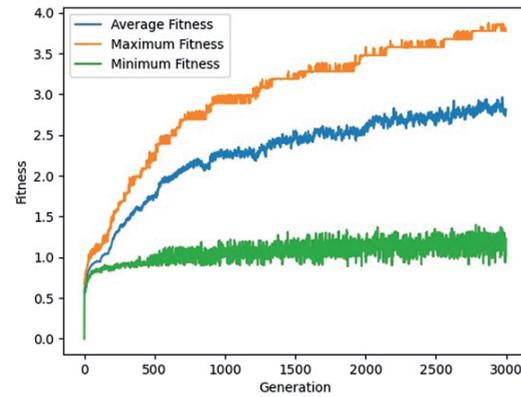


Рис. 22. График зависимости значения функции приспособленности (*Fitness*) от количества поколений (*Generation*) для комбинации параметров $INDPB = 10\%$, $MUTPB = 50\%$ и $CXPB = 90\%$

С полученными глобальными параметрами и увеличенным количеством поколений до 5000 были проведены ряд испытаний, лучшим результатом которых стал объект (рис. 23) с группами:

- 1) группа с 1 гранью — 184 группы;
- 2) группа с 2 конгруэнтными гранями — 31 группа;
- 3) группа с 3 конгруэнтными гранями — 2 группа;
- 4) группа с 4 конгруэнтными гранями — 1 группа.

Сгруппированность полученного объекта составляет 28% от общего количества граней.

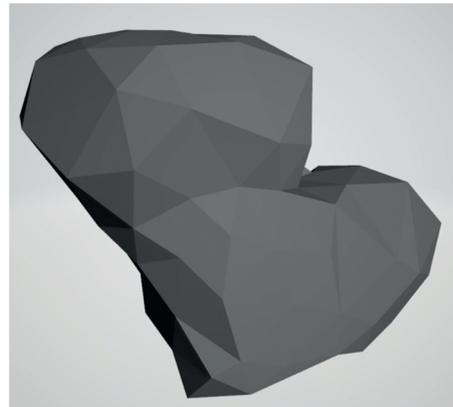


Рис. 23. Лучший индивид испытаний

Следует отметить, что программа [15] создана без применения параллельных вычислений, потому время расчета для каждой комбинации глобальных параметров могло занимать от 2 до 22 часов. Такое время вычисления слишком велико, если учитывать, что количество граней в исследуемом полиэдре, равное 256, достаточно мало в рамках данной задачи.

Выводы

Проведен ряд экспериментов в программе [15] на произвольном образце, в ходе которых выявлена

комбинация глобальных параметров для генетического алгоритма с определенными видами его операторов (методов селекции, отбора, мутации и скрещивания). Полученная комбинация параметров даёт лучшую результативность на ограниченном количестве поколений и есть перспектива увеличения показателей результативности с ростом количества поколений.

Используемый оптимизационный метод основывается на перемещении вершин полиэдра. Оптимизации подвержены показатели сгруппированности и точности приближения вершин полиэдра к исходной поверхности свободной формы. В работах [21; 27; 31] применялся кластеризационно-оптимизационный метод, где каждая грань полиэдра является отдельной плиткой. В этом случае оптимизируются показатели зазоров между плитками и точно так же — точности

приближения вершин полиэдра к исходной поверхности свободной формы. Оба метода имеют собственные области применения и ограничения.

Улучшать подходы решения задачи аппроксимации поверхностей свободной формы полиэдрами с группами конгруэнтных треугольников можно на разных уровнях абстракций. На высоких уровнях абстракций возможен выбор в корне иных подходов к решению или иных методов оптимизации. На низких уровнях возможно изменение параметров действующего генетического алгоритма, возможен иной подход к вокселизации, усовершенствование контроля топологии первого индивида, усовершенствование контроля точности аппроксимации и точности при выявлении конгруэнтности граней. Также важными аспектами являются скорость работы и устойчивость программы.

Литература

1. Агаханов Э.К. Применение информационных технологий при моделировании объекта параметрической архитектуры [Текст] / Э.К. Агаханов, Г.М. Кравченко, Е.В. Труфанова, М.К. Агаханов // Системные технологии. — 2023. — № 2. — С. 51–58. — DOI: 10.55287/22275398_2023_2_51
2. Акишов Э.А. Использование вычислительного проектирования и искусственного интеллекта при моделировании архитектурных объектов [Текст] / Э.А. Акишов // Архитектура и современные информационные технологии. — 2023. — № 2. — С. 298–315. — DOI: 10.24412/1998-4839-2023-2-298-315
3. Беглов И.А. Поверхности квазивращения и их применение в параметрической архитектуре [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / И.А. Беглов, 2022. — 200 с.
4. Беглов И.А. Формообразование поверхностей квазивращения n -ого порядка [Текст] / И.А. Беглов // Проблемы машиноведения: материалы IV Международной научно-технической конференции / научный редактор П.Д. Балакин. — Омск: Омский государственный технический университет. — 2020. — С. 419–426.
5. Бобенко А.И. Дискретная дифференциальная геометрия. Интегрируемая структура [Текст] / А.И. Бобенко, Ю.Б. Сурис. — М. — Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Изд-во Ижевского института компьютерных исследований, 2010. — 488 с.
6. Киричков И.В. Формообразующие принципы отеля «Morpheus» в Макао [Текст] / И.В. Киричков // Современная архитектура мира. — 2022. — № 2. — С. 67–80. — DOI: 10.25995/NIPPIAG.2022.19.2.003
7. Коновалова Н.А. Архитектура Оперного театра в Дубае: цели и компромиссы [Текст] / Н.А. Коновалова // Современная архитектура мира. — 2022. — № 1. — С. 217–232. — DOI: 10.25995/NIPPIAG.2022.18.1.011
8. Кравченко Г.М. Эволюция формообразования здания параметрической архитектуры с учетом аэродинамики [Текст] / Г.М. Кравченко, Е.В. Труфанова, М.В. Полетаев, Л.И. Пуданова // Инженерный вестник Дона. — 2021. — № 9. — С. 268–277.
9. Лаврентьев А.Н. Пространственные конструкции как художественное изобретение. К формированию абстрактной скульптуры как самостоятельного направления [Текст] / А.Н. Лаврентьев, А.Н. Ковальчук // Декоративное искусство и предметно-пространственная среда. Вестник РГХПУ им. С.Г. Строганова. — 2019. — № 2-2. — С. 151–165.
10. Липкин С.М. Оптимизация расположения датчиков в сенсорной сети на основе генетического алгоритма [Текст] / С.М. Липкин, Е.С. Михалин, В.Д. Губий, А.Г. Чипко // Успехи современной науки и образования. — 2017. — Т. 5. — № 2. — С. 78–81.
11. Лобарева И.Ф. Об одном подходе к оптимизации формы лопасти гидротурбины [Текст] / И.Ф. Лобарева, В.А. Скороспелов, П.А. Турук, С.Г. Черный, Д.В. Чирков // Вычислительные технологии. — 2005. — Т. 10. — № 6. — С. 52–74.
12. Мамиева И.А. Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях [Текст] / И.А. Мамиева // Academia. Архитектура и строительство. — 2020. — № 1. — С. 150–165.
13. Панченко Т.В. Генетические алгоритмы: учебно-методическое пособие [Текст] / Т.В. Панченко. — Астрахань: Изд-во Астраханского ун-та, 2007. — 87 с.
14. Попов Е.В. Построение поверхности судового корпуса с использованием генетического алгоритма [Текст] / Е.В. Попов, А.В. Рекшинский // Вестник Ижевского государственного технического университета. — 2007. — № 3. — С. 116–120.
15. Рустамян В.В. Программа создания триангулированных полиэдров, грани которых группируются по свой-

- ству конгруэнтности треугольников, аппроксимирующих замкнутые не самопересекающиеся поверхности свободной формы с помощью генетического алгоритма. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2024612472. Заявка № 2023685692 от 24.11.2023.
16. Салех М.С. Внедрение цифровых методов на различных этапах архитектурного проектирования [Текст] / М.С. Салех // Архитектура и современные информационные технологии. — 2021. — № 1. — С. 268–278. — DOI: 10.24412/1998-4839-2021-1-268-278
 17. Салех М.С. Методика поиска архитектурной формы путем применения принципов генетического алгоритма с помощью цифровых технологий на примере общественного центра в городе Истре [Текст] / М.С. Салех // Наука, образование и экспериментальное проектирование. Труды МАРХИ: Материалы международной научно-практической конференции, Москва, 08–12 апреля 2019 года. — М.: Изд-во Московского архитектурного института, 2019. — С. 433–436.
 18. Салех М.С. Основные направления развития цифровых методов проектирования в новейшей архитектуре [Текст] / М.С. Салех // Архитектура и современные информационные технологии. — 2020. — № 2. — С. 351–361. — DOI: 10.24411/1998-4839-2020-15119
 19. Страшнов С.В. Компьютерное моделирование новых форм строительных оболочек [Текст] / С.В. Страшнов // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 4. — С. 26–34. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34
 20. Beglov I.A. Application of quasi-rotation surface segments in architectural prototyping / I.A. Beglov, V.V. Rustamyan, R.A. Verbitskiy // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Ser. 2182 (2022) 012002. DOI: 10.1088/1742-6596/2182/1/012002
 21. Fu Ch.-W. K-set Tilable Surfaces / Ch-W. Fu, Ch-F. Lai, Y. He, D. Cohen-Or // ACM Trans. Graph. 2010. V. 29. DOI: 10.1145/1833349.1778781
 22. Huang J. An accurate method for voxelizing polygon meshes. / J. Huang, R. Yagel, V. Filippov, Y. Kurzion // IEEE Symposium on Volume Visualization. 1998. Pp. 119–126. DOI: 10.1109/SVV.1998.729593
 23. Huard M. Planar Panelization with Extreme Repetition / M. Huard, M. Eigensatz, P. Bompas // Advances in Architectural Geometry 2014. 2015. Pp. 259–279. DOI: 10.1007/978-3-319-11418-7_17
 24. Jiang C. Interactive Modeling of Architectural Freeform Structures — Combining Geometry with Fabrication and Statics. / C. Jiang, Ch. Tang, M. Tomicic, J. Wallner, H. Pottmann // Conference: Advances in Architectural Geometry 2014. 2014. DOI: 10.1007/978-3-319-11418-7_7
 25. Jiménez M. Discretizations of Surfaces with Constant Ratio of Principal Curvatures / M. Jimenez, C. Müller, H. Pottmann // Discrete & Computational Geometry. 2020. V. 63. DOI: 10.1007/s00454-019-00098-7
 26. Kirsanov M.N. Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels / M.N. Kirsanov // Magazine of Civil Engineering. 2018. I. 5. Pp. 174–182. DOI: 10.18720/MCE.81.17
 27. Liu Y. Reducing the Number of Different Faces in Free-Form Surface Approximations Through Clustering and Optimization. / Y. Liu, T.-U. Lee, A. Rezaee Javan, N. Pietroni, Y. Xie // Computer-Aided Design. 2023. V. 166. 103633. DOI: 10.1016/j.cad.2023.103633
 28. Lobel A. Lobel meshes. URL: <https://www.equilatere.net/frame.php?page=en/fundamentals/families.php> (дата обращения: 20.05.2024)
 29. Lu H. Reducing the number of different members in truss layout optimization / H. Lu, Y. Xie // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2023. V. 66. DOI: 10.1007/s00158-023-03514-y
 30. Pavlenko V.V. Architectural Archetypes: From the Harmony of Number to Deconstruction / V.V. Pavlenko, V.S. Sverdlenko, A.V. Sukhovkhorov // Epomen. 2020. No. 40. Pp. 74–83.
 31. Singh M. Triangle Surfaces with Discrete Equivalence Classes / M. Singh, S. Schaefer // ACM Trans. Graph. — 2010. V. 29(4). DOI 10.1145/1833351.1778783.
 32. Wang H. Discrete geodesic parallel coordinates / H. Wang, D. Pellis, F. Rist, H. Pottmann, C. Müller // ACM Transactions on Graphics (TOG). 2019. I. 38(6). Pp. 1–13. DOI: 10.1145/3355089.3356541

References

1. Agakhanov E.K., Kravchenko G.M., Trufanova E.V., Agakhanov M.K. Primenenie informatsionnykh tekhnologii pri modelirovanii obekta parametriceskoi arkhitektury [Application of information technologies in modeling a parametric architecture object]. *Sistemnye tekhnologii* [System technologies]. 2023, I. 2, pp. 51–58. DOI: 10.55287/22275398_2023_2_51. (in Russian)
2. Akshov E.A. Ispolzovanie vychislitelnogo projektirovaniia i iskusstvennogo intellekta pri modelirovanii arkhitekturnykh obektov [The use of computational design and artificial intelligence in the modeling of architectural objects]. *Arkhitektura i sovremennye informatsionnye tekhnologii* [Architecture and modern information technologies]. 2023, I. 2, pp. 298–315. DOI: 10.24412/1998-4839-2023-2-298-315. (in Russian)
3. Beglov I.A. *Poverkhnosti kvazivrashcheniia i ikh primenenie v parametriceskoi arkhitekture*. Kand. Diss. [Quasi-rotation surfaces and their application in parametric architecture]: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.01.01. Omsk, 2022. 200 p. (in Russian)
4. Beglov I.A. Formoobrazovanie poverkhnostei kvazivrashcheniia n -ogo poriadka [Formation of surfaces of quasi-rotation of the n th order]. *Problemy mashinovedeniia: materialy IV Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii / nauchnyi redaktor P.D. Balakin*. Omsk: Omskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet [Problems of mechanical engineering: materials of the IV International Scientific and Technical Conference / scientific editor P.D. Balakin. Omsk: Omsk State Technical University]. 2020, pp. 419–426. (in Russian)

5. Bobenko A.I., Suris Iu.V. *Diskretnaia differentsialnaia geometriia. Integriruemaia struktura* [Discrete differential geometry. Integrated structure.] Moscow – Izhevsk: Research Center “Regular and Chaotic Dynamics”, Izhevsk Institute of Computer Research Publ., 2010. 488 p. (in Russian)
6. Kirichkov I.V. Formoobrazuiushchie printsipy otelia "Morpheus" v Makao [Shaping principles of the Morpheus Hotel in Macau]. *Sovremennaiia arkhitektura mira* [Modern architecture of the world]. 2022, I. 2, pp. 67–80. DOI: 10.25995/NIITIAG.2022.19.2.003. (in Russian)
7. Konovalova N.A. Arkhitektura Opernogo teatra v Dubae: tseli i kompromissy [The architecture of the Dubai Opera House: goals and compromises]. *Sovremennaiia arkhitektura mira* [Modern architecture of the world]. 2022, I. 1, pp. 217–232. DOI: 10.25995/NIITIAG.2022.18.1.011. (in Russian)
8. Kravchenko G.M., Trufanova E.V., Poletaev M.V., Pudanova L.I. Evoliutsiia formoobrazovaniia zdaniia parametricheskoi arkhitektury s uchetom aerodinamiki [Evolution of the shape formation of a parametric architecture building taking into account aerodynamics]. *Inzhenernyi vestnik Dona* [Engineering Bulletin of the Don]. 2021, I. 9, pp. 268–277. (in Russian)
9. Lavrentev A.N., Kovalchuk A.N. Prostranstvennye konstruksii kak khudozhestvennoe izobrenenie. K formirovaniu abstraktnoi skulptury kak samostoiatel'nogo napravleniia [Spatial structures as an artistic invention towards the formation of abstract sculpture as an independent direction]. *Dekorativnoe iskusstvo i predmetno-prostranstvennaia sreda. Vestnik RGKhpU im. S.G. Stroganova* [Decorative art and object-spatial environment. Bulletin of the RGHPU named after S.G. Stroganova]. 2019, I. 2-2, pp. 151–165. (in Russian)
10. Lipkin S.M., Mikhailin E.S., Gubii V.D., Chipko A.G. Optimizatsiia raspolozheniia datchikov v sensornoi seti na osnove geneticheskogo algoritma [Optimizing the location of sensors in a sensor network based on a genetic algorithm]. *Uspekhi sovremennoi nauki i obrazovaniia* [Advances in modern science and education]. 2017, V. 5, I. 2, pp. 78–81. (in Russian)
11. Lobareva I.F., Skorospelov V.A., Turuk P.A., Chernyi S.G., Chirkov D.V. Ob odnom podkhode k optimizatsii formy lopasti gidroturbiny [On one approach to optimizing the shape of a hydraulic turbine blade]. *Vychislitelnye tekhnologii* [Computing technologies]. 2005, V. 10, I. 6, pp. 52–74. (in Russian)
12. Mamieva I.A. Analiticheskie poverkhnosti dlia parametricheskoi arkhitektury v sovremennykh zdaniiax i sooruzheniiax [Analytical surfaces for parametric architecture in modern buildings and structures]. *Academia. Arkhitektura i stroitel'stvo* [Academia. Architecture and construction]. 2020, I. 1, pp. 150–165. (in Russian)
13. Panchenko T.V. *Geneticheskie algoritmy: uchebno-metodicheskoe posobie* [Genetic algorithms: educational and methodological manual]. Astrakhan: Izd-vo Astrakhanskogo universiteta, 2007. 87 [3] p. (in Russian)
14. Popov E.V., Rekshinskii A.V. Postroenie poverkhnosti sudovogo korpusa s ispolzovaniem geneticheskogo algoritma [Construction of the surface of a ship's hull using a genetic algorithm]. *Vestnik Izhevskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Izhevsk State Technical University]. 2007, I. 3, pp. 116–120. (in Russian)
15. Rustamian V.V. Programma sozdaniia triangulirovannykh poliedrov, grani kotorykh gruppiruiutsia po svoistvu kongruentnosti treugolnikov, approksimiruiushchikh zamknytye ne samoperesekauiushchiesia poverkhnosti svobodnoi formy s pomoshchiu geneticheskogo algoritma. Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlia EVM RU 2024612472. Zaiavka № 2023685692 ot 24.11.2023. (in Russian)
16. Salekh M.S. Vnedrenie tsifrovyykh metodov na razlichnykh etapakh arkhitekturnogo proektirovaniia [Introduction of digital methods at various stages of architectural design]. *Arkhitektura i sovremennye informatsionnye tekhnologii* [Architecture and modern information technologies]. 2021, I. 1, pp. 268–278. DOI: 10.24412/1998-4839-2021-1-268-278. (in Russian)
17. Salekh M.S. Metodika poiska arkhitekturnoi formy putem primeniia printsipov geneticheskogo algoritma s pomoshchiu tsifrovyykh tekhnologii na primere obshchestvennogo tsentra v gorode Istre [Salekh Methodology for searching for architectural form by applying the principles of a genetic algorithm using digital technologies using the example of a public center in the city of Istra]. *Nauka, obrazovanie i eksperimentalnoe proektirovanie. Trudy MARKhI: Materialy mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Moskva, 08–12 apreliia 2019 goda. Moskva: Moskovskii arkhitekturnyi institut (gosudarstvennaia akademiia), 2019* [Science, education and experimental design. Proceedings of MARCHI: Materials of the international scientific and practical conference, Moscow, 08–12 April, 2019. Moscow: Moscow Architectural Institute (state academy), 2019], pp. 433–436. (in Russian)
18. Salekh M.S. Osnovnye napravleniia razvitiia tsifrovyykh metodov proektirovaniia v noveishei arkhitekture [Main directions of development of digital design methods in the latest architecture]. *Arkhitektura i sovremennye informatsionnye tekhnologii* [Architecture and modern information technologies]. 2020, I. 2, pp. 351–361. DOI: 10.24411/1998-4839-2020-15119. (in Russian)
19. Strashnov S.V. Kompiuternoe modelirovanie novykh form stroitelnykh obolochek [Computer modeling of new forms of building shells]. *Geometriia i grafika* [Geometry and graphics]. 2022, V. 10, I. 4, pp. 26–34, DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34. (in Russian)
20. Beglov I.A., Rustamyan V.V., Verbitskiy R.A. Application of quasi-rotation surface segments in architectural. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Ser. 2182 (2022) 012002. DOI: 10.1088/1742-6596/2182/1/012002
21. Fu Ch-W., Lai Ch-F., He Y., Cohen-Or D. K-set Tilted Surfaces. *ACM Trans. Graph.* 2010, V. 29. DOI: 10.1145/1833349.1778781

22. Huang J., Yagel R., Filippov V., Kurzion Y. An accurate method for voxelizing polygon meshes. *IEEE Symposium on Volume Visualization*. 1998, pp. 119–126. DOI: 10.1109/SVV.1998.729593
23. Huard M., Eigensatz M., Bompas P. Planar Panelization with Extreme Repetition. *Advances in Architectural Geometry 2014*. 2015, pp. 259–279. DOI: 10.1007/978-3-319-11418-7_17
24. Jiang C., Tang Ch., Tomicic M., Wallner J., Pottmann H. Interactive Modeling of Architectural Freeform Structures: Combining Geometry with Fabrication and Statics. *Advances in Architectural Geometry 2014*. 2014, pp. 95–108. DOI: 10.1007/978-3-319-11418-7_7
25. Jimenez M., Müller C., Pottmann H. Discretizations of Surfaces with Constant Ratio of Principal Curvatures. *Discrete & Computational Geometry*. 2020, V. 63. DOI: 10.1007/s00454-019-00098-7
26. Kirsanov M.N. Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels. *Magazine of Civil Engineering*. 2018, I. 5, pp. 174–182. DOI: 10.18720/MCE.81.17
27. Liu Y., Lee T.-U., RezaeeJavan A., Pietroni N., Xie Y. Reducing the Number of Different Faces in Free-Form Surface Approximations Through Clustering and Optimization. *Computer-Aided Design*. 2023, V. 166, 103633. DOI: 10.1016/j.cad.2023.103633
28. Lobel A. Lobel meshes // <https://www.equilatere.net/frame.php?page=en/fundamentals/families.php> (date of access 20.05.2024).
29. Lu H., Xie Y. Reducing the number of different members in truss layout optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2023, V. 66. DOI: 10.1007/s00158-023-03514-y
30. Pavlenko V.V., Sverdlenko V.S., Sukhoverkhov A.V. Architectural Archetypes: From the Harmony of Number to Deconstruction. *Epomen*. 2020, I. 40, pp. 74–83.
31. Singh M., Schaefer S. Triangle Surfaces with Discrete Equivalence Classes. *ACM Trans. Graph.* 2010, V. 29(4). DOI: 10.1145/1833351.1778783
32. Wang H., Pellis D., Rist F., Pottmann H., Müller C. Discrete geodesic parallel coordinates. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. 2019, I. 38(6), pp. 1–13. DOI: 10.1145/3355089.3356541