

DOI: 10.12737/23376

*Чернышева К.Ю., магистрант,  
Брусенцев А.Г., д-р физ.-мат. наук, проф.*  
Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова

## ОПТИМИЗАЦИЯ ЕСТЕСТВЕННОЙ ОСВЕЩЕННОСТИ ПОМЕЩЕНИЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

ksenia.chernusheva93@gmail.com

*Проблема обеспечения освещения в разнородных производственных помещениях, не смотря на многочисленные методы и способы ее решения, по-прежнему актуальна. В данной статье на примере конкретной технической задачи рассмотрена возможность оптимизации естественной освещенности для помещений произвольной формы. Сформулирована постановка задачи. Рассмотрены основные понятия и определения из области фотометрии, светотехники, необходимые для решения поставленной задачи. Описана математическая модель естественной освещенности и математическая постановка задачи оптимизации естественной освещенности помещения. Приведено краткое описание алгоритма для решения задачи.*

**Ключевые слова:** световое поле, светопроем, естественная освещенность, нормальная освещенность, световой поток, поверхность.

**Введение.** Во время выполнения производственных заданий, не маловажное влияние на организм человека оказывает освещение. Точное распределение освещения в помещении увеличивает продуктивность труда и уменьшает число несчастных случаев на производстве. Неправильное освещение может стать причиной понижения умственной и физической работоспособности, некоторых заболеваний, например близорукость, зрительное утомление, и другие, увеличивает количество ошибок на производстве, аварий и несчастных случаев.

В помещениях используется естественное и искусственное освещение. В статье пойдет речь о естественном освещении.

Естественное освещение предполагает проникновение внутрь зданий солнечного света через окна и различного типа светопроемы (верхние световые фонари). На освещение влияют местонахождение и устройство зданий, величина застекленной поверхности, форма и расположение окон, расстояние между зданиями и др. Отсюда вытекает задача оптимизация естественной освещенности помещений.

Задачи об оптимизации естественной освещенности рассматривались и раньше. Например, в работах «К расчету геометрического коэффициента естественной освещенности от зенитного светопроема прямоугольной формы», «Повышение эффективности зенитных светопроемов», «Расчет оптимальной формы, площади и места расположения зенитных светопроемов одноэтажных производственных зданий» авторов Брусенцев А.Г. и Гордица Д.Д.[4–6]. В этих работах рассматривается задача с заданной площадью и для помещений в форме

параллелепипеда. В отличие от приведенных выше примеров задач, в моей работе естественная освещенность должна быть не меньше, чем некоторая нормативная величина. В статье модель приводится в таком виде, что задача может решаться для помещений произвольной формы.

**Содержательная постановка задачи.** Необходимо найти систему светопроемов произвольной площади, производственных и других видов помещений, которая бы обеспечивала максимальный световой поток через рабочую поверхность, при условии, что минимальная освещенность не меньше, чем некоторая нормативная величина. При этом отраженный свет не учитывается. Искомый светопроем состоит из элементарных площадок, выбираемых в некотором допустимом множестве точек на стенах и потолке помещения.

### Модель естественной освещенности помещения

### Математическая постановка задачи оптимизации

Для решения поставленной задачи необходимо определить понятие *световое поле*, которое будет использоваться в рамках поставленной задачи.

Наиболее точно определение понятию *световое поле* дает Гуторов М.М.[1–2]. Он определяет *световое поле* (еще определяется как электромагнитное поле) как область пространства, в которой имеет место перенос световой энергии данного источника света. Данное определение и будет использоваться для решения нашей задачи.

Далее необходимо определить интегральные характеристики светового поля. В

своей книге [2] Гуторов М. М. предлагает общий вид интегральной характеристики светового поля:

$$c = \int_{\Omega} L_{\varphi\beta} f(\varphi, \beta) d\Omega = \int_{\Omega} f(\varphi, \beta) dE_n \quad (1)$$

где  $c$  – интегральная характеристика светового поля — средняя освещенность выбранной поверхности, расположенной в окрестности точки светового поля;  $f(\varphi, \beta)$  – функция ценности обучения, определяющая эффективность излучения, поступающего от источника на выбранную поверхность;  $\Omega$  – телесный угол, окружающий точку, в которой определяется значение  $c$ .  $dE_n$  – нормальная освещенность, создаваемая элементом источника света на площадке, расположенной перпендикулярно направлению на этот элемент в исследуемой точке поля.

В нашей задаче будет использоваться световое поле, порожденное светопроемами, находящимися в стенах и на потолке.

Световое поле можно описать безразмерным векторным полем. Это поле можно представить в безкоординатной форме следующим образом. Рассмотрим световой вектор равнояркой элементарной плоской поверхности площади  $\Delta S$ , центр которой находится в точке  $M$ . Выпишем световой вектор в точке  $M_1$  плоской поверхности помещения. Если обозначить через  $\vec{n}(M)$  единичный вектор нормали к испускающей поверхности в точке  $M$ , направленный в сторону испускания, т.е. в т.  $M_1$ , то указанный световой вектор запишется в виде:

$$\vec{d\varepsilon} = \frac{\cos\varphi \Delta S}{|\overrightarrow{MM_1}|} \overrightarrow{MM_1} \quad (2)$$

где  $\varphi$  – угол между векторами  $\vec{n}(M)$  и  $\overrightarrow{MM_1}$ .

Для произвольной равнояркой испускающей поверхности, состоящей из элементарных площадок, получаем выражение для светового вектора в виде поверхностного интеграла по испускающей поверхности  $\sigma$ :

$$\vec{\varepsilon}(M_1) = \iint_{\sigma} \frac{\cos\varphi_M \overrightarrow{MM_1}}{|\overrightarrow{MM_1}|} dS_M \quad (3)$$

Обозначим через  $\sigma_1$  воспринимающую поверхность внутри помещения, а через  $\vec{v}(M_1)$  единичный вектор нормали к поверхности  $\sigma_1$  в точке  $M_1$ , направленный в направлении светового потока. Тогда поток светового вектора через воспринимающую поверхность можно выразить формулой:

$$E(\sigma, \sigma_1) = \iint_{\sigma_1} \left( \iint_{\sigma} \frac{\cos\varphi_M \cos\psi_{M_1}}{|\overrightarrow{MM_1}|^2} dS_M \right) dS_{M_1} \quad (4)$$

где  $\psi_{M_1}$  – угол между векторами  $\vec{n}(M)$  и  $\overrightarrow{MM_1}$ .

Величина  $E(\sigma, \sigma_1)$  является вещественнозначной функцией двух поверхностей  $\sigma$  и  $\sigma_1$ .

Отметим одно важное свойство изложенной модели потока светового вектора, которое можно назвать свойством симметрии. Если считать воспринимающую поверхность равнояркой светящейся поверхностью, а бывшую испускающую поверхность – воспринимающей, то поток светового вектора через последнюю будет равен величине  $E(\sigma, \sigma_1)$ , определенной формулой (4), то есть справедливо равенство  $E(\sigma, \sigma_1) = E(\sigma_1, \sigma)$ . Действительно, замена  $\sigma \rightarrow \sigma_1$  равносильна изменению направлений векторов  $\overrightarrow{MM_1}$ ,  $\vec{n}(M)$ ,  $\vec{v}(M_1)$  на противоположные. При этом величины  $\cos\varphi_M$  и  $\cos\psi_{M_1}$  не изменятся. Само свойство симметрии является следствием возможности изменения порядка интегрирования.

Рассмотрим далее вопросы, связанные с поверхностями, нуждающимися в освещении, и связанной с этими вопросами задачей определения оптимальной площади светопроемов, необходимой для освещения данных поверхностей. Обычно, в помещении можно указать поверхность (возможно состоящую из ряда связанных частей), которая чаще всего нуждается в освещении. Эту поверхность мы в дальнейшем называем рабочей поверхностью. Нужно организовать естественное освещение этой поверхности так, чтобы поток светового вектора через нее был в некотором смысле наибольшим. Возникает задача оптимального использования площади светопроемов, то есть формы и места расположения светопроемов произвольной площади, которые обеспечивают наибольший поток светового вектора через заданную рабочую поверхность.

Для более точной формулировки и постановки задачи обозначим через  $\Omega$  множество точек, расположенных на потолке и стенах помещения, в котором возможно расположение светопроемов различной формы. Множество  $\Omega$  будем называть *областью выбора*. Эти светопроемы  $\sigma$  являются измеримыми подмножествами точек, лежащих в  $\Omega$ . Площадь светопроема или светопроемов  $\sigma$  (если  $\sigma$  не будет связным) обозначим через  $S(\sigma)$ .

Обсуждаемую задачу можно сформулировать, как задачу на максимум функции области (множества)  $\sigma$ :

$$E(\sigma, \sigma_1) \rightarrow \max, \quad (5)$$

при фиксированной поверхности  $\sigma_1$  и переменной области  $\sigma \subset \Omega$ , такой, что  $S(\sigma) = S_0$ .

#### Краткое описание метода решения

Разделим поверхность  $\Omega$  на элементарные площадки  $\Delta\Omega_i$ . Из этих площадок будем составлять оптимальную область  $\sigma$ . Для любой оптимальной области  $\sigma$  будут справедливы следующие равенства:

$$E(\sigma, \sigma_1) = \sum_{\Delta\Omega_i \subset \sigma} E(\Delta\Omega_i, \sigma_1) = \sum_{\Delta\Omega_i \subset \sigma} E(\sigma_1, \Delta\Omega_i), \quad (6)$$

Для каждой площадки  $\Delta\Omega_i \subset \Omega$  посчитаем величину  $E(\sigma_1, \Delta\Omega_i)$ . Упорядочим все полученные площадки по значению этой величины, в порядке ее убывания. Далее, необходимо включать в  $\sigma$  площадки в порядке убывания  $E(\sigma_1, \Delta\Omega_i)$ , до тех пор, пока освещенность не будет равна некоторой нормативной величины. Очевидно, что составленная данным образом область  $\sigma$  будет обеспечивать максимальное значение для потока светового вектора через воспринимающую поверхность  $E(\sigma, \sigma_1)$  среди всех областей, полученных из элементарных площадок  $\Delta\Omega_i$ .

**Вывод.** В ходе проведения исследований и построения математической модели была поставлена задача оптимального использования площади светопроемов, разработан метод решения данной задачи. Отметим, что описанный метод решения, так же как и модель не зависят от формы и площади помещения, и может применяться для помещений произвольной формы и площади, в отличие от других методов решения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Справочная книга по светотехнике; под ред. Ю. Б. Айзенберга. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Знак, 2006. 972с.
2. Гуроров М. М. Основы светотехники и источники света: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Энергоатомиздат, 1983, С. 384.
3. Мешков В. В. Основы светотехники: Учебное пособие для вузов. Ч. 1. 2-е изд., перераб. М.: Энергия, 1979. 368 с.
4. Брусенцев А.Г., Гордица Д.Д. К расчету геометрического коэффициента естественной освещенности от зенитного светопроема прямоугольной формы // Сб. «Исследование строительных конструкций и сооружений», сб. трудов МИСИ – БТИСМ (1980), С. 136–140.
5. Брусенцев А.Г., Гордица Д.Д. Повышение эффективности зенитных светопроемов // Сб. «Исследование строительных конструкций и сооружений», сб. трудов МИСИ – БТИСМ (1981), С. 126–131.
6. Брусенцев А.Г., Гордица Д.Д. Расчет оптимальной формы, площади и места расположения зенитных светопроемов одноэтажных производственных зданий // Сб. «Физико-математические методы в исследовании свойств строительных материалов и в их производстве». Сб. трудов МИСИ – БТИСМ (1982), С. 184–189.
7. Гуревич М. М. Фотометрия. Теория, методы и приборы. 2-е изд. Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1983. 272 с.
8. ГОСТ 26148–84. Фотометрия. Термины и определения.
9. ГОСТ 8.332-78. Государственная система обеспечения единства измерений. Световые измерения. Значения относительной спектральной световой эффективности монохроматического излучения для дневного зрения.
10. Физическая энциклопедия. Гл. ред. Прохоров А. М. М.: «Большая Российская энциклопедия», 1994. Т. 4. С. 461. 704 с.
11. Элементарный учебник физики; под ред. Г. С. Ландсберга, т. 3. Колебания, волны. Оптика. Строение атома. М.: Наука, 1973. 640 с.

**Brusentsev A. G., Chernusheva K.U.**

#### OPTIMIZING THE NATURAL ILLUMINATION OF RANDOM SHAPE PREMISES

*The problem of providing the illumination in diverse industrial premises, despite the numerous methods and ways to solve it is still relevant. In this article, the example of a specific technical problem considers the possibility of optimizing the natural illumination of random shape premises. The main task & basic concepts and definitions from the area of metering lighting which are necessary for solving this task are formulated.*

*The mathematical model of natural illumination and the mathematical problem of optimization of natural illumination are described here. A brief description of the algorithm for solving the problem is given also.*

**Key words:** light field, natural illumination, normal illumination, the light flow, surface.

**Чернышёва Ксения Юрьевна**, магистрант кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: ksenia.chernusheva93@gmail.com

**Брусенцев Александр Григорьевич**, доктор физико-математических наук, профессор.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: brusentsev@mail.ru