

**Богачёва С.В., аспирант,
Никулин А.И., канд. техн. наук, доц.**
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

РАСЧЕТ ПО ПРОЧНОСТИ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ СБОРНО-МОНОЛИТНЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ

sv_bogacheva@mail.ru

Рассмотрены различные виды идеализации поведения перекрытий каркасных зданий: линейно-упругое, пластическое, нелинейное. Описаны стадии напряженно-деформированного состояния сборно-монолитного перекрытия с предварительно-напряженными железобетонными элементами несъемной опалубки. Построена система разрешающих уравнений для расчетной деформационной модели на стадии исчерпания прочности. Для получения аналитических зависимостей, описывающих диаграммы деформирования бетона при неоднородном сжатии и растяжении, приняты энергетические критерии разрушения бетона при сжатии и растяжении. Также выполнен учет процесса ползучести бетона при длительном нагружении с помощью полиномиальной функции Лагранжа, проходящей через заданные точки на диаграмме кратковременного деформирования бетона при неоднородном сжатии.

Ключевые слова: сборно-монолитное перекрытие, железобетонный элемент несъемной опалубки, напряженно-деформированное состояние сечения, нелинейная деформационная модель, ползучесть.

Введение. Определение напряженно-деформированного состояния конструкции плоского безбалочного перекрытия, как для тонкой прямоугольной упругой пластинки постоянной толщины, производится на основе технической теории изгиба, принимая допущения о недеформируемости нормали к срединной плоскости при ее повороте в результате изгиба и отсутствии нормальных напряжений на площадках, параллельных срединной плоскости (гипотезы Кирхгофа). Точное решение для небольшого числа простых задач можно получить, определив функцию прогибов пластинки $\omega(x,y)$, путем интегрирования бигармонического уравнения равновесия изгибаемой пластинки в перемещениях, так называемое уравнение Софи Жермен-Лагранжа, при заданном распределении поперечной нагрузки $q(x,y)$ и граничных условиях на контуре [1, 2, 3, 4]:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q(x,y)}{D}, \quad (1)$$

где D – цилиндрическая жесткость пластинки.

После этого могут быть вычислены усилия в сечениях, выраженные через прогиб пластинки, и напряжения, выраженные через интенсивности соответствующих моментов:

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right); \quad (2)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right); \quad (3)$$

$$M_{x,y} = M_{y,x} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}; \quad (4)$$

$$\sigma_x = \frac{12z}{h^3} M_x; \quad \sigma_y = \frac{12z}{h^3} M_y; \quad \tau_{x,y} = \frac{12z}{h^3} M_{x,y}, \quad (5)$$

где ν – коэффициент Пуассона.

Для сложных схем перекрытия из-за невозможности решения точными аналитическими методами в явном виде в инженерной практике используют приближенные вариационные методы расчета: Ритца-Тимошенко, Бубнова-Галеркина, Конторовича-Власова и численные методы: метод конечных разностей (метод сеток) и наиболее популярный благодаря широкому распространению автоматизированного проектирования строительных конструкций с использованием дискретных расчетных моделей – метод конечных элементов.

Приближенное решение безбалочного перекрытия каркасного здания с регулярной сеткой колонн под действием равномерно-распределенной нагрузки дано Б.Г. Галеркиным [2] и сводится к задаче об изгибе одной прямоугольной панели, опертой в вершинах, на достаточном удалении от краев упругой пластинки.

Российскими и европейскими нормами проектирования [5, 6] определение действительного распределения усилий в таких плитах допускается производить как для упругих систем методом заменяющих (эквивалентных) рам, либо с учетом пластических деформаций – методом предельного равновесия. При этом для сборно-монолитного перекрытия расчет необходимо производить дважды: до и после приобретения

бетоном омоноличивания заданной прочности, с учетом различного снижения жесткости вследствие ползучести сборного и монолитного слоев перекрытия.

Закон распределения напряжений по высоте сечения без трещин при упругом расчете согласно формулам (1) – (5) линейный и не дает правильной оценки работы перекрытия (рис. 1). Расчет выполняется с большим запасом прочности, не позволяя выявить и реализовать резервы конструкции.

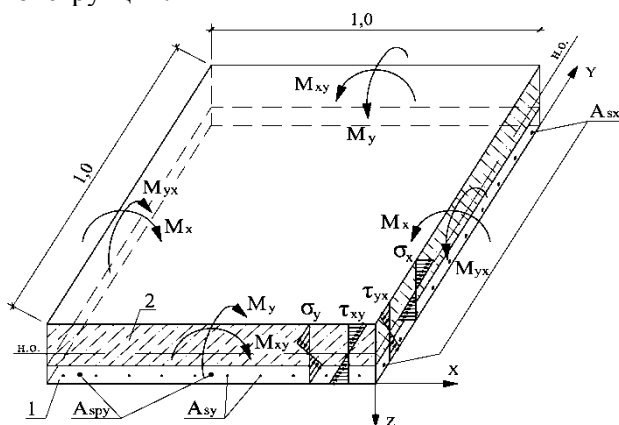


Рис. 1. Схема усилий и распределения напряжений в выделенном элементе сборно-монолитного перекрытия для линейно-упругой модели
1 – предварительно-напряженный элемент несъемной опалубки;
2 - монолитный бетон

Для учета сложного характера перераспределения напряжений между бетоном и арматурой в реальных условиях работы конструкции, вызванного проявлением неупругих деформаций этих материалов (физической нелинейности), истории ее загрузки, уменьшения жесткости сечения вследствие потери преднапряжения и трещинообразования, возраста бетона, неравномерности деформирования необходим расчет по нелинейной деформационной модели.

Методология. В настоящее время имеется значительное количество диаграмм состояния бетона, определяющих связь между напряжениями и относительными деформациями в виде экспоненциальной зависимости, полиномов, степенных, дробных и других функций [7, 8, 9, 10]. В качестве рабочей принята диаграмма бетона при неоднородном сжатии и растяжении, полученная путем трансформирования эталонных диаграмм на основе использования энергетических соотношений [11, 12]. Ее применение позволяет установить вид эпюры распределения нормальных

напряжений в поперечном сечении изгибаемого элемента в условиях неоднородного деформирования, отвечающей фактическому характеру работы. Для снижения количества вычислительных операций, необходимых для описания напряженно-деформированного состояния сечения с учетом ползучести бетона, используется метод, основанный на представлении функции напряжений в виде полинома Лагранжа. Поперечные связи сборного элемента и монолитного бетона по контактному шву считаются абсолютно жесткими.

Основная часть. Рассмотрим последовательно возможные варианты напряженно-деформированного состояния сечения сборно-монолитного перекрытия с предварительным напряжением железобетонных элементов несъемной опалубки на разных стадиях его работы. Техническое описание конструктивного решения перекрытия приведено в [13, 14]. На стадии приобретения бетоном омоноличивания заданной прочности в зависимости от величины нагрузки от его массы и шага монтажных элементов опорной конструкции бетон и арматура элемента несъемной опалубки работают упруго (рис. 2, а), либо с развитием неупругих деформаций в арматуре растянутой зоны и началом процесса погашения предварительного напряжения (рис. 2, б). После приобретения бетоном омоноличивания заданной прочности и приложения эксплуатационных нагрузок при полностью растянутом сечении элемента несъемной опалубки возможны два варианта начала трещинообразования: в самом элементе опалубки (рис. 2, в) или в растянутой зоне монолитного бетона при его относительно низких значениях сопротивления растяжению в сравнении с сборным бетоном (рис. 2, г). Эпюра напряжений двузначная с характерным скачком в зоне контактного шва. Стадия исчерпания прочности характеризуется полным погашением предварительного напряжения с образованием сквозных трещин в элементе несъемной опалубки и трещин небольшой интенсивности в растянутой зоне монолитного бетона, достижением напряжений в сжатом бетоне значений временного сопротивления сжатию (рис. 2, д).

Выполним построение расчетной физической модели нормального сечения на стадии исчерпания прочности. Для этой модели два уравнения равновесия внутренних и внешних сил имеют вид:

$$\sigma_{s1}A_{s1} + \sigma_{sp1}A_{sp1} - bx_c\omega_cR_{b2} + bx_t\omega_tR_{bt2} = 0; \quad (6)$$

$$M_{ult} = bx_c^2\omega_cR_{b2}(1 - \gamma_c) + bx_t^2\omega_tR_{bt2}(1 - \gamma_t) + \sigma_{s1}A_{s1}(h - x_c - a_s) + \sigma_{sp1}A_{sp1}(h - x_c - a_{sp}), \quad (7)$$

где σ_{s1} , σ_{sp1} – напряжения в растянутой напрягаемой и ненапрягаемой с учетом потерь предва-

рительного напряжения арматуре площадью сечения A_{s1} и A_{sp1} ; R_{b2} , R_{bt2} – расчетные сопротив-

ления монолитного бетона осевому сжатию и растяжению соответственно; x_c , x_t – условная высота сжатой и растянутой зон монолитного бетона соответственно; ω_c , ω_b , γ_c , γ_t – интегральные геометрические характеристики эпюр напряжений сжатой и растянутой зон монолитного бетона, определяемые по формулам:

$$\omega_c = \frac{\int_0^{x_c} \sigma_b dz}{\sigma_{b2} x_c}; \quad \omega_t = \frac{\int_0^{x_t} \sigma_{bt} dz}{\sigma_{bt2} x_t}; \quad (8)$$

$$\gamma_c = \frac{\int_0^{x_c} \sigma_b z dz}{x_c \int_0^{x_c} \sigma_b dz}; \quad \gamma_t = \frac{\int_0^{x_t} \sigma_{bt} z dz}{x_t \int_0^{x_t} \sigma_{bt} dz} \quad (9)$$

Для вывода конкретных алгебраических выражений для вычисления коэффициентов используются соответствующие уравнения, описывающие диаграмму деформирования бетона при неоднородном сжатии [11].

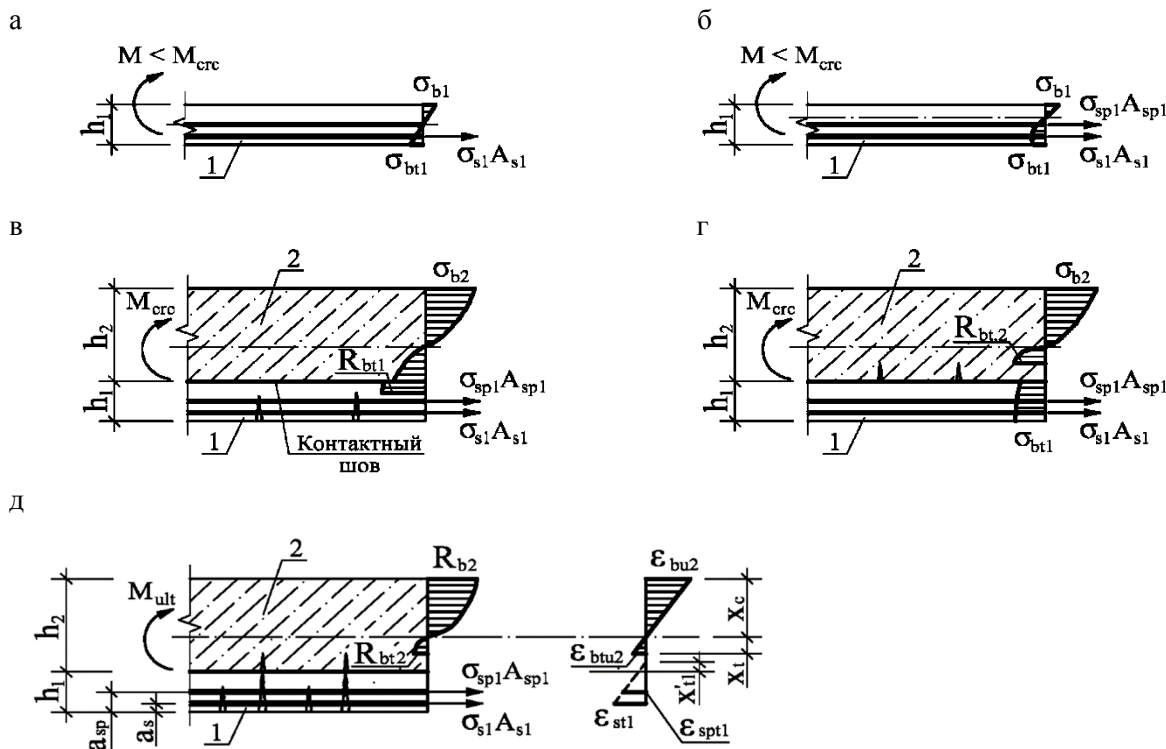


Рис. 2. Схема распределения напряжений и деформаций в нормальном сечении сборно-монолитного перекрытия для нелинейной модели: а, б – стадия приобретения бетоном омоноличивания прочности; в, г, д – стадия эксплуатации; 1 – предварительно-напряженный элемент несъемной опалубки; 2 – монолитный бетон

Значения напряжений σ_{s1} , σ_{sp1} в арматурных стержнях находим из кусочных функций, описывающих диаграммы растяжения стали с физической и условной площадкой текучести [15].

Неизвестные размеры сжатой и растянутой зон получаем в соответствии с гипотезой плоских сечений из условия совместности деформаций:

$$\frac{\varepsilon_{bu2}}{x_c} = \frac{\varepsilon_{bt2}}{x_t}; \quad (10)$$

$$\frac{\varepsilon_{st1}}{\varepsilon'_{bt1}} = \frac{h_1 + x'_t - a_s}{x'_t}; \quad (11)$$

$$\frac{\varepsilon_{spt1}}{\varepsilon'_{bt1}} = \frac{h_1 + x'_t - a_{sp}}{x'_t}; \quad (12)$$

и условия равенства кривизны сборного и монолитного слоев перекрытия, приведенной к одной точке, лежащей на контактном шве:

$$\frac{x_c}{\varepsilon_{bu2}} - x_c + h_2 = \frac{x'_t}{\varepsilon'_{bt1}} \quad (13)$$

Нелинейная ползучесть бетона может быть учтена по предложенной А.Д. Бегловым модели напряженно-деформированного состояния при длительном нагружении, описываемой системой дифференциальных уравнений третьего порядка [8, 16]. Для этого находятся значения полиномиальной функции, которая проходит через заданные точки на диаграмме кратковременного деформирования бетона при неоднородном сжатии. Определяются коэффициенты полинома из решения системы соответствующих алгебраиче-

ских уравнений. Деформации волокон в сечении $\varepsilon_{bi}(t)$ в этих уравнениях уже являются функциями времени, подлежащими нахождению из основного закона нелинейной ползучести.

Выводы. Построена система разрешающих уравнений для расчета прочности нормальных сечений пролетных зон сборно-монолитного перекрытия каркасного здания (без установки дополнительного армирования в слое монолитного бетона) по нелинейной деформационной модели на основе диаграмм состояния бетона при неоднородном сжатии и растяжении, гипотезы плоских сечений и гипотезы о совпадении нейтральных осей деформации и напряжений. Критерием прочности является достижение предельных относительных деформаций в бетоне сжатой зоны или арматуре.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вайнберг Д.В., Вайнберг Е.Д. Расчет пластин. Киев: Будівельник, 1970. 436 с.
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Изд-во Наука, 1966. 636 с.
3. Погорелов В.И. Строительная механика тонкостенных конструкций. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 528 с.
4. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Г.С. Варданян [и др.] М.: Изд-во АСВ, 1995. 568 с.
5. Руководство по расчету статически неопределимых железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1975. 192 с.
6. Алмазов В.О. Проектирование железобетонных конструкций по Евронормам. – М.: Изд-во АСВ, 2011. 216 с.
7. Кодыш Э.Н., Никитин И.К., Трекин Н.Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Изд-во АСВ, 2010. 352 с.
8. Беглов А.Д., Санжаровский Р.С. Теория расчета железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и Евростандарты. М.: Изд-во АСВ, 2006. 221 с.
9. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
10. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.
11. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях / Г.А. Гениев [и др.]. М.: Изд-во АСВ, 2004. 216 с.
12. Никулин А.И. К уточнению величин предельных относительных деформаций бетона в сжатой зоне изгибаемых железобетонных элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2014. №8. С. 12–15.
13. Пат. 165803 Российская Федерация, МПК Е04В 5/38, Е04В 5/43. Сборно-монолитное перекрытие каркасного здания / Богачёва С.В.; заявитель и патентообладатель Богачёва С.В. - №2016120732/03; заявл. 26.05.2016; опубл. 10.11.2016, Бюл. №31. 2 с.
14. Пат. 172744 Российская Федерация, МПК Е04В 5/17. Сборно-монолитное перекрытие каркасного здания / Богачёва С.В., Никулин А.И.; заявитель и патентообладатель Богачёва С.В. - №2017110553; заявл. 29.03.2017; опубл. 21.07.2017, Бюл. №21. 1 с.
15. Никулин А.И. Универсальная зависимость для аналитического описания диаграмм растяжения арматурной стали // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2015. №3. С. 157–162.
16. Беглов А.Д., Кузнецов С.В., Санжаровский Р.С., Бондаренко В.М. Нелинейная ползучесть железобетонных балок // Бетон и железобетон. 2005. №3. С. 26–29.

Информация об авторах

Богачёва Светлана Валерьевна, аспирант кафедры строительства и городского хозяйства.

E-mail: sv_bogacheva@mail.ru.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Никулин Александр Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.

E-mail: nikulin137@yandex.ru.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Поступила в январе 2018 г.

© Богачёва С.В., Никулин А.И., 2018

S.V. Bogacheva, A.I. Nikulin
**STRENGTH DESIGN OF NORMAL SECTIONS OF THE PRECAST-MONOLITHIC
 SLABS OF FRAME BUILDINGS**

Different ways of optimization of the frame buildings' slabs behavior have been considered: linear-elastic, plastic and non-linear. The stages of stress-strain state of precast-monolithic slabs with the pre-stressed concrete permanent formwork have been described. A set of resolving equations for the calculation deformation model at the stage of strength depletion has been constructed. To obtain the analytical dependences describing the diagrams of concrete deformation at a non-uniform compression and tension, the energy criteria for concrete destruction at compression and tension were taken. The process of creep flow under long-term loading was calculated with the help of the Lagrange polynomial function, passing through given points on the diagram of short-term concrete deformation at the non-uniform compression.

Keywords: *precast-monolithic slab, reinforced concrete permanent formwork, stress-strain behavior of a section, non-linear deformation model, creep flow.*

REFERENCES

1. Vainberg D.V., Vainberg E.D. Design of plates. Kiev: Budivelnik. 1970, 436 p.
2. Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S. Plates and shells. M.: Nauka. 1966, 636 p.
3. Pogorelov V.I. Construction mechanics of thin-walled structures. SPb.: BKhV-Peterburg. 2007, 528 p.
4. Vardanjan G.S. Resistance of materials with the fundamentals of the theory of elasticity and plasticity. M.: ASB. 1995, 568 p.
5. Guidance document for the design of statically indeterminate reinforced concrete structures. M.: Stroiizdat. 1975, 192 p.
6. Almazov V.O. Design of reinforced concrete structures by Evronorms. M.: ASV. 2011, 216 p.
7. Kodysh E.N., Nikitin I.K., Trekin N.N. Design of reinforced concrete structures from heavy concrete for strength, crack resistance and deformation. M.: ASV. 2010, 352 p.
8. Beglov A.D., Sanzharovskii R.S. Theory of design reinforced concrete structures for strength and stability. Actual norms and European standards. M.: ASV. 2006, 221 p.
9. Karpenko N.I. General mechanics model of reinforced concrete. M.: Stroiizdat. 1996, 416 p.
10. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design models of resistance to reinforced concrete. M.: ASV. 2004, 472 p.
11. Geniev G.A. Strength and deformability of reinforced concrete structures under beyond design impacts. M.: ASV. 2004, 216 p.
12. Nikulin A.I. To clarifying the limiting relative strains of concrete in the compression area of bending reinforced concrete elements // Industrial and Civil Engineering, 2014, no. 8, pp. 12–15.
13. Bogacheva S.V. Precast-monolithic slabs of frame buildings. Patent RF, no. 2016120732/03, 2016.

Information about the author

Svetlana V. Bogacheva, Postgraduate student.

E-mail: sv_bogacheva@mail.ru.

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov.
 Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Aleksandr I. Nikulin, PhD, Assistant professor.

E-mail: nikulin137@yandex.ru.

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov.
 Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Received in January 2018