

УДК 514.18:378.147

DOI: 10.12737/2308-4898-2024-12-3-32-45

**М.С. Кокорин**

Канд. техн. наук, доцент,  
Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого,  
Россия, 195251, г. Санкт-Петербург,  
ул. Политехническая, д. 29,  
e-mail: kokorin\_ms@spbstu.ru

**Т.В. Маркова**

Канд. техн. наук, доцент,  
Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого,  
Россия, 195251, г. Санкт-Петербург,  
ул. Политехническая, д. 29,  
e-mail: markova\_tv@spbstu.ru

**Т.А. Никитина**

Канд. техн. наук, доцент,  
Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого,  
Россия, 195251, г. Санкт-Петербург,  
ул. Политехническая, д. 29,  
e-mail: nikitina\_ta@spbstu.ru

## Проектные задачи в курсе начертательной геометрии

**Аннотация.** «Инженерная графика», «Инженерная геометрия», «Инженерная и компьютерная графика», а также другие, так или иначе называемые геометро-графические дисциплины, строятся на теории проекционного моделирования начертательной геометрии. Начертательная геометрия составляет первый раздел любого подобного курса и является первой дисциплиной, представляющей технические направления высшего образования, с которой встречаются студенты вуза. Наряду с физикой и математикой она становится основой для дальнейшего изучения специальных технических дисциплин, так как формирует необходимые для понимания и выполнения заданий этих курсов знания и навыки работы с конструкторской документацией. Но проекционно-графические методы начертательной геометрии могут быть полезны не только при построении изображений на чертеже. Развитие информационных технологий позволяет с успехом использовать конструктивное геометрическое моделирование для решения самых разных задач общетехнических дисциплин, таких как теоретическая механика, теория механизмов и машин, технология машиностроения, металловедение, физика и других, если при этом требуется реализовать какие-либо графические алгоритмы или объектами исследования являются пространственные конструкции. Полезным представляется введение прикладных проектных задач в практику обучения начертательной геометрии. Решение таких задач раскрывает междисциплинарные связи, что вызывает интерес у студентов и способствует формированию целостного восприятия учебной информации, пониманию практической значимости дисциплины. Демонстрация этих связей на примерах решения задач — цель данной работы.

В статье представлен сравнительный анализ эффективности использования различных геометро-графических методов решения задач. Отмечена целесообразность подачи

теоретического материала курса начертательной геометрии на примере практико-направленных задач, связанных с тематикой общетехнических дисциплин. Обосновано использование задач междисциплинарного характера при подготовке к предметным олимпиадам в рамках дополнительных факультативных занятий. Представлены некоторые задачи и алгоритмы их решения методами конструктивного геометрического моделирования. Сделана оценка опыта использования предложенной методики.

**Ключевые слова:** инженерная графика, начертательная геометрия, инженерная геометрия, компьютерная графика, графические методы решения прикладных задач, конструктивные геометрические модели, метод замены плоскостей проекций.

**M.S. Kokorin**

Ph.D. of Engineering, Associate Professor,  
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
29, Polytechnicheskaya str., St. Petersburg, 195251, Russia,  
e-mail: kokorin\_ms@spbstu.ru

**T.V. Markova**

Ph.D. of Engineering, Associate Professor,  
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
29, Polytechnicheskaya str., St. Petersburg, 195251, Russia,  
e-mail: markova\_tv@spbstu.ru

**T.A. Nikitina**

Ph.D. of Engineering, Associate Professor,  
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
29, Polytechnicheskaya str., St. Petersburg, 195251, Russia,  
e-mail: nikitina\_ta@spbstu.ru

## Design Problems in Descriptive Geometry Course

**Abstract.** "Engineering Graphics", "Engineering Geometry", "Engineering and Computer Graphics", as well as other, one way or another called geometric-graphic disciplines, are based on the theory of projection modeling of descriptive geometry. Descriptive geometry is the first section of any such course and is the first discipline representing technical areas of higher education, which university students encounter. Along with physics and mathematics, it becomes the basis for further study of special technical disciplines, as it forms the knowledge and skills of working with design documentation necessary for understanding and completing the tasks of these courses. But projection-graphic methods of descriptive geometry can be useful not only when constructing images in a drawing. The development of information technologies makes it possible to successfully use constructive geometric modeling to solve a variety of problems in general technical disciplines, such as theoretical mechanics, theory of mechanisms and machines, mechanical engineering technology, metallurgy, physics and others, if it is necessary to implement any graphical algorithms or research objects are spatial structures. It seems useful to introduce applied design problems into the practice of teaching descriptive geometry. Solving such problems reveals interdisciplinary connections, which arouses interest among students and contributes to the formation of a holistic perception of educational information and understanding of the practical significance of the discipline. Demonstration of these connections using examples of problem solving is the goal of this work.

The article presents a comparative analysis of the effectiveness of using various geometric-graphical methods for solving problems.

The expediency of presenting theoretical material for a descriptive geometry course is noted using the example of practice-oriented problems related to the topics of general technical disciplines. The use of interdisciplinary tasks in preparation for subject olympiads as part of additional elective classes is justified. Some problems and algorithms for solving them using constructive geometric modeling

methods are presented. An assessment was made of the experience of using the proposed methodology.

**Keywords:** engineering graphics, descriptive geometry, engineering geometry, computer graphics, graphical methods of solving applied problems, constructive geometric models, projection plane replacement method.

## Введение

Методики преподавания дисциплины графического цикла в технических вузах в настоящее время претерпевают серьезные изменения. Курс на усиление фундаментальной составляющей национальной системы высшего образования, в перечень дисциплин которой вошла и инженерная графика, обуславливает необходимость особого внимания к объему, содержанию, используемым образовательным технологиям и организации контрольных мероприятий в обучении дисциплинам, формирующим профессиональные основы в каждой из областей образования.

Отдельные изменения уже произошли: увеличено количество часов, отводимых на освоение дисциплины, пересматриваются рабочие программы дисциплины. Пока открытыми остаются вопросы содержания, соотношения объемов, выделяемых на изучение ее традиционных разделов: начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графики. После длительного периода гонений на начертательную геометрию, результатом которого стало значительное сокращение времени на ее изучение, сейчас есть основания вновь обратить внимание на эту дисциплину, по-новому оценить ее роль в образовании инженера, рассмотреть возможности изучения и применения в образовательном процессе инновационных технологий, таких как 3D-сканирование и работа с облаками точек, генеративный дизайн и технологии искусственного интеллекта, аддитивные технологии, виртуальная и дополненная реальность. Важным при этом представляется не нарушить логическую структуру и целостность дисциплины, не потерять накопленные опытом нескольких поколений преподавателей методические приемы формирования знаний и навыков студентов. Следует сохранять и развивать системный подход, который подразумевает изучение возможностей практического применения методов начертательной геометрии с помощью компьютерных средств конструктивного геометрического моделирования, позволяющих рассматривать геометрические модели как преобразователи информации [1; 7].

Необходимо отметить, что практико-ориентированное обучение — одна из основных тем публикаций, посвященных вопросам совершенствования препода-

вания графических дисциплин [2; 9; 10; 12; 15; 21; 28–30]. Всегда вызывали интерес профессионального сообщества и прикладные задачи, имеющие геометрическую основу, которые поэтому могут быть решены методами начертательной геометрии [3; 14; 16; 23–26]. Прикладные задачи — обязательный элемент заданий олимпиад по начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графике, в частности, региональной студенческой олимпиады вузов Санкт-Петербурга, в течение ряда лет проводимой силами кафедры «Инженерная и машинная геометрия и графика» БГТУ «Военмех» [19] и всероссийской олимпиады на базе РТУ МИРЭА (Российского технологического университета), каждый год собирающей команды студентов со всех уголков страны [11].

Одним из факторов, способствующих интересу к дисциплине, подтверждаемому количеством участников подобных мероприятий, является использование в учебном процессе задач междисциплинарного, практико-направленного характера. Сложность применения методики в курсе начертательной геометрии заключается в том, что обучение начинается в первом семестре и базируется на знаниях школьной программы таких предметов, как геометрия, физика и черчение. Поэтому перед преподавателями графических дисциплин стоит задача дать понятные по своей постановке задания, теоретические основы которых лежат в пределах школьного курса указанных дисциплин, и на основе их графического решения создать понятийный задел для изучения последующих дисциплин, таких как теория механизмов и машин, теоретическая механика и других. Проблема многогранна и требует рассмотрения как вопросов постановки педагогических целей и разработки образовательных методик, так и вопросов определения тематики такого обучения и тематики решаемых задач.

Целью представленной в статье работы является демонстрация междисциплинарных связей курса начертательной геометрии, способов и алгоритмов решения задач методами конструктивного геометрического моделирования с использованием компьютерных средств автоматизации.

Представленные модели реализованы в системе геометрического моделирования «Симплекс», отличительной особенностью которой является возможность синтеза взаимосвязанных геометрических

конструкций — информационных моделей, способных изменять свое состояние под воздействием внешних управляющих факторов. Система разработана Д.В. Волошиновым, профессором Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича [8].

### **1. Общая характеристика графических и графоаналитических методов решения инженерных задач**

Использование графических методов в преподавании инженерных дисциплин имеет значительную историю и подтвердило свою значимость в учебном процессе [13; 27]. Методы используются при создании графических моделей изучаемых объектов и графиков функций различных физических процессов, характеризующих их работоспособность, в том числе графических изображений результатов экспериментов, отражая межпредметные связи инженерных дисциплин. Они позволяют получить наглядное представление об изучаемых объектах, а для некоторых задач являются единственными возможными способами решения.

Понятие «графоаналитические методы» пришло в образовательный процесс из инженерной практики. Графоаналитические методы являются комплексом методических приемов, сочетающих в себе методы решения, основанные на использовании графической информации и способов ее трансформации для возможности применения аналитических зависимостей [17]. Их рассматривают как один из видов математического аппарата и выделяют частные методы, такие как:

- использование геометрических образов векторных уравнений;
- использование тригонометрических тождеств в сочетании с чертежом;
- исследование функций и построение их графиков;
- графическое дифференцирование и интегрирование.

Графоаналитические методы решения инженерных задач получили широкое распространение во второй половине XX в. в частно-предметных областях таких дисциплин как теоретическая механика, сопротивление материалов, теория механизмов и машин, как правило, по причине сложности разработки точных математических моделей объектов и процессов, и применяются до сих пор. Методы наглядны и позволяют получить относительно быстрый результат. Ошибки проектирования, возникающие вследствие упрощения моделей, учитываются в запасе прочности конструкции.

Еще одна весомая причина использования графоаналитических методов связана с возможностью расчета и визуализации функций нескольких переменных. В виде номограмм могут быть представлены

трудно формализуемые многофакторные процессы, например, рабочие характеристики технологических процессов, полученные в результате расчетов, производимых с использованием теории планирования эксперимента.

Говоря о реализации графоаналитических методов и соответствующих им геометрических моделей, обратим внимание на соотношение графической и аналитической части решения. Еще совсем недавно утверждалось, что построение моделей графическим способом осуществляется в сравнительно короткое время и с большой степенью наглядности, но при этом возникают неизбежные погрешности, обусловленные неточностью используемых инструментов (карандаш и линейка). В ряде случаев полученное решение не могло дать полного описания процесса. Так, в классическом методе исследования кинематики механизмов, графическое решение ограничивалось некоторым набором мгновенных состояний. Переход от одного положения к другим требовал решения задачи о положениях, что делало задачу трудоемкой. Но даже наличие множества частных решений не давало общей картины: оставалась необходимость определения конечных перемещений пространственных механизмов при любом произвольном положении ведущего звена.

Проблемы реализации графических решений и совершенствование вычислительной техники в свое время стали причинами расширения области применения аналитических методов расчетов, которые, бурно развиваясь, начали вытеснять графические. Но ситуация меняется. Сегодня геометрические построения, выполняемые с помощью специальных компьютерных программ, дают результаты, сравнимые по точности с полученными аналитически. Благодаря использованию инструментов конструктивного геометрического моделирования, при формировании математической и физической модели объектов, допускающих описание в геометрических терминах, появляется возможность отказаться от аналитических моделей [4; 5]. Геометрическая модель задачи при использовании средств автоматизации разрабатывается быстрее, чем при «ручной» (на бумаге, карандашом) реализации, и оказывается проще, чем аналитическая. Кроме того, такая геометрическая модель позволяет исследовать поведение системы при изменении условий задачи и, что особенно важно, рассмотреть решения при изменении начальных или краевых условий.

Студенты первого курса обычно имеют опыт решения задач графическими способами, но, как правило, объекты изучения в этих задачах находятся в одной плоскости. Пространственные объекты требуют другого подхода. В этом случае с успехом могут

быть использованы алгоритмы решения задач методами начертательной геометрии. Применение современных компьютерных программ и методов конструктивного геометрического моделирования позволяет значительно ускорить решение и принципиально изменить подход к учебному процессу [6]. Ниже приведены некоторые примеры более сложных, проектных задач, которые при определенных условиях могут быть включены в практику обучения начертательной геометрии.

## 2. Проектная задача «Модель катафота»

*Задача формулируется следующим образом:* разработать геометрическую модель физического устройства, известного как катафот или угловой отражатель. Геометрическая модель должна адекватно реагировать на изменение пространственного положения устройства и падающего светового луча, демонстрируя основное назначение — отражение светового луча в направлении источника света.

*Методическая цель:* закрепление знаний свойств операции ортогонального проецирования, формирование навыков решения позиционных и метрических задач с использованием компьютерных средств конструктивного геометрического моделирования.

*Краткая характеристика задачи.* Физические принципы действия исследуемого устройства, в основании которых лежат законы геометрической оптики, полностью описываются геометрически. Это обуславливает возможность создания преобразуемой геометрической модели.

Рассматривается самый простой вариант конструкции. В пространстве задаются три жестко связанные взаимно перпендикулярные плоскости — грани  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $AOC$ . Определяется произвольным образом начальное положение модели и предусматривается возможность изменения положения. Задается направление падения луча на одну из граней и, исходя из условия равенства углов падения и отражения луча, выполняется построение траектории отраженного луча. Производится проверка: после трехкратного отражения световой луч должен быть направлен в сторону источника падающего луча, т.е. падающий луч и отраженный должны быть параллельны друг другу. Работоспособность модели проверяется изменением положения устройства и направления падающего луча.

*Обсуждение и постановка учебной задачи.* В результате обсуждения физических свойств и возможных способов реализации модели совместно со студентами формулируется алгоритм решения, задача разбивается на несколько подзадач:

- 1) сформировать геометрическую модель углового отражателя, построив проекции трех взаимно перпендикулярных плоскостей, составляющих

боковые грани пирамиды с прямыми углами при вершине;

- 2) разработать прием, позволяющий изменять положение модели отражателя в пространстве;
- 3) сформировать геометрическую модель падающего светового луча, задав проекции прямой линии, пересекающей одну из плоскостей в пределах грани пирамиды;
- 4) построить проекции траектории светового луча внутри углового отражателя и получить проекции хода луча после тройного отражения;
- 5) проверить параллельность падающего и отраженного луча;
- 6) проверить работоспособность модели при изменении положения устройства и падающего луча;
- 7) сформировать наглядное изображение модели в аксонометрии.

*Решение.* Анализ задачи показывает, что для ее решения, помимо знания физического свойства равенства углов падения и отражения луча, достаточно знать инвариантные свойства операции ортогонального проецирования, правила проецирования прямого угла и свойства проекций биссектрисы угла. Присутствует элемент изобретательского характера: нужно выбрать удобное для решения начальное положение объектов и придумать способ управления положением.

Разместить в пространстве проектируемое устройство можно по-разному.

Выберем положение, показанное на рис. 1. Одна из граней ( $AOB$ ) установлена на горизонтальную плоскость (обозначена здесь как  $\pi_2$ ), что удобно, так как на горизонтальной плоскости проекций она отображается в натуральную величину, а ребро  $OC$  перпендикулярно плоскости и также отображается в натуральную величину в другой плоскости проекций — фронтальной, обозначенной здесь как  $\pi_1$ . Кроме того, это положение позволяет легко управлять положением устройства: ребро  $OC$  на горизонтальной проекции вырождается в точку, можно осуществлять поворот вокруг этой точки — проекции ребра.

Пусть падающий луч пересекается с гранью  $AOC$ , его направление зададим двумя проекциями прямой  $MN$ . Сначала определим проекцию первой точки пересечения  $R_2$  — на вырожденной проекции грани  $AOB$ , в проекционной связи на фронтальной проекции падающего луча —  $R_1$ . Так как угол падения равен углу отражения, можно построить перпендикуляр  $пAOC_2$  к вырожденной проекции грани  $AOC$  из точки  $R_2$  и проекцию отраженного луча. Плоскость лучей не параллельна горизонтальной плоскости проекций, но биссектриса угла между падающим и отраженным лучом является перпендикуляром к проецирующей грани, а значит, является горизонталью. Это позво-



ляет построить вторую проекцию отраженного от грани  $AOC$  луча – углы между проекциями падающего и отраженного луча равны.

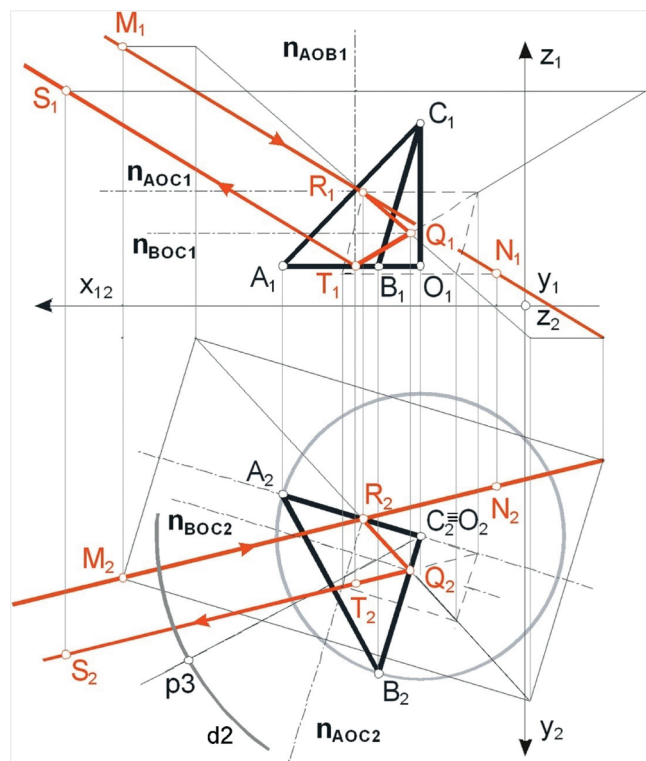


Рис. 1. Модель катафота (углового отражателя).

### Построение траектории светового луча

Точка  $Q_2$  найдется как точка пересечения этой прямой с вырожденной проекцией грани  $BOC$ . Для определения положения точки  $Q_1$  используем свойство биссектрисы ( $n_{AOC}$ ), занимающей положение линии уровня, особенности проецирования прямого угла и инвариантные свойства операции проецирования. Зададим плоскость падающего и отраженного луча и построим фронтальную проекцию отраженного от грани  $AOC$  луча, и на ней точку  $Q_1$  – в проекционной связи с  $Q_2$ .

Проекция луча после второго отражения определим по аналогичному алгоритму. Точки пересечения с третьей гранью  $AOB$ , занимающей горизонтальное положение, определяется проще: сначала  $T_1$  – на вырожденной фронтальной проекции грани, потом –  $T_2$  на проекции плоскости падающего и отраженного луча, в данном случае совпадающей с проекцией лучей.

Параллельность падающего на угловой отражатель и отраженного луча можно проверить инструментально. Задача решена (рис. 1). Для наглядности построена аксонометрическая проекция (рис. 2, а).

Система Симплекс позволяет сделать это, задав координаты точек. Правильность построений демонстрируется с помощью вторичных проекций (рис. 2, б).

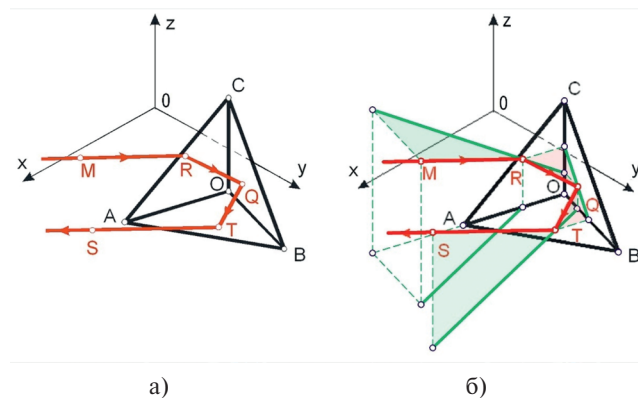


Рис. 2. Аксонометрическая проекция модели углового отражателя

Но цель построений – не просто решить задачу. Цель – построить работающую модель, которая может перестраиваться в зависимости от начальных условий, т.е. адекватно реагировать на изменение направления падающего луча и положения углового отражателя. В этом заключается информационная сущность модели. И основная цель решения задачи студентами – рассмотреть средства и механизмы программы, позволяющие добиться результата.

При реализации геометрического алгоритма накладываются определенные функциональные связи на объекты путем выбора соответствующих команд построения геометрических примитивов и отношений между ними. Схема взаимосвязей объектов алгоритма иллюстрируется панелью «Структура алгоритма». Здесь каждое отношение представлено прямоугольником, имеющим некоторые входные параметры и определенные параметры на выходе, которые порождает данное отношение. Так, на рис. 3 представлен фрагмент структуры алгоритма, иллюстрирующий создание возможности вращения углового отражателя относительно вертикального ребра  $OC$ . Видно, что вращением конструкции углового отражателя управляет точка  $p3$ , принадлежащая окружности  $d2$ . Прямая  $O2p3$  является биссектрисой грани  $AOB$ . Изменение положения управляющей точки  $p3$  позволяет оценить работоспособность модели в условиях постоянства положения падающего луча.

Тестирование модели и анализ полученных результатов показывает, что созданная геометрическая модель углового отражателя адекватно реагирует на изменения пространственного положения устройства и направленного на него светового луча: парал-

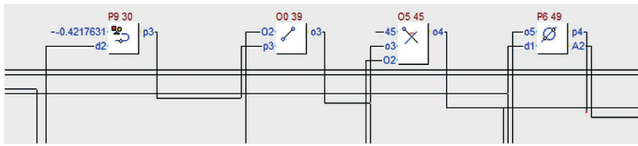


Рис. 3. Фрагмент структуры алгоритма

тельность падающего и отраженного лучей сохраняется.

Заметим, что реализованный механизм управления положением углового отражателя — далеко не единственный. Другие способы, а также другие варианты начального положения модели в пространстве и возможные алгоритмы управления направлением падающего луча обсуждаются на занятии. Студенты реализуют свои индивидуальные предложения в создании геометрической модели.

### 3. Проектная задача «Построение плана положений пространственного шарнирного механизма»

*Задача формулируется следующим образом:* создать геометрическую модель пространственного шарнирного механизма. Геометрическая модель должна воспроизводить положение механизма при любых углах поворота ведущего звена.

*Методическая цель:* формирование навыков работы в системе геометрического моделирования, реализации алгоритмов метода дополнительного ортогонального проецирования и решения метрических задач средствами конструктивного геометрического моделирования, пропедевтика курса теории механизмов и машин — получение представления о содержании смежной дисциплины и опыта решения практической задачи.

*Краткая характеристика задачи.* Рассматриваемый способ построения плана положений пространственного механизма с использованием проекционного моделирования и алгоритмов решения задач начертательной геометрии близок к применяемому в курсе теории механизмов и машин графоаналитическому методу, что способствует достижению поставленных методических целей.

В качестве объекта исследования выбран пятизвенный кривошипно-коромысловый механизм частного вида — один из множества типов пространственных рычажных механизмов, традиционно используемых в сельскохозяйственном и текстильном машиностроении, полиграфической промышленности и приборостроении.

Пространственные рычажные механизмы имеют существенные преимущества по сравнению с плоскими. При синтезе пространственных механизмов можно использовать большее число параметров, поэтому такие механизмы воспроизводят заданную функцию положения со значительно большей точ-

ностью, и их применение в технике позволяет создавать компактные, надёжно работающие машины и устройства, рабочие органы которых могут сравнительно просто осуществлять сложные законы движения.

Особенности пространственных механизмов определяют сферу их применения, а также ее существенное расширение в настоящее время, что связано с проектированием и широким использованием в различных производствах роботов и манипуляторов.

*Геометрическая модель.* Рассматриваемый кривошипно-коромысловый механизм частного вида служит для передачи вращательного движения между двумя скрещивающимися под прямым углом осями при параллельных осях двух вращательных пар, связанных с кривошипом, и параллельных между собой осях двух вращательных пар, связанных с коромыслом. Шаровой шарнир такого механизма находится в центре кинематической цепи.

Рис. 4 дает представление об устройстве механизма. На рис. 5 в ортогональных проекциях изображена его кинематическая схема. Система координат  $Ox_1y_1z_1$  связана со стойкой. Фронтальная плоскость проекций  $\pi_1$  параллельна плоскости  $xOz$ , а горизонтальная плоскость проекций  $\pi_2$  параллельна плоскости  $xOy$ .

Первая вращательная пара определяется стойкой (корпусом механизма) и кривошипом  $OA$ . Ось первой вращательной пары направлена вдоль оси  $Oy$  и задана ортом  $j$ . Вторая вращательная пара образуется кривошипом  $OA$  и шатуном  $AB$ . Ось второй вращательной пары задана ортом  $e$ , параллельным оси  $Oy$ . То есть точка  $A$  расположена на оси второй вращательной пары и перемещается в плоскости  $xOz$ . Шатун  $AB$  образует угол  $\varepsilon$  с ортом  $e$  (осью шарнира).

Третья вращательная пара образуется шатуном  $BC$  и коромыслом  $CD$ , которое, в свою очередь, образует четвертую вращательную пару со стойкой. Оси третьей и четвертой вращательных пар определяются ортами  $f$  и  $g$ , параллельными оси  $Oz$ , т.е. точки  $B$  и  $C$  перемещаются в плоскости, параллельной горизонтальной плоскости проекций и отстоящей от нее на расстоянии  $s$ , причем точка  $C$  движется по окружности.

Конструкция определяется следующими геометрическими параметрами:  $Ra$  — длина ведущего кривошипа  $OA$ ,  $l_1$  и  $l_2$  — длины шатунов  $AB$  и  $BC$ , соединенных шаровым шарниром в точке  $B$ ,  $rC$  — длина ведомого коромысла  $CD$ .

Угловые геометрические характеристики включают в себя угол  $\varepsilon$  — угол, который образует шатун  $AB$  с осью второй вращательной пары (постоянная величина) и угол  $\varphi$  — угол поворота ведущего кривошипа. Особенностью механизма является то, что

точки  $B$ ,  $C$  и  $D$  образуют плоскость, параллельную плоскости проекций  $\pi_2$  и отстоящую от нее на расстоянии  $s$ . Таким образом, проекция  $A_1$  точки  $A$  движется по окружности радиуса  $r_A$  с центром в точке  $O_1$ . Фронтальные проекции  $C_1$  и  $D_1$  точек  $C$  и  $D$  находятся на прямой параллельной оси  $Ox_{12}$  и проходящей на расстоянии  $s$  от неё. Точка  $C_2$  вращается вокруг  $D_2$ .

Угол поворота  $\psi$  коромысла  $CD$  относительно стойки проецируется без искажения на плоскость  $\pi_2$  и равен углу между горизонтальной проекцией  $CD$  и осью  $Oy$ . Угол поворота  $\chi$  шатуна  $BC$  относительно коромысла  $CD$  образован отрезками  $BC$  и  $CD$  и также проецируется без искажения на плоскость  $\pi_2$ .

Исходные данные для построения определяются набором значений постоянных параметров механизма  $h = 160$  мм;  $p = 80,0$  мм;  $s = 20,0$  мм;  $r_A = 45,8$  мм;  $\varepsilon = 60^\circ$ ;  $l_1 = 83,2$  мм;  $l_2 = 100,0$  мм;  $r_C = 50,0$  мм.

Для построения проекций механизма в произвольном положении (рис. 6) выполним последовательно действия:

- 1) зададим проекции осей координат и положение стоек согласно условию;
- 2) в плоскости  $\pi_1$  изобразим окружность радиуса  $r_A$  – проекцию траектории точки  $A$  кривошипа;
- 3) выберем произвольно положение кривошипа, например,  $\varphi = 20^\circ$ , построим две его проекции;
- 4) для определения траектории и крайнего положения точки  $B$  разъем мысленно шаровой шарнир. Тогда шатун  $AB$  будет вращаться вокруг орта  $e$ , образуя коническую поверхность с вершиной в точке  $A$  и углом при вершине, равным удвоенному углу  $\varepsilon$ , а траектория движения точки  $B$  будет совпадать с окружностью основания конуса. Так как орт  $e$  перпендикулярен фронтальной плоскости проекций, то следующее построение можно произвести прямо в плоскостях  $\pi_1$  и  $\pi_2$ , но для удобства использования модели в дальнейшем сделаем преобразование: спроецируем орт  $e$  и шатун  $AB$  на плоскость, перпендикулярную кривошипу. На эпюре появится ось  $x_{13}$ , перпендикулярная  $A_1B_1$ , и проекция орта  $e_3$ , перпендикулярная оси  $x_{13}$ . На луче, проведенном из точки  $A_3 = B_3$  под углом  $\varepsilon = 60^\circ$  к оси (орту  $e$ ), что соответствует положению очерковой образующей конуса, отложим отрезок длиной  $l_1 = |AB|$ . При этом определится высота конуса  $Y_0$  и радиус основания  $l_{11}$  – окружности, по которой движется точка  $B$  при разъемном шаровом шарнире;
- 5) построим фронтальную проекцию окружности вращения точки  $B$  с центром в точке  $A_1$ . Здесь она изобразится в натуральную величину, с радиусом  $l_{11}$ , равным основанию конуса, построенного в  $\pi_3$ ;

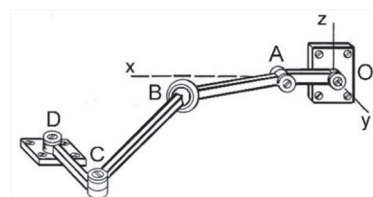


Рис. 4. Схема пространственного пятизвенного кривошипно-коромыслового механизма частного вида

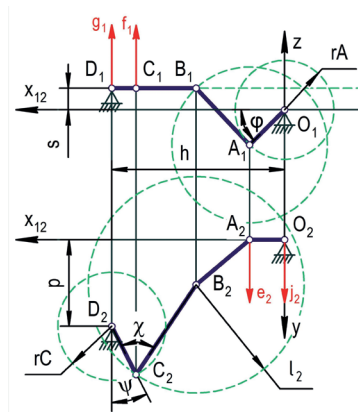


Рис. 5. Расчетная схема и геометрические параметры механизма

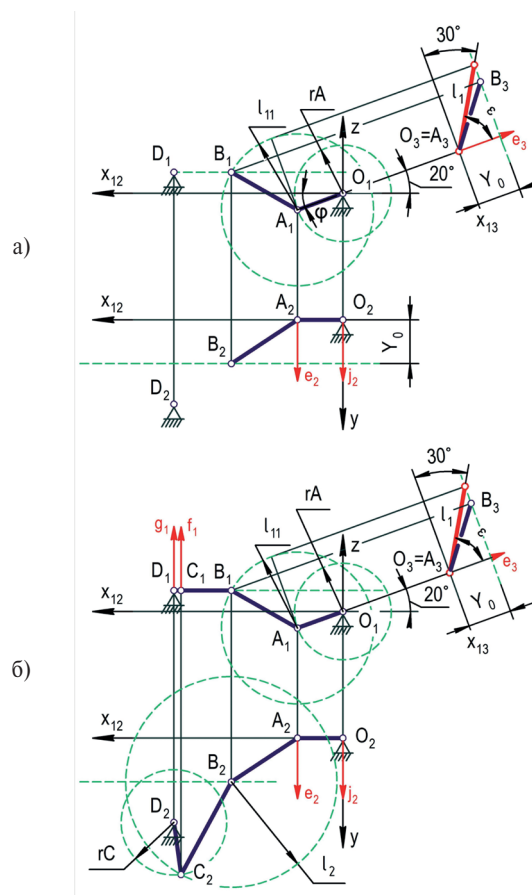


Рис. 6. Построение модели ( $\varphi = 20^\circ$ ): а – определение положения точки  $B$ ; б – определение положения точки  $C$

- 6) построим фронтальную проекцию окружности вращения точки  $B$  с центром в точке  $A_1$ . Здесь она изобразится в натуральную величину, с радиусом  $l_{11}$ , равным основанию конуса, построенного в  $\pi_3$ ;
- 7) определим положение точки  $B_1$ : так как точка  $B$  принадлежит не только шатуну  $AB$ , но и звену  $BC$ , которое движется в горизонтальной плоскости, на 20 мм выше начала координат, то проекцию  $B_1$  отметим в точке пересечения окружности с радиусом  $l_{11}$  и прямой  $D_1C_1$ ;
- 8) в плоскости  $\pi_3$  определим в проекционной связи проекцию  $B_3$  – на прямую, расположенную параллельно оси  $x_{13}$  на расстоянии  $Y_0$  от нее;
- 9) в плоскости  $\pi_2$  построим прямую горизонтальную линию на расстоянии  $Y_0$  от  $A_2$  и проекцию  $B_2$  на ней в проекционной связи с  $B_1$  (рис. 6, а);
- 10) определим проекцию  $C_2$  как точку пересечения двух окружностей: первой – с центром в точке  $D_2$  и радиусом  $rC$  и второй – с центром в точке  $B_2$  и радиусом  $l_2$ ;
- 11) точку  $C_1$  найдем в проекционной связи на прямой  $D_1C_1$  (рис. 6, б).

Модель построена. Работоспособность модели проверена: при изменении значения входного параметра (здесь – это угол поворота кривошипа (табл. 1)): механизм корректно перестраивается, все звенья меняют свое положение, не теряя наложенные на них функциональные связи, что демонстрирует рис. 7. Это позволяет не просто построить план положений механизма (рис. 8, а), определив некоторое количество положений, но и исследовать процесс непрерывно. Так, с помощью модели построен график зависимости значения угла поворота коромысла  $\psi$  от угла поворота кривошипа  $\varphi$  (рис. 8, б), показывающий угол качания коромысла.

Исследование механизма можно продолжить: определить угол прямого и обратного хода, коэффициент изменения средней скорости коромысла и т.д., рассмотреть задачи оптимизации и синтеза, изменяя размеры геометрических параметров, определяя различные начальные и конечные положения входного и выходного звена. Построение планов скоростей и ускорений производится подобным образом.

В заключение, необходимо отметить, что рассмотренный пример является частным случаем шарнир-

ного механизма общего вида, особенности кинематического расчета которого рассматриваются позже, в курсе теории механизмов и машин. Это решение достаточно объемное, и мы не приводим его содержание.

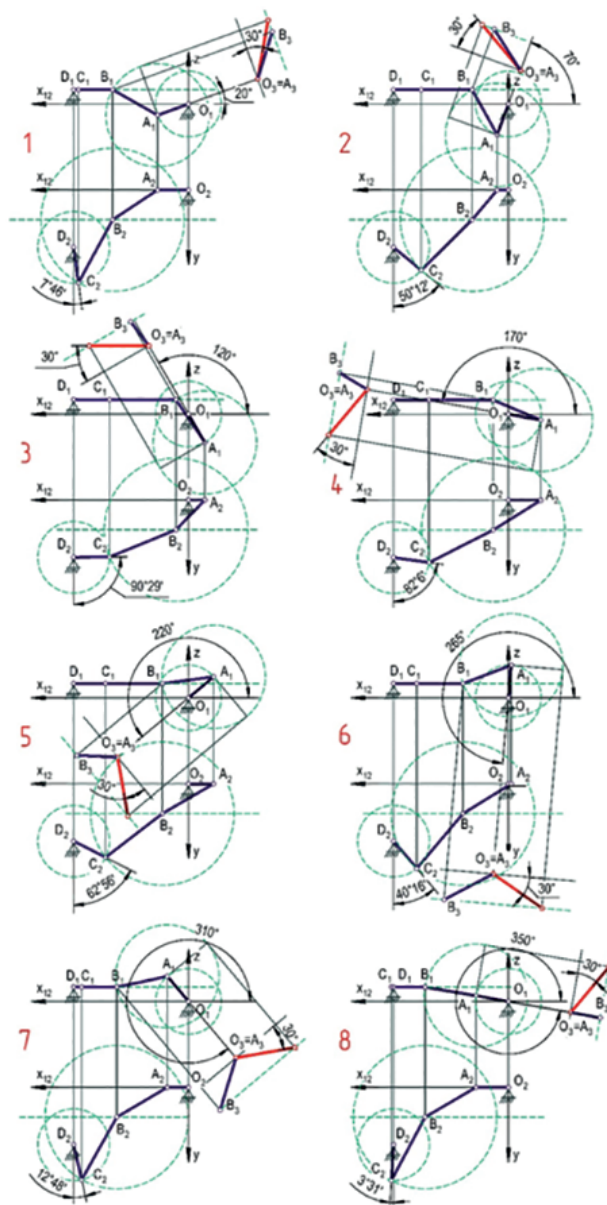


Рис. 7. Положение звеньев механизма при некоторых заданных углах поворота кривошипа

Таблица 1

Положение	№	1	2	3	4	5	6	7	8
Угол поворота кривошипа, град.	$\varphi$	20°	70°	120°	170°	220°	265°	310°	350°
Угол поворота коромысла, град.	$\psi$	–7°48′	–50°12′	–90°29′	–82°6′	–62°56′	–40°16′	–12°48′	3°31′



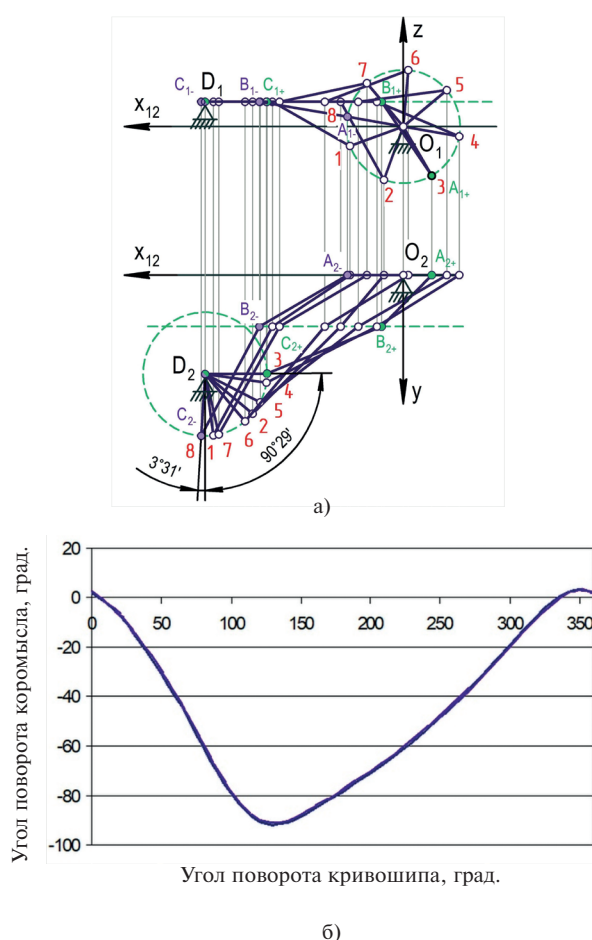


Рис. 8. Исследование механизма: а – план положений, б – график зависимости угла поворота коромысла от угла поворота кривошипа

#### 4. Замечания о возможностях практического применения методики

Задачи, представленные в статье, решены совместно со студентами машиностроительных специальностей, с которыми, в основном, занимаются авторы статьи.

Заметим, однако, что применение описанной методики и использование такого рода прикладных задач, в «массовом» учебном процессе в настоящий момент затруднительно. Основная причина – недостаток временных ресурсов при заметной трудоемкости решения. Актуальная на сегодняшний день рабочая программа начертательной геометрии рассчитана на 36 часов аудиторных практических занятий в первом семестре. Лекции не предусмотрены, знакомство с теорией традиционного классического наполнения [18] осуществляется в процессе решения задач. Существенно помогает комплекс видеоматериалов: записанных в периоды дистанционного обучения видео-лекций и видеоуроков по всем темам. Особое внимание уделяется порядку составления

чертежа технического изделия, формирования изображений [22]. Ведется работа по формированию базы быстро решаемых задач с нестандартными элементами в условии и нестандартными подходами к решению [20], в том числе задач практического характера. Проектные задачи, требующие развернутых построений, как правило, с использованием метода замены плоскостей проекций, также сохраняются и рассматриваются при подготовке к предметным олимпиадам студентов, отобранных по результатам текущего контроля. Здесь обозначим вторую причину сложности массового внедрения методики преподавания с использованием прикладных междисциплинарных задач. Это – существенные различия уровней подготовленности студентов в группах разных специальностей к восприятию новой информации и способностей работать самостоятельно. Более сильные студенты справляются с расширенной программой, в которой уделяется больше внимания вопросам формообразования поверхностей, рассматриваются механизмы применения теории в практике моделирования поверхностей средствами систем автоматизированного проектирования [31].

Отметим, что опыт решения описанной выше второй задачи использован одним из авторов статьи при разработке заданий на курсовую работу по дисциплине «Теория механизмов и машин». На основе геометрических моделей исследованных механизмов были разработаны индивидуальные варианты повышенной сложности: если в стандартном варианте студенты анализируют кинематику плоского механизма, строя план положений, планы скоростей и ускорений, то в усложненном – кинематическому анализу подлежит пространственный механизм, и поэтому используются проекционные модели пространственных векторных уравнений. Интересен опыт сравнения временных затрат аналитических решений и решений, полученных студентами с использованием проекционных методов. Показано явное преимущество геометрического метода: аналитические методы расчета объемны и требуют навыков использования специальных компьютерных программ.

#### Выводы

Поставленная перед преподавателями кафедры с настоящее время задача формирования единой для студентов всех специальностей одной области образования программы фундаментальной дисциплины «Инженерная графика» пока не решена. Однако положительный эффект введения практико-направленных задач и проектного обучения, а также использования современных средств конструктивного геометрического моделирования не вызывает сомне-

ний. Опыт использования таких задач в учебном процессе показал значимость методики: прикладной характер задач способствует усвоению теоретического материала, а также погружает студентов в проблематику смежных общетехнических дисциплин.

Полагаем также, что включение в рабочую программу дисциплины разделов, посвященных изучению методов и инструментов конструктивного геометрического моделирования будет способствовать формированию мнения о начертательной геометрии как о современной информационной науке, методы и понятия которой прослеживаются не только в курсе инженерной графики, но и в большинстве инженерных дисциплин, и позволяют использовать ее алгоритмы при решении задач этих дисциплин, а также и в организации учебного процесса.

Заметим, что успешный опыт применения рассмотренных методов при решении задач позволяет студентам не только представлять роль каждой из учебных дисциплин, понимать и отслеживать междисциплинарные связи, но и демонстрировать свои результаты на научных конференциях, участвовать и побеждать в различных конкурсных и грантовых программах. Нередко при этом возникают нефор-

мальные творческие группы, возникают новые социальные навыки.

Сложность введения методик обучения с использованием проектных и практико-направленных задач в учебный процесс связаны с необходимостью увеличения времени контактной работы преподавателей, что возможно только при организации занятий в виде факультатива или иных форм организации дополнительных занятий для студентов, выражающих интерес и способности. Кроме того, такому курсу требуется информационная поддержка: необходимо познакомить студентов с программными средствами реализации конструктивных алгоритмов.

В заключение отметим, что ближайшим курсом в учебном плане, следующим за начертательной геометрией, является инженерная графика, к моменту начала освоения которой студенты должны иметь не только понимание технологии проецирования и моделирования на чертеже элементарных геометрических образов, но и знание способов образования технических поверхностей. Обеспечить это поможет использование комплекса проектных задач, связанных с формообразованием технических поверхностей и методами их получения и обработки.

## Литература

1. Бойков А.А. К вопросу о методике использования алгоритмов при решении задач начертательной геометрии [Текст] / А.А. Бойков, А.А. Сидоров, А.М. Федотов // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 3. — С. 56–68. — DOI: 10.12737/article\_5bc45add9a2b21.45929543
2. Верещагина Т.А. Инженерная задача как дидактический инструмент для активизации геометро-графической подготовки студентов [Текст] / Т.А. Верещагина, Н.С. Кадыкова, В.В. Рустаян, А.В. Ефремов // Современное профессиональное образование: опыт, проблемы, перспективы: материалы VIII Международной научно-практической конференции: В 2 ч. — Ростов н/Д, 2021. — С. 206–213.
3. Волошинов Д.В. Использование метода дополнительного ортогонального проецирования в практике преподавания курса геометрического моделирования [Текст] / Д.В. Волошинов, М.С. Кокорин // Современное машиностроение. Наука и образование: сборник научных трудов по материалам 3-й Международной научно-практической конференции. — СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского политехнического университета им. Петра Великого, 2013. — С. 76–84.
4. Волошинов Д.В. Конструктивное геометрическое моделирование как перспектива преподавания графических дисциплин [Текст] / Д.В. Волошинов, К.Н. Соломонов // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 2. — С. 10–13. — DOI: 10.12737/778
5. Волошинов Д.В. Научные основы и практика проектирования. Теория и методы геометрического моделирования: учебное пособие [Текст] / Д.В. Волошинов. — СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского политехнического университета им. Петра Великого, 2008. — 183 с.
6. Волошинов Д.В. Некоторые аспекты педагогической модели конструктивного геометрического моделирования [Текст] / Д.В. Волошинов, К.Н. Соломонов, Л.О. Мокрецова, Л.И. Тишук // Физико-техническая информатика (СРТ 2020): Материалы 8-й Международной конференции, Пушкино, Московская обл., 09–13 ноября 2020 года. Ч. 2. — Нижний Новгород: Научно-исследовательский центр физико-технической информатики, 2020. — С. 321–328. — DOI: 10.30987/conferencearticle\_5fd755c0bbd5b8.16491896
7. Волошинов Д.В. О перспективах развития геометрии и ее инструментария [Текст] / Д.В. Волошинов // Геометрия и графика. — 2014. — Т. 2. — № 1. — С. 15–21. — DOI: 10.12737/3844
8. Волошинов Д.В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019619710 Российская Федерация. Симплекс: № 2019618404: заявл. 09.07.2019; опубл. 23.07.2019 / Д. В. Волошинов; заявитель — Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. Бонч-Бруевича».
9. Вышнепольский В.И. Всероссийские научно-методическая конференция «Проблемы инженерной гео-

- метрии» и семинар «Геометрия и графика»: итоги 2021 г. [Текст] / В.И. Вышнепольский, Н.С. Кадыкова, Т.А. Верещагина // Геометрия и графика. — 2022. — Т. — 10. — № 2. — С. 35–52. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-35-52
10. *Вышнепольский В.И.* Курсовое проектирование с применением практико-ориентированного обучения на кафедре инженерной графики РТУ МИРЭА для студентов радиотехнических специальностей [Текст] / В.И. Вышнепольский, Р.А. Вербицкий, А.В. Ефремов // Актуальные проблемы и перспективы развития радиотехнических и инфокоммуникационных систем «РАДИОИНФОКОМ-2021» сборник научных статей V международной научно-практической конференции, Москва, 15–19 ноября 2021 года. — М.: МИРЭА — Российский технологический университет, 2021. — С. 686–691.
  11. *Вышнепольский В.И.* Методические системы подготовки и проведения олимпиад и развития интеллектуальных способностей студентов в РТУ МИРЭА [Текст] / В.И. Вышнепольский, Н.С. Кадыкова, А.В. Ефремов, К.Т. Егиазарян // Геометрия и графика. — 2023. — Т. 11. — № 1. — С. 44–60. — DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-44-60
  12. *Вышнепольский В.И.* Организация практико-ориентированного обучения на кафедре «Инженерная графика» РТУ МИРЭА [Текст] / В.И. Вышнепольский, А.А. Бойков, А.В. Ефремов, Н.С. Кадыкова // Геометрия и графика. — 2023. — Т. 11. — № 1. — С. 35–43. — DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-35-43
  13. *Емельянов С.Г.* Инженерная графика в учебных дисциплинах [Текст]: учеб. пособие / С.Г. Емельянов, В.А. Клименко, П.Н. Учаев, К.П. Учаева; под общ. ред. П.Н. Учаева. — Старый Оскол: ТНТ, 2013. — 352 с.
  14. *Ефремов А.В.* Анализ траектории движения точек аналогов тореугольника Релю, вращаемых в рамках квадратной и ромбовидной форм [Текст] / А.В. Ефремов, Т.А. Верещагина, А.А. Игонина [и др.] // Журнал естественно-научных исследований. — 2021. — Т. 6. — № 2. — С. 31–37.
  15. *Козлова И.А.* Графические дисциплины и информатизация инженерного образования [Текст] / И.А. Козлова, Р.Б. Славин, Б.М. Славин // Геометрия и графика. — 2022. — Т. 10. — № 4. — С. 35–45. — DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-4-35-45
  16. *Кокорин М.С.* Семиотические механизмы геометрического моделирования в современном школьном курсе физики [Электронный ресурс] / М.С. Кокорин, Б.А. Комаров // Современные проблемы науки и образования. — 2018. — № 1. — URL: <http://www.science-education.ru/article/view?id=27434> (дата обращения: 26.01.2024).
  17. *Кондратьев А.С.* Методы решения задач по физике [Текст] / А.С. Кондратьев, Л.А. Ларченкова, А.В. Ляпцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 312 с.
  18. *Красильникова Г.А.* Начертательная геометрия и инженерная графика. Краткий курс лекций по начертательной геометрии [Текст] / Г.А. Красильникова, М.С. Кокорин, Н.С. Иванова. — СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского политех. ун-та им. Петра Великого, 2016. — 88 с.
  19. *Лызлов А.Н.* Начертательная геометрия. Задачи и решения [Текст] / А.Н. Лызлов, М.В. Ракитская, Д.Е. Тихонов-Бугров. — СПб.: Лань, 2011. — 96 с.
  20. *Маркова Т.В.* Концепция выбора задач в обучении начертательной геометрии [Текст] / Т.В. Маркова, И.С. Смирнова, Н.С. Иванова // Современные наукоемкие технологии. — 2024. — № 5-1. — С. 178–185. — DOI: 10.17513/snt.40025
  21. *Маркова Т.В.* Курсовая работа по инженерной графике как инструмент формирования конструкторского мышления [Текст] / Т.В. Маркова, А.Л. Бочков, М.С. Кокорин, Т.А. Никитина // Геометрия и графика. — 2023. — Т. 11. — № 3. — С. 26–38. — DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-3-26-38.
  22. *Маркова Т.В.* Целеполагание в решении задач инженерной геометрии [Текст] / Т.В. Маркова, И.С. Смирнова, Н.С. Иванова // Современные проблемы науки и образования. — 2024. — № 3. — С. 65. — DOI: 10.17513/spno.33411
  23. *Назарова О.Н.* Анализ некоторых задач курса теоретической механики, решаемых методами начертательной геометрии [Текст] / О.Н. Назарова // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 4. — С. 76–83. — DOI: 10.12737/2308-4898-2020-76-83
  24. *Палий Н.В.* Использование способов начертательной геометрии для графического исследования параметров режущей части спирального сверла [Текст] / Н.В. Палий // Геометрия и графика. — 2023. — Т. 11. — № 2. — С. 39–46. — DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-2-39-46
  25. *Поляков Л.Г.* К вопросу практической направленности обучения студентов технического вуза основам начертательной геометрии [Текст] / Л.Г. Поляков, Т.Д. Полякова // Открытое образование. — 2020. — Т. 24. — № 2. — С. 29–38. — DOI: 10.21686/1818-4243-2020-2-29-38
  26. *Савельев Ю.А.* Вычислительная графика в решении нетрадиционных инженерных задач [Текст] / Ю.А. Савельев, Е.Ю. Черкасова // Геометрия и графика. — 2020. — Т. 8. — № 1. — С. 34–45. — DOI: 10.12737 / 2308-4898-2020-33-44
  27. *Сальков Н.А.* Феномен присутствия начертательной геометрии в других учебных дисциплинах [Текст] / Н.А. Сальков, Н.С. Кадыкова // Геометрия и графика. — 2020. — Т. 8. — № 4. — С. 61–73. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-61-73
  28. *Тихонов-Бугров Д.Е.* Проектно-конструкторское обучение инженерной графике: вчера, сегодня, завтра [Текст] / Д.Е. Тихонов-Бугров, С.Н. Абросимов // Геометрия и графика. — 2015. — Т. 3. — № 3. — С. 47–57. — DOI: 10.12737/14419

29. Усанова Е.В. Проектное обучение в базовой геометро-графической подготовке [Текст] / Е.В. Усанова // Вестник Казанского государственного энергетического университета. — 2018. — № 3. — С. 93–103.
30. Федосеева М.А. Методика подготовки студентов технических вузов графическим дисциплинам [Текст] / М.А. Федосеева // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 1. — С. 68–73. — DOI: 10.12737/article\_5c91fed8650bb7.79232969
31. Markova T. Surface modeling in the course of engineering graphics [Текст] / Т. Markova, А. Bochkov, М. Kokorin, Т. Nikitina // CEUR Workshop Proceedings: 30, Saint Petersburg, 22–25 september 2020. Saint Petersburg, 2020.

## References

1. Bojkov A.A., Sidorov A.A., Fedotov A.M. K voprosu o metodike ispol'zovaniya algoritmov pri reshenii zadach nachertatel'noj geometrii [On the question of the method of using algorithms in solving problems of descriptive geometry]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2018, V. 6, I. 3, pp. 56–68. DOI: 10.12737/article\_5bc45add-9a2b21.45929543 (in Russian)
2. Vereshchagina T.A., Kadykova N.S., Rustamyan V.V., Efremov A.V. Inzhenernaya zadacha kak didakticheskij instrumentarij dlya aktivizatsii geometro-graficheskoy podgotovki studentov [Engineering task as didactic tools for intensification the Geometric-graphic learning of students]. *Sovremennoe professional'noe obrazovanie: opyt, problemy, perspektivy: materialy VIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferentsii. V 2 ch.* [Modern professional education: experience, problems, prospects: materials of the VIII International Scientific and Practical Conference. At 2 parts]. Rostov-on-Don. 2021, pp. 206–213. (in Russian)
3. Voloshinov D.V., Kokorin M.S. Ispol'zovanie metoda dopolnitel'nogo ortogonal'nogo proecirovaniya v praktike prepodavaniya kursa geometricheskogo modelirovaniya [Use of additional orthogonal projection in the teaching practice of geometric modeling course]. *Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie: sbornik nauchnykh trudov po materialam 3-j Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Modern mechanical engineering. Science and education: a collection of scientific papers based on the materials of the 3<sup>rd</sup> International Scientific and Practical Conference]. St. Petersburg: Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. 2013, pp. 76–84. (in Russian)
4. Voloshinov D.V., Solomonov K.N. Konstruktivnoe geometricheskoe modelirovanie kak perspektiva prepodavaniya graficheskikh discipline [Constructive geometric modeling as a perspective of teaching graphic disciplines]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2013, V. 1, I. 2, pp. 10–13. DOI: 10.12737/778 (in Russian)
5. Voloshinov D.V. *Nauchnye osnovy i praktika proektirovaniya. Teoriya i metody geometricheskogo modelirovaniya: uchebnoe posobie* [Scientific foundations and design practice. Theory and methods of geometric modeling. A study guide] St. Petersburg: Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University» Publ. 2008, 183 p. (in Russian)
6. Voloshinov D.V., Solomono K.N., Mokrecova L.O., Tishchuk L.I. Some aspects of the pedagogical model of constructive geometric modeling. *Trudy 8 Mezhdunarodnoj konferentsii «Fiziko-tekhnicheskaya informatika»* [Proc. 8<sup>nd</sup> Int. Conf. «Physical and technical informatics»]. Pushchino, Moskovskaya obl., 2020, V. 2, pp. 328–321. DOI: 10.30987/conferencearticle\_5fd755c0bbd5b8.16491896 (in Russian)
7. Voloshinov D.V. O perspektivakh razvitiya geometrii i ee instrumentariya [About Prospects of Development of Geometry and Its Tools]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2014, V. 2, I. 1, pp. 15–21. DOI: 10.12737/3844 (in Russian)
8. Voloshinov D.V. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2019619710 Rossiyskaya Federatsiya. Simpleks: № 2019618404: zayavl. 09.07.2019: opubl. 23.07.2019; zayavitel' Federal'noe gosudarstvennoe byudzhethoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovaniya «Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet telekommunikatsij im. prof. M.A. Bonch-Bruevicha»* [Certificate of state registration of the computer program No. 2019619710 Russian Federation. Simplex: No. 2019618404: Appl. 07/09/2019: publ. 07/23/2019 applicant Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «St. Petersburg State University of Telecommunications named after prof. M.A. Bonch-Bruevich»]. (in Russian)
9. Vyshnepol'skij V.I., Kadykova N.S., Vereshchagina V.I. Vserossijskie nauchno-metodicheskaja konferentsija «Problemy inzhenernoj geometrii» i seminar «Geometrija i grafika»: itogi 2021 g. [All-Russian scientific and methodological conference «Problems of engineering geometry» and the seminar «Geometry and Graphics» 2021]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2022, V. 10, I. 2, pp. 35–52. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-2-35-52 (in Russian)
10. Vyshnepol'skij V.I., Verbickij R.A., Efremov A.V. Kursovoye proyektirovaniye s primeneniym praktiko-oriyentirovannogo obucheniya na kafedre inzhenernoy grafiki RTU MIREA dlya studentov radiotekhnicheskikh spetsial'nostey [Course design using practice-oriented training at the Department of Engineering Graphics of the RTU MIREA for students of radio engineering specialties]. *Sbornik nauchnykh statey po materialam V Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktual'nyye problemy i perspektivy razvitiya radiotekhnicheskikh i infokommunikatsionnykh sistem «Radioinfokom-2021»* [Collection of scientific articles based on materials V International scientific-practical conference «Actual problems and prospects for the development of radio engineering and infocommunication systems «Radioinfocom-2021»]. Moscow. 2021, pp. 686–691. (in Russian)
11. Vyshnepolskiy V.I., Kadykova N.S., Efremov A.V., Egiazaryan K.T. Metodicheskie sistemy podgotovki i provedeniya olimpiad i razvitiya intellektual'nykh sposobnostey studentov v RTU MIREA [Methodological systems for the preparation and holding of olympiads and the development



- of students' intellectual abilities RTU MIREA]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2023, V. 11, I. 1, pp. 44–60. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-44-60 (in Russian)
12. Vyshnepolskiy V.I., Boykov A.A., Efremov A.V., Kadykova N.S. Organizatsiya praktiko-orientirovannogo obucheniya na kafedre «Inzhenernaya grafika» RTU MIREA [Arrangement of Practice-Oriented Learning at the Department of Engineering Graphics RTU MIREA]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2023, V. 11, I. 1, pp. 35–43. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-35-43 (in Russian)
  13. Emel'yanov S.G., Klimenko V.A., Uchaev P.N., Uchaeva K.P. *Inzhenernaya grafika v uchebnykh distsiplinakh* [Engineering graphics in academic disciplines] Staryj Oskol, TNT Publ., 2013. 352 p. (in Russian)
  14. Efremov A.V., Vereshchagina T. A., Igonina A. A., Kadykova N.S., Rustamyan V.V. Analiz traektorii dvizheniya toчек analogov treugol'nika Relo, vrashchaemykh v ramkakh kvadratnoy i rombovidnoy form [Analysis of point's trajectory of the reuleaux triangle analogs, rotated in the framework of square or diamond shapes]. *Zhurnal estestvenno-nauchnykh issledovaniy* [Journal of Natural Science Research]. 2021, V. 6, I. 2, pp. 31–37. (in Russian)
  15. Kozlova I.A., Slavin R.B., Slavin B.M. Graficheskie disdiscipliny i informatizatsiya inzhenernogo obrazovaniya [Graphic Disciplines and Informatization of Engineering Education]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2022, V. 10, I. 4, pp. 35–45. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-4-35-45 (in Russian)
  16. Kokorin M.S., Komarov B.A. Semioticheskie mekhanizmy geometricheskogo modelirovaniya v sovremennom shkol'nom kurse fiziki [Semiotic mechanisms of geometric modeling in a modern school physics course]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, 2018, I. 1. URL: <http://www.science-education.ru/article/view?id=27434> (accessed 26 January 2024).
  17. Kondrat'ev A.S., Larchenkova L.A., Lyaptsev A.V. *Metody resheniya zadach po fizike* [Methods for solving problems in physics] Moscow, FIZMATLIT Publ., 2012. 312 p. (in Russian)
  18. Krasilnikova G.A., Kokorin M.S., Ivanova N.S. *Nachertatel'naya geometriya i inzhenernaya grafika. Kratkij kurs lektsij po nachertatel'noj geometrii* [Descriptive geometry and engineering graphics. Short course of lectures on descriptive geometry]. Saint-Petersburg, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University Publ., 2016. 88 p. (in Russian)
  19. Lyzlov A.N., Rakitskaya M.V., Tihonov-Bugrov D.E. *Nachertatel'naya geometriya. Zadachi i resheniya* [Descriptive geometry. Problems and solutions]. St. Petersburg: Lan' Publ., 2011. 96 p. (in Russian)
  20. Markova T.V., Smirnova I.S., Ivanova N.S. Kontseptsiya vybora zadach v obuchenii nachertatel'noj geometrii [The concept of task selection in teaching descriptive geometry]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii* [Modern science-intensive technologies]. 2024, I. 5-1, pp. 178–185. DOI: 10.17513/snt.40025 (in Russian)
  21. Markova T.V., Bochkov A.L., Kokorin M.S., Nikitina T.A. Kursovaya rabota po inzhenernoj grafike kak instrument formirovaniya konstruktorskogo myshleniya [Coursework in engineering graphics as a tool in the formation of design thinking]. *Geometriya i grafika*. [Geometry and Graphics]. 2023, V. 11, I. 3, pp. 26–38. DOI: 10.12737/23084898-2023-11-3-26-38 (in Russian)
  22. Markova T.V., Smirnova I.S., Ivanova N.S. Tselepolaganie v reshenii zadach inzhenernoj geometrii [Goal setting in solving engineering geometry problems]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern problems of science and education]. 2024, I. 3, p. 65. DOI: 10.17513/spno.33411. (in Russian)
  23. Nazarova O.N. Analiz nekotorykh zadach kursa teoreticheskoy mekhaniki, reshaemykh metodami nachertatel'noj geometrii [Analysis of some problems from a course on theoretical mechanics solved by descriptive geometry's methods]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2019, V. 7, I. 4, pp. 76–83. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-76-83 (in Russian)
  24. Palij N.V. Ispol'zovanie sposobov nachertatel'noj geometrii dlya graficheskogo issledovaniya parametrov rezhushchej chasti spiral'nogo sverla [Using descriptive geometry methods to graphically study the parameters of the cutting part of a twist drill]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2023, V. 11, I. 2., pp. 39–46. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-2-39-46 (in Russian)
  25. Polyakov L.G., Polyakova T.D. K voprosu prakticheskoy napravlenosti obucheniya studentov tekhnicheskogo vuza osnovam nachertatel'noj geometrii [On the issue of practical orientation of teaching technical university students the basics of descriptive geometry]. *Otkrytoye obrazovaniye* [Open education]. 2020, V. 24, I. 2, pp. 29–38. DOI: 10.21686/1818-4243-2020-2-29-38 (in Russian)
  26. Savel'ev Yu.A., Cherkasova E.Yu. Vychislitel'naya grafika v reshenii netraditsionnykh inzhenernykh zadach [Computational graphics in solving non-traditional engineering problems]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2020, V. 8, I. 1, pp. 34–45. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-33-44 (in Russian)
  27. Salkov N.A., Kadykova N.S. Fenomen prisutstviya nachertatel'noy geometrii v drugikh uchebnykh distsiplinakh [The phenomenon of the presence of descriptive geometry in other academic disciplines]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2020, V. 8, I. 4, pp. 61–73. DOI: 10.12737/23084898-2021-8-4-61-73 (in Russian)
  28. Tihonov-Bugrov D.E., Abrosimov S.N. Proektno-konstruktorskoe obuchenie inzhenernoj grafike: vchera, segodnya, zavtra [Project-based design training in engineering graphics: yesterday, today, tomorrow]. *Geometriya i grafika*. [Geometry and graphics]. 2015, V. 3, I 3, pp. 47–57. DOI: 10.12737/14419 (in Russian)
  29. Usanova E.V. Proektnoe obuchenie v bazovoj geometro-graficheskoy podgotovke [Principles of design education the basic geometric and graphic training]. *Vestnik Kazansko-gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin

- 
- of Kazan State Power Engineering University]. 2018, I. 3, pp. 93–103. (in Russian)
30. Fedoseeva M.A. Metodika podgotovki studentov tekhnicheskikh vuzov graficheskimi distsiplinami [Methods of training students of technical universities in graphic disciplines]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2019, V. 7, I. 1, pp. 68–73. DOI:10.12737/article\_5c91fed8650bb7.79232969 (in Russian)
31. Markova T., Bochkov A., Kokorin M., Nikitina T. Modelirovaniye poverkhnosti v kurse inzhenernoy grafiki [Surface modeling in the course of engineering graphics]. *Materialy seminarov TSEUR 30* [CEUR Workshop Proceedings 30]. Saint Petersburg, 22–25 sept. 2020. (in Russian)