

Аверкова О.А., д-р техн. наук, проф.,  
Крутикова Д.Н., магистр,  
Логачев И.Н., д-р техн. наук, проф.,  
Логачев К.И., д-р техн. наук, проф.,  
Уваров В.А., д-р техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ ЭКРАНИРОВАННОГО БОРТОВОГО ОТСОСА\*

kilogachev@mail.ru

Разработана математическая модель течения вблизи бортового отсоса от гальванической ванны. Расчетные соотношения получены при помощи метода конформных отображений. Построены линии тока при разных размерах механического экрана, расходов стока и паров вредностей.

**Ключевые слова:** местный отсос, метод конформных отображений, гальваническая ванна.

**Введение.** Процессы в гальванических ваннах сопровождаются выбросами загрязняющих веществ: аэрозоли едких щелочей, хлористый водород, никель, хромовый ангидрид, серная кислота и т.д. [1–3]. Наиболее надежным, но и энергоемким способом локализации выбросов загрязняющих веществ в местах их образования является местный вентиляционный отсос (МВО) (рис. 1).

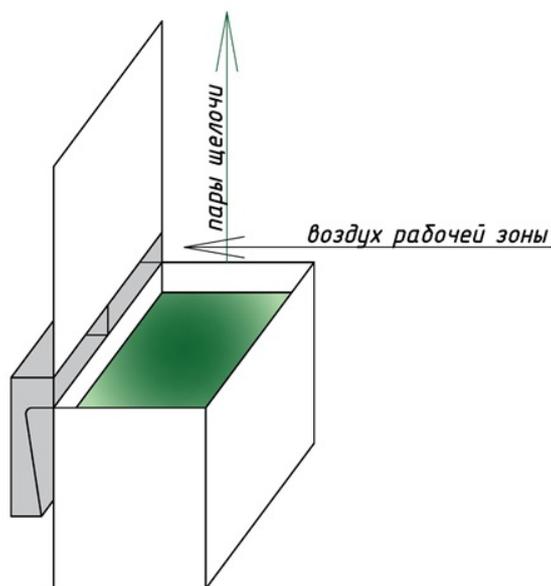


Рис. 1. Схема гальванической ванны с бортовым отсосом

Расчет необходимой производительности МВО обычно осуществляют аналитическим методом с помощью конформных отображений либо численным методом дискретных особенностей [4–7]. Механическое экранирование МВО позволяет уменьшить количество удаляемого воздуха бортовым отсосом за счет ограничения области действия линейного стока и, следовательно, снизить количество потребляемой электроэнергии приточно-вытяжными установками.

Цель работы: разработка математической модели течения воздуха вблизи бортового отсоса, необходимой для создания рекомендаций по уменьшению расхода удаляемого воздуха однобортовым отсосом от гальванической ванны, путем совершенствования конструкции и методики расчета МВО.

**Вывод расчетных соотношений.** Для того чтобы описать гидродинамическое поле ограниченного линейного стока осуществим конформное отображение вспомогательной полуплоскости  $\text{Im}(t) > 0$  на внутренней многоугольнике  $A_3A_1A_2A_1^*A_3$  верхней физической полуплоскости  $\text{Im}(z) > 0$  (рис. 2).

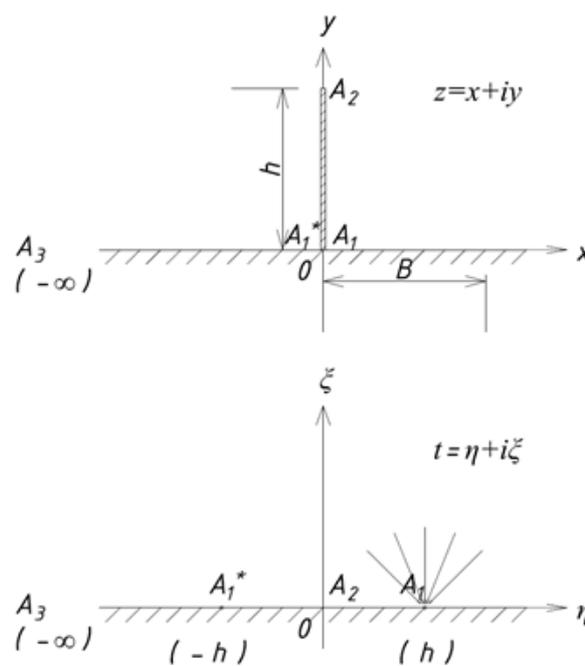


Рис. 2. Конформное отображение верхней полуплоскости  $t = \eta + i\xi$  на полуплоскость  $z = x + iy$  с разрезом  $0A_3$

Эти полуплоскости имеют следующие особенности: во вспомогательной полуплоскости  $t = \eta + i\xi$ ,  $\xi > 0$  на расстоянии  $h$  на действительной оси расположен точечный полусток производительностью  $Q_0$  ( $m^3/m \cdot c$ ) с комплексным потенциалом

$$w_0 = -\frac{Q_0}{\pi} \ln(t - h). \quad (1)$$

Физическая область  $z = x + iy$ ,  $y > 0$  имеет вертикальный щит  $A_1A$  высотой  $h$ . Отображение областей сделаем таким образом, чтобы сток

$$= c_1 \int_0^t (t+h)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (t-0)^{2-1} \cdot (t-h)^{\frac{1}{2}-1} dt + hi = c_1 \int_0^t \frac{tdt}{\sqrt{t^2-h^2}} + hi == c_1 \sqrt{t^2-h^2} + hi(1-c_1). \quad (2)$$

Учитывая, что при  $t = h$ ,  $z = 0$ , имеем  $c_1=1$ , тогда

$$z = \sqrt{t^2-h^2} \quad (3)$$

или

$$t = \sqrt{z^2+h^2} \quad (4)$$

и комплексный потенциал стока помещенного в вершину угла  $A_2A_1A_3$ , в силу (1) будет

$$w_0 = -\frac{Q_0}{\pi} \ln(\sqrt{z^2+h^2} - h). \quad (5)$$

Комплексный потенциал, как известно связан с эквипотенциалами и линиями тока соотношением

$$\varphi + i\psi = w_0 = -\frac{Q_0}{\pi} \ln(\sqrt{z^2+h^2} - h), \quad (6)$$

которое легко выражается следующим уравнением:

$$e^{-\bar{\varphi}\pi - i\bar{\psi}\pi} = \sqrt{z^2+h^2} - h, \quad (7)$$

где для простоты записи принято  $\bar{\varphi} = \frac{\varphi}{Q_0}$  – безразмерная эквипотенциаль,  $\bar{\psi} = \frac{\psi}{Q_0}$  – безразмерная линия тока.

Разделив соотношение (7) на действительную и мнимую части (используя соотношение Эйлера  $e^{i\beta} = \cos\beta + i\sin\beta$ ) получим систему двух уравнений описывающих ортогональную сетку эквипотенциалей и линий тока

$$e^{-\bar{\varphi}\pi} \cos\bar{\psi}\pi = \text{Re}(A), \quad (8)$$

$$-e^{-\bar{\varphi}\pi} \sin\bar{\psi}\pi = \text{Im}(A), \quad (9)$$

где  $A$  – правая часть комплексной функции (7)

$$A = \sqrt{z^2+h^2} - h. \quad (10)$$

При численном задании  $z = x+iy$  и  $h$  комплексная функция ( $\text{Im}(A)$  – мнимая часть и  $\text{Re}(A)$  – действительная часть) численно легко определяется в специальной математической среде Maple.

И, следовательно, в этой среде легко решается численно уравнения (8) и (9) и графически

находился в вершине  $A_1$  угла  $A_2A_1A_3$ . Этим усилим сносящийся поток паровоздушной смеси над зеркалом ванны.

Такое отображение верхней полуплоскости  $\text{Im}(t) > 0$  на внутреннюю часть многоугольника  $A_3A_1A_2A_1^*A_3$  физической полуплоскости  $\text{Im}(z) > 0$  осуществляем с помощью интеграла Кристоффеля-Шварца, который запишем с очевидным соответствием точек

изображается гидродинамическая сетка плоского потенциального течения.

Связанная система уравнений (8) и (9) в результате расчета дает сразу точку пересечения эквипотенциали  $\bar{\varphi}$  и линии тока  $\bar{\psi}$ .

Используя комплексный потенциал (5) можно вычерчивать независимо эквипотенциали  $\bar{\varphi}$  и линии тока  $\bar{\psi}$ , разделив соотношение (6) на действительные и мнимые части

$$\bar{\varphi} = -\frac{1}{\pi} \text{Re}(G), \quad \bar{\psi} = \frac{1}{\pi} \text{Im}(F),$$

где

$$G = \ln(\sqrt{z^2+h^2} - h), \quad (11)$$

$F$ - комплексная функция

$$F = \sqrt{r_2} e^{i\beta_2}, \quad (12)$$

$$\beta_2 = \arctg \frac{b_2}{a_2} + \begin{cases} 0 & \text{при } a_2 > 0 \\ \pi & \text{при } a_2 < 0; b_2 \geq 0 \\ -\pi & \text{при } a_2 < 0; b_2 < 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$r_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}; a_2 = \sqrt{r_1} \cos \frac{\alpha_1}{2} - h; b_2 = \sqrt{r_1} \sin(\frac{\alpha_1}{2}); \quad (14)$$

$$r_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}; a_1 = h^2 + x^2 - y^2; b_1 = 2xy; \quad (15)$$

$$\alpha_1 = \arctg \frac{b_1}{a_1} + \begin{cases} 0 & \text{при } a_1 > 0 \\ \pi & \text{при } a_1 < 0; b_1 \geq 0 \\ -\pi & \text{при } a_1 < 0; b_1 < 0 \end{cases} \quad (16)$$

Таким образом

$$\bar{\varphi} = -\frac{1}{\pi} \ln(\sqrt{r_2}), \quad (17)$$

$$\bar{\psi} = -\frac{1}{\pi} \beta_2. \quad (18)$$

Движение гравитационно поднимающихся паров раствора осуществляется в сторону бортового отсоса аэродинамически представляющего плоским стоком, ограниченного ломанной плоскостью  $A_3A_1A_2A_1^*A_3$  (см. рис. 2). Комплексный потенциал этого отсоса найденный с помощью метода конформных отображений запишем в виде

$$W_0 = -\frac{Q_0}{\pi} \ln(\sqrt{z^2+h^2} - h), \quad (19)$$

где  $Q_0$  – мощность стока,  $m^3/(c \cdot m)$ ;  $z = x+iy$  – произвольная комплексная точка верхней физической полуплоскости,  $m$ ;  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;  $h$  – высота экрана (длиной  $A_1A_2$ ),  $m$ .

Полагаем, что плоский сток взаимодействует с вертикальным плоским равномерным потоком паров вредностей со скоростью

$$u_y = -\frac{L_n}{B}, m/c, \quad (20)$$

где  $L_n$  – удельный расход паров вредностей,  $m^3/(c \cdot m)$ ;

$$+i\psi = W_o + W_n = W = -\frac{Q_o}{\pi} \ln(\sqrt{z^2 + h^2} - h) - i\frac{L_n}{B} z \quad (22)$$

или

$$-\varphi_1 - i\psi_1 = \frac{1}{\pi} \ln(\sqrt{z^2 + h^2} - h) + i\frac{z}{r \cdot B}, \quad (23)$$

где для простоты записи принято  $\varphi_1 = \frac{\varphi}{Q_o}$  – безразмерная эквивалентность;  $\psi_1 = \frac{\psi}{Q_o}$  – безразмерная линия тока;  $r = \frac{Q_o}{L_n}$  – безразмерная производительность бортового отсоса.

Построение гидродинамической сетки можно выполнить в среде Maple на основании решения следующих двух уравнений, полученных разделением уравнения (23) на действительную и мнимую части

$$\varphi_1 - \frac{y}{r \cdot B} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Re}(G) = 0; \quad (24)$$

$$\psi_1 + \frac{x}{r \cdot B} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Im}(G) = 0, \quad (25)$$

где

$$G = \ln(\sqrt{x^2 - y^2 + h^2 + i \cdot 2xy} - h); \quad (26)$$

$\operatorname{Re}(G)$  – действительная часть логарифма  $G$ ;  $\operatorname{Im}(G)$  – мнимая часть этого логарифма.

Определим поле скоростей паровоздушной смеси над ванной. Для этого определим величину комплексной скорости, пользуясь соотношением (22) для комплексного потенциала.

Известно, что эти комплексные величины связаны равенством

$$u_x - iu_y = \frac{dW}{dz}, \quad (27)$$

В силу (22)

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{Q_o}{\pi} \frac{z}{(\sqrt{z^2 + h^2} - h)\sqrt{z^2 - h^2}} - i\frac{L_n}{B} \quad (28)$$

или приняв для удобства записи

$$\omega = \sqrt{z^2 + h^2} = \sqrt{x^2 - y^2 + h^2 + 2ixy}; \quad (29)$$

уравнение (28) перепишем в виде

$B$  – ширина ванны,  $m$ .

Комплексный потенциал вертикального потока этих паров запишем в виде

$$W_n = -i\frac{L_n}{B} z. \quad (21)$$

Таким образом, линии тока отсасываемых паров будут описываться суммой вышеприведенных потенциалов, т.е. гидродинамическая сетка будет описываться соотношением

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{Q_o}{\pi} \frac{z}{(\omega - h)\omega} - i\frac{L_n}{B}. \quad (30)$$

Разделив правую часть соотношения (30) на действительную и мнимую части, которую обозначим

$$V = -\frac{Br}{\pi} \cdot \frac{z}{(\omega - h)\omega} - i, \quad (31)$$

получим легко решаемое в универсальной математической системе Maple расчетные уравнения

$$U_x = \operatorname{Re}(V); \quad (32)$$

$$U_y = -\operatorname{Im}(V); \quad (33)$$

где  $U_x = \frac{u_x}{u_n}$ ;  $U_y = \frac{u_y}{u_n}$ ;  $u_n = \frac{L_n}{B}$ ;  $V = \frac{dW}{dz} / u_n$ .

Тогда соотношения (31), (32), (33) принимают безразмерный вид

$$V = -\frac{r}{\pi} \frac{\bar{z}}{(\bar{\omega} - \bar{h})\bar{\omega}} - i; U_x = \operatorname{Re}(V); U_y = -\operatorname{Im}(V);$$

где  $\bar{z} = \bar{x} + i\bar{y}$ ;  $\bar{x} = \frac{x}{B}$ ;  $\bar{y} = \frac{y}{B}$ ;  $\bar{h} = \frac{h}{B}$ .

Т.е. все линейные размеры заданы и отнесены к ширине ванны  $B$ ,

$$\bar{\omega} = \sqrt{\bar{z}^2 + \bar{h}^2},$$

а отношение расхода, отсасываемого бортовым отсосом воздуха ( $Q_0$ ) к расходу поднимающейся паровоздушной смеси над ванной ( $L_n$ ) обозначено  $r = \frac{Q_0}{L_n}$ . [8, 9].

Линии тока потока при разных размерах экрана и соотношения  $r$  показаны на рис.3-8. Как видно из этих графиков, экранирование бортового отсоса значительно увеличивает объем отсасываемых паров раствора даже при равных расходах  $Q_0$  и  $L_n$  (рис.3 и 4). Так, при высоте экрана  $h = 0,8B$  и  $r = 1$ , расход удаляемых паров увеличивается с  $0,5L_n$  (при  $h = 0$ ) до  $0,9L_n$ . Этот рост сохраняется и при увеличении  $r$  и  $h$  (рис.5 – 8).

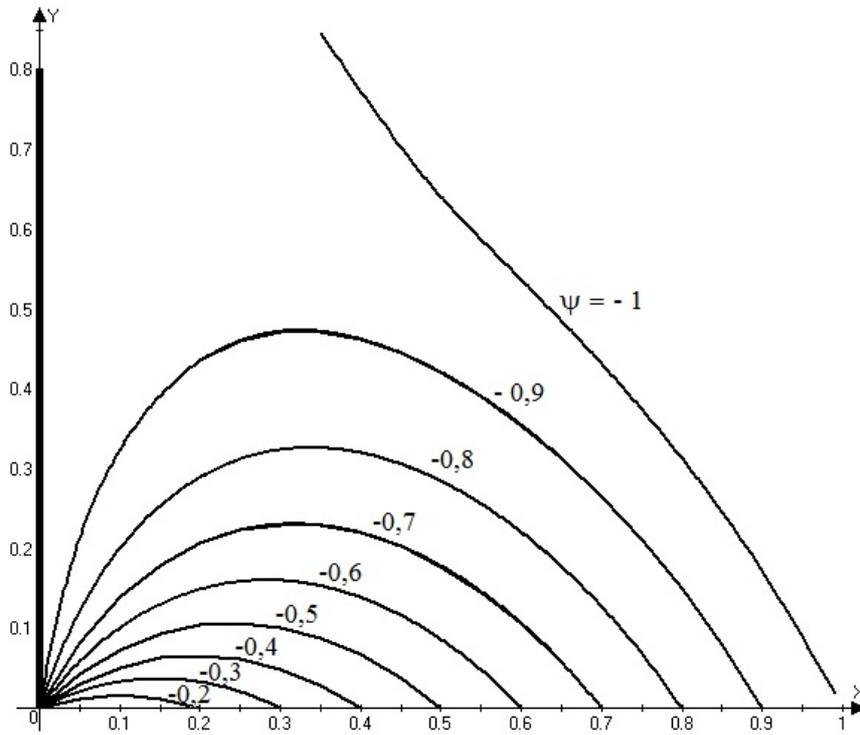


Рис.3. Линии тока при  $Q_0=L_n=1$  ( $r = 1$ ),  $B = 1$  м,  $h = 0,8$  м

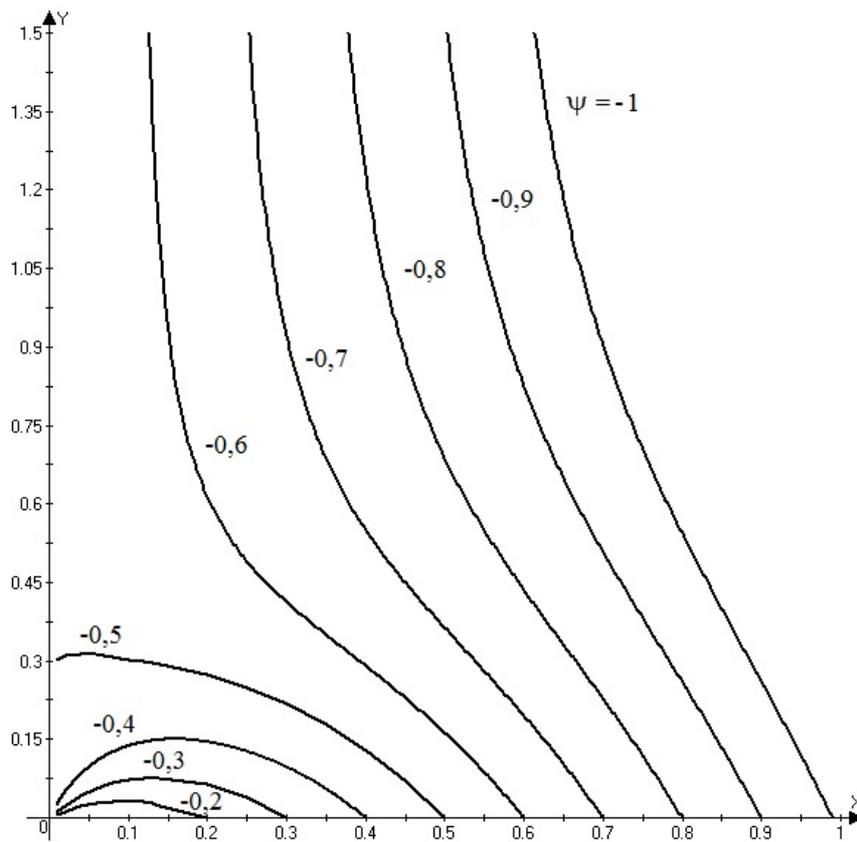


Рис.4. Линии тока при  $Q_0=1$ ,  $L_n=1$ ,  $r = 1$ ,  $B = 1$  м,  $h = 0,0005$  м

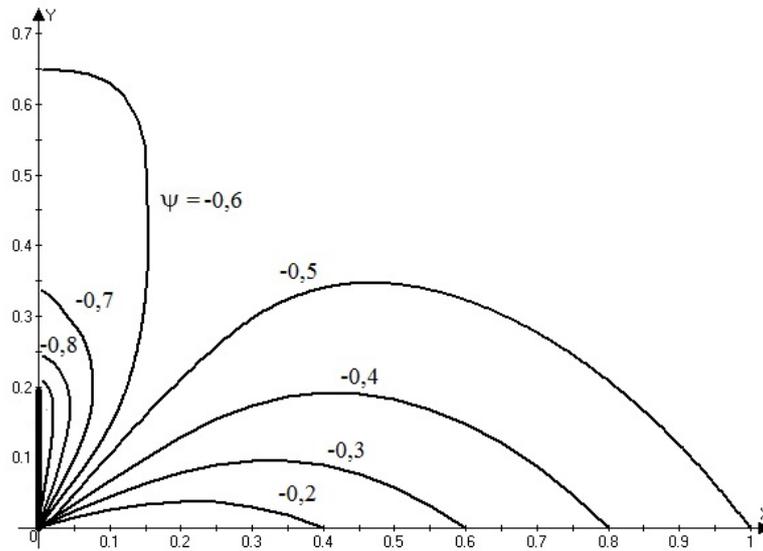


Рис. 5. Линии тока при  $Q_0=2, L_n=1, r=2, B=1$  м,  $h=0,2$  м

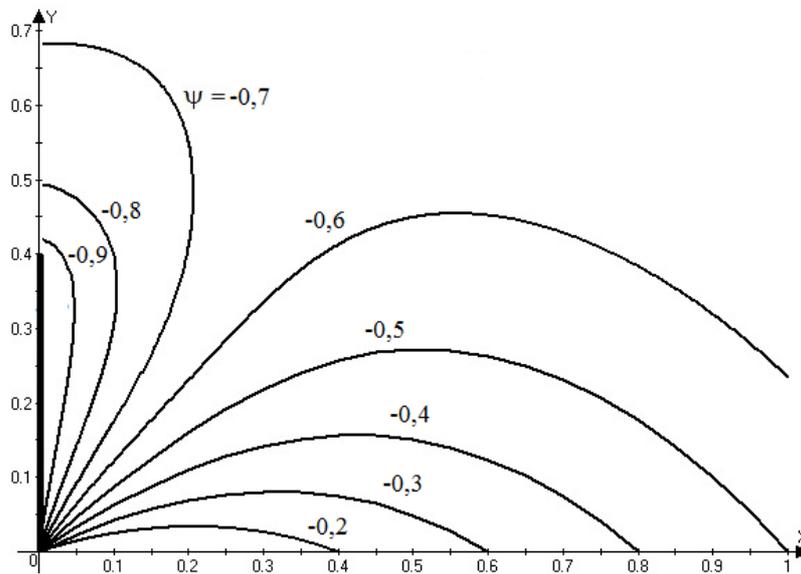


Рис. 6. Линии тока при  $Q_0=2, L_n=1, r=2, B=1$  м,  $h=0,4$  м

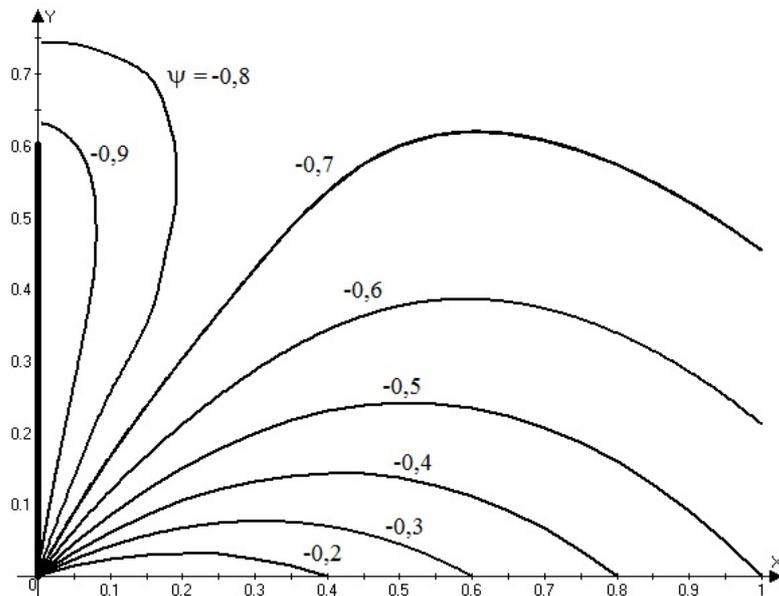
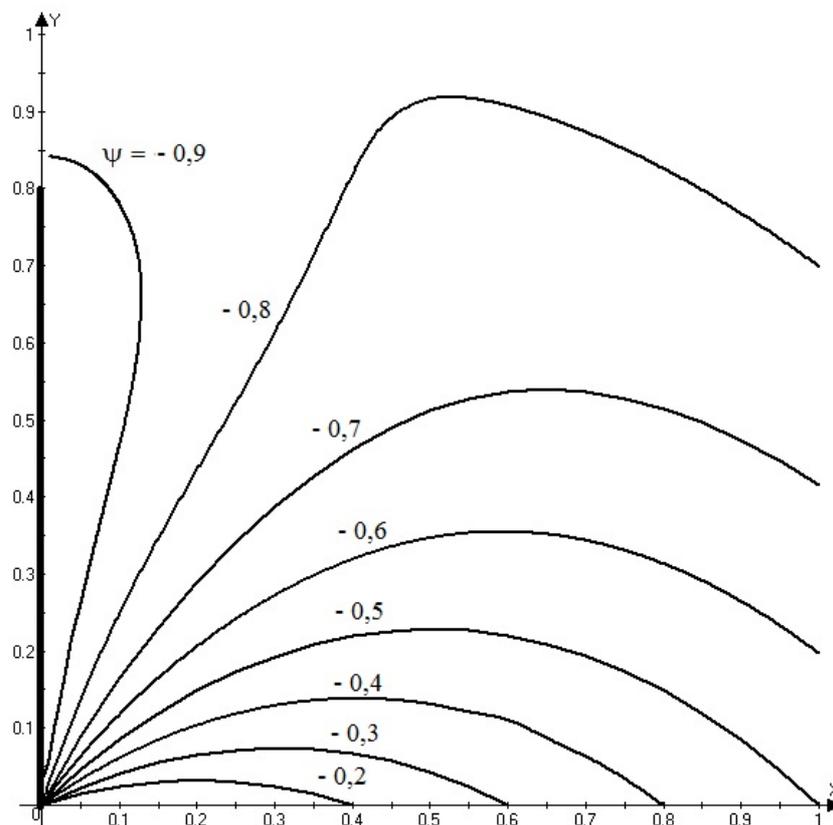


Рис. 7. Линии тока при  $Q_0=2, L_n=1, r=2, B=1$  м,  $h=0,6$  м

Рис.8. Линии тока при  $Q_0=2$ ,  $L_n=1$ ,  $r=2$ ,  $B=1$  м,  $h=0,8$  м

\*Исследования выполнены по гранту РФФИ №16-08-00074а

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Елинский И.И. Вентиляция и отопление гальванических цехов машиностроительных предприятий. М.: Машиностроение, 1989. 152 с.
2. Гальванические покрытия в машиностроении. Справочник в 2-х томах. Том 1. Под ред. М.А. Шлугера. М.: Машиностроение, 1985. 240 с.
3. Гальванические покрытия в машиностроении. Справочник в 2-х томах. Том 2. Под ред. М.А. Шлугера и Л.Д. Тока. М.: Машиностроение, 1985. 248 с.
4. Посохин В.Н. Аэродинамика вентиляции. М.: АВОК-ПРЕСС, 2008. 212 с.
5. Варсегова Е.В., Посохин В.Н. О форме отрывных зон на входе в щелевой всасывающий патрубок // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 3. С. 98-102.
6. Ходаков, И.В. Численное и экспериментальное исследование отрыва потока на входе во всасывающие каналы с механическими экранами // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2016. №3. С. 6–12.
7. Ходаков, И.В. Моделирование отрывного течения на входе в многоугольное всасывающее отверстие // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2016. №2. С. 11–15.
8. Логачев И.Н. К расчету двухбортовых отсосов // Вентиляция в металлургической промышленности. М.: Металлургия. 1968. С. 88–92.
9. Логачев И.Н. Потенциальное движение воздуха у всасывающей щели // Вентиляция и очистка воздуха. М.: Недра, 1969. С. 143–150.

**Averkova O.A., Krutikova D.M., Logachev I.N., Logachev K.I., Uvarov V.A.**

### MATHEMATICAL MODELING OF NEAR THE BOARD SUCTION SHIELDED

*The paper presents a mathematical model of the flow near the board extraction from the plating bath. The calculated ratio obtained by the method of conformal mappings. Built streamlines for different sizes of the mechanical screen, flow costs and pollutant vapors.*

**Key words:** local suction, the method of conformal mapping, galvanic bath.

**Аверкова Ольга Александровна**, доктор технических наук, доцент кафедры теплогазоснабжения и вентиляции.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: olga\_19572004@mail.ru

**Крутикова Дарья Михайловна** магистрант кафедры теплогазоснабжения и вентиляции.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Логачев Иван Николаевич**, доктор технических наук, профессор кафедры теплогазоснабжения и вентиляции.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: logachevin@mail.ru

**Логачев Константин Иванович**, доктор технических наук, профессор кафедры теплогазоснабжения и вентиляции.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: kilogachev@mail.ru

**Уваров Валерий Анатольевич**, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: v\_a\_uvarov@mail.ru