

УДК 37.013.3

**Содержательно-методические особенности изучения
темы «Модель Марковица»
в условиях информатизации**

**Substantial and methodical features of studying
of the subject «Markovitz model»
in the conditions of informatization**

Власов Д.А.

Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры математических методов в экономике Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова
e-mail: DAV495@gmail.com

Vlasov D.A.

Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematical Methods in Economy, Plekhanov Russian University of Economics
e-mail: DAV495@gmail.com

Аннотация

В рамках статьи рассмотрены содержательно-методические особенности изучения темы «Модель Марковица», играющей важную роль в повышении качества прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики в условиях информатизации высшего экономического образования. Выделены варианты постановок моделей Марковица, доступные для изучения на старших курсах экономического бакалавриата. Представлены одиннадцать этапов учебно-познавательной деятельности студента по построению и исследованию моделей Марковица, раскрыты возможности информационных технологий.

Ключевые слова: портфельный анализ, теория оптимизации, модель Марковица, прикладная математическая подготовка, бакалавр экономики.

Abstract

Within article substantial and methodical features of studying of the subject «Markovitz model» playing an important role in improvement of quality of applied mathematical training of future bachelor of economy in the conditions of informatization of the higher economic education are considered. The options of statements of the Markovitz models available to studying on older years of an economic bachelor degree are allocated. Eleven stages of educational cognitive activity of the student on construction and the Markovitz model research are presented, possibilities of information technologies are opened.

Keywords: portfolio analysis, theory of optimization, Markovitz model, applied mathematical preparation, bachelor of economy.

Значение прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики в современных условиях информатизации и математизации экономики и экономических исследований возрастает. Ранее в работах [1, 8] были рассмотрены различные вопросы в области повышения качества прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики в экономическом университете. О необходимости модернизации программ непрерывного

экономического образования указывается в исследованиях [2, 12]. В центре внимания данной статьи – содержательно-методические особенности изучения темы «Модель Марковица».

Методы и модели в области инвестиционного анализа фрагментарно присутствуют в содержании различных учебных дисциплин, преподаваемых в экономическом университете. Одной из востребованных в методическом контексте является задача количественного обоснования выбора оптимального портфеля из множества имеющихся инвестиционных портфелей, а также задача составления оптимального инвестиционного портфеля из множества имеющихся финансовых инструментов (например, акций). В качестве теоретических основ решения данных задач выступает портфельная теория Гарри Марковица [13, с. 256], сформулированная в 1950-х годах XX в. Марковицем была предложена специальная методика формирования инвестиционного портфеля с наперед заданными свойствами: с определенным выбором долей финансовых инструментов.

С методической точки зрения особый интерес представляет включение в практику прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики задач на исследование поведения инвестора. Одной из таких задач является задача формирования оптимального портфеля финансовых инструментов, обеспечивающего максимально возможную доходность с минимальным риском. С математической точки зрения такая постановка (максиминная постановка) задачи формирования оптимального портфеля является сложной, противоречивой и в общем виде не имеет решения. В практике изучения темы «Модель Марковица», как и в практике инвестиционного анализа возникла необходимость рассматривать одну из возможных постановок данной задачи.

Первый вариант постановки. Получение максимальной доходности при заданном (допустимом с точки зрения инвестора) уровне риска. В соответствии с этим подходом результатом моделирования являются оптимальные доли финансовых инструментов в портфеле.

Второй вариант постановки. Получение минимального риска при заданном (допустимом с точки зрения инвестора) уровне доходности. В соответствии с этим подходом результатом моделирования также являются оптимальные доли финансовых инструментов в портфеле. Естественно, что результаты моделирования задачи формирования оптимального портфеля по различным вариантам постановки не совпадают.

В условиях цифровизации экономики и экономических исследований необходимо уделять особое внимание возможностям информационных технологий в практике прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики. Важной методической проблемой является проблема выбора оптимальной информационной технологии для достижения дидактических целей [5, с. 74], в частности решения задач математического моделирования и количественных исследований инвестиционных проектов. Традиционно электронные таблицы MS Excel выступают системой поддержки и количественного обоснования принятия решений [3, 4]. В рамках данной статьи мы остановимся на возможностях MS Excel для изучения темы «Модель Марковица» в экономическом бакалавриате.

Представим далее содержательные аспекты учебной темы «Модель Марковица». При проектировании содержания прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики важно понимать, что в качестве теоретической основы модели Марковица выступает аппарат теории вероятностей. Как правило, в рамках экономического бакалавриата учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» изучается в конце второго курса. Поэтому включение темы «Модель Марковица» в одну или несколько прикладных математических дисциплин возможно только начиная с третьего года обучения. О необходимости развития вероятностей представлений студентов экономического бакалавриата отмечается в публикации [15, с. 88]. Итак, в рамках определения оптимального инвестиционного портфеля доходность каждого финансового инструмента рассматривается в виде случайной величины. Важно акцентировать внимание студентов также на том, что доходность инвестиционного портфеля является многомерной случайной величиной.

Мы считаем, что нельзя подходить к изучению модели Марковица с формальных позиций. Так, в рамках первого занятия необходимо рассмотреть предпосылки этой модели. Такой

подход позволит повысить мотивацию студентов к изучению данной темы. В качестве первой предпосылки отметим стационарность «Модели реальной действительности». При этом понятие «Экономическая среда» включает множество факторов, определяющих реальное значение доходности каждого финансового инструмента. Считается, что количество состояний конечно и экономическая среда может принимать одно из известных состояний. В практике принятия решений часто рассматривают следующие градации экономической среды. Первый вариант: «Благоприятное состояние», «Неблагоприятное состояние». Второй вариант: «Состояние крайней благоприятности», «Состояние средней благоприятности», «Нейтральное состояние»; «Неблагоприятное состояние». Третий вариант: «Предкризисное состояние»; «Кризисное состояние»; «Нормальное состояние». Выбор варианта зависит от особенностей исследуемой экономической ситуации.

Далее каждому из рассматриваемых состояний экономической среды следует поставить в соответствие некоторое положительное число, являющееся вероятностью возникновения данного состояния. Важным предположением является невозможность смены множества состояний экономической среды и распределения вероятностей, их описывающих.

Второй предпосылкой модели Марковица является статичность модели. Согласно этой предпосылке, инвестиционный портфель формируется из финансовых инструментов в начальный момент времени и не изменяется до момента, в котором наблюдается финансовый результат от приобретенного портфеля.

В качестве основных количественных характеристик финансового инструмента принимаются математическое ожидание его доходности и дисперсия, характеризующая риск, соответствующий приобретению данного финансового инструмента. В процессе построения и исследования моделей Марковица в рамках прикладных математических дисциплин, таких как «Методы и модели в экономике» [7], «Теория принятия решений», «Моделирование инвестиционной деятельности», «Методы вычислительной математики» [6] и др., следует рекомендовать использовать среднеквадратичное отклонение доходности финансового инструмента, которое вычисляется как квадратный арифметический корень из дисперсии доходности финансового инструмента.

Отметим, что модель Марковица с математической точки зрения приводит к задаче нахождение условного экстремума функции нескольких действительных переменных. Традиционно в рамках математической подготовки будущего бакалавра экономики задачи такого типа рассматриваются в рамках учебной дисциплины «Высшая математика» [16]. В дальнейшем, при изучении прикладных математических дисциплин на старших курсах, они находят разнообразные социально-экономические приложения, среди которых кроме модели Марковица отметим: модель формирования оптимального производственного плана с учетом минимизации издержек, с учетом максимизации дохода, с учетом максимизации качества и др. Задачи данного типа широко представлены в исследовании [9, с. 52].

Представим этапы учебно-познавательной деятельности студентов экономического бакалавриата по решению задач на условный экстремум социально-экономического содержания, полезные для организации и контроля учебно-познавательной деятельности.

Этап 1. Чтение и разбор условия прикладной задачи социально-экономического содержания.

Этап 2. Введение переменных, уточнение их количества и типа.

Этап 3. Составление функции относительно введенных переменных, соответствующей цели задачи.

Этап 4. Уточнение направления исследования функции (минимизация или максимизация функции).

Этап 5. Составление уравнения связи (одного или нескольких) относительно введенных переменных, уточнение количества уравнений связи.

Этап 6. Определение количества множителей Лагранжа, необходимых для последующего составления функции Лагранжа.

Теория и методика профессионального образования

Этап 7. Составление функции Лагранжа относительно введенных переменных и множителей Лагранжа.

Этап 8. Нахождение всех частных производных функций Лагранжа первого порядка по всем переменным, включая множители Лагранжа.

Этап 9. Составление и решение системы уравнений, являющейся следствием необходимого условия экстремума функции нескольких действительных переменных.

Этап 10. Запись точки безусловного экстремума функции Лагранжа, совпадающей с точкой условного экстремума начальной задачи.

Этап 11. Интерпретация полученного результата в терминах прикладной задачи социально-экономического содержания. Оптимум функции и точка экстремума.

Отметим, что особый интерес представляет исследование соответствующей системы алгебраических уравнений, позволяющее установить связи модели с такими понятиями как «Матрица» – «Ковариационная матрица», «Вектор-столбец» – «Вектор-столбец ожидаемых доходностей». Представленная последовательность одиннадцати этапов полностью описывает учебно-познавательную деятельность студента в контексте задачи рассматриваемого типа, однако может быть дополнена использованием информационной технологии (этап 7.1 или этап 9.1 – полное или частичное решение задачи на основе информационной технологии, а также 11.1 – визуализация результата исследования).

Мы считаем, что с методической точки зрения недостаточно «простого» рассмотрения модели Марковица. Необходимо проведение сравнительного анализа с другими моделями, рассмотрение возможностей различных информационных технологий при исследовании модели Марковица (MS Excel, WolframAlpha, Evolver, @RISK, Plan Maker и др.), привлечение реальных экономических данных в практику построения и исследования модели Марковица в рамках учебного процесса, а также всесторонний анализ модели и практики её использования при выработке инвестиционных стратегий. Определенный интерес представляет принцип эффективной диверсификации портфеля, предусматривающий особое распределение финансовых инструментов в инвестиционном портфеле, соответствующее минимальному уровню риска при доходности, заданной инвестором. В частности, если доходности различных финансовых инструментов в портфеле взаимно независимы, то риск портфеля уменьшается с увеличением числа финансовых инструментов в портфеле.

В завершение статьи представим процедуры применения электронных таблиц в практике работы студентов моделью Марковица.

Процедура 1. «Расчет индивидуальных доходностей финансовых инструментов».

Процедура 2. «Расчет ковариационной матрицы».

Процедура 3. «Расчет риска и доходности портфеля финансовых инструментов».

Процедура 4. «Средство "Поиск решения": определение оптимальных значений весов финансовых инструментов в портфеле».

Выводы. Комментарий. Таким образом, построение и исследование модели Марковица в различных постановках связаны с формированием представлений студентов экономического бакалавриата о выборе и обосновании выбора оптимального инвестиционного портфеля. Включение учебной темы «Модель Марковица» в практику математической подготовки, а также учет выделенных содержательно-методических особенностей способствует усилению прикладной профессиональной направленности подготовки будущего бакалавра экономики.

Модель Марковица и её модификации к различным социально-экономическим ситуациям следует охарактеризовать как доступный и удобный инструмент, позволяющий проводить количественный анализ финансовых, управленческих, социально-экономических задач. С учетом большого числа возможных приложений и интерпретаций, а также реализации в различных программных продуктах, модель Марковица можно рекомендовать в качестве как базового, так и вариативного компонента содержания различных учебных дисциплин, изучаемых в экономических университетах. Важно, что рассмотрение данной модели (даже при условии небольшого числа переменных) позволяет продемонстрировать студентам прикладной смысл и практическое использование содержания учебной дисциплины «Высшая мате-

матика): «Матрица», «Произведение матриц», «Вычисление обратной матрицы», «Функция», «Частная производная функции» и др.

Результаты экспериментального преподавания темы «Модель Марковица» в рамках учебных дисциплин «Методы оптимальных решений», «Риск-менеджмент» на факультете дистанционного обучения Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова позволяют констатировать повышенный интерес студентов к исследованию реальных социально-экономических ситуаций, оправданность включения темы «Модель Марковица» в практику прикладной математической подготовки.

Литература

1. *Власов Д.А., Синчуков А.В.* MS Excel как система поддержки принятия решений // International Journal of Open Information Technologies. – 2019. – Т. 7. – № 3. – С. 50–59.
2. *Карасев П.А., Чайковская Л.А.* Совершенствование программ высшего образования в контексте современных требований рынков образовательных услуг и профессионального сообщества // Экономика и управление: проблемы, решения. – 2017. – Т. 3. – № 2. – С. 3–9.
3. *Лихачев Г.Г., Сухорукова И. В.* Компьютерное моделирование и математическое обеспечение экономико-социальных задач // Экономический анализ: теория и практика. – 2003. – № 5 (8). – С. 60–62.
4. *Мангушева Л.С.* Роль информационно-коммуникационных технологий в процессах группового принятия управленческих решений / Л.С. Мангушева, И.Г. Хайрулин // Транспортное дело России. – 2017. – № 1. – С. 42–44.
5. *Муханов С.А.* Использование информационных технологий для индивидуализации обучения математике на примере темы «Дифференциальные уравнения» / С. А. Муханов, А. А. Муханова, А. И. Нижников // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2018. – № 1 (43). – С. 72–77.
6. *Пантина И.В.* Вычислительная математика: учебник / И. В. Пантина, А. В. Синчуков. – М.: МФПУ «Синергия», 2012. – 176 с.
7. *Полежаев В.Д., Полежаева Л.Н.* Методы и модели в экономике: конспект лекций. Омск: ОмГТУ, 2008. – 65 с.
8. *Полежаев В.Д., Полежаева Л.Н.* Нелинейные модели парной регрессии в курсе эконометрики // Современные проблемы науки и образования. – 2018. – № 4. – С. 73.
9. *Сухорукова И.В.* Сборник задач по математическому программированию / И. В. Сухорукова // Москва, РЭУ им. Г. В. Плеханова, 2006. – 120 с.
10. *Тихомиров Н.П.* Методы оценки эффективности инвестиционных проектов в реальном секторе экономики в условиях неопределенности исходной информации // Вестник Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова. – 2011. – № 6 (42). – С. 86–94.
11. *Тихомиров Н.П.* Методы прогнозной оценки критерия NPV инвестиционного проекта при неопределенности исходной информации // Экономика природопользования. – 2011. – № 6. – С. 3–13.
12. *Тихомиров Н.П.* Научная школа «Повышение качества разработки и использования математического инструментария в решении проблем анализа прогнозирования и управления социально-экономическими процессами» // Вестник Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова. – 2007. – № 1. – С. 47–53.
13. *Тихомиров Н.П., Тихомирова Т.М.* Риск-анализ в экономике. М.: ЗАО «Издательство «Экономика», – 2010. – 318 с.
14. *Тихомиров Н.П., Тихомирова Т.М., Хамитов Э.М.* Имитационные методы оценки эффективности участия во взаимном страховании // Экономика природопользования. – 2016. – № 6. – С. 4–17.

Теория и методика профессионального образования

15. Синчуков А.В. Развитие вероятностных представлений будущих бакалавров экономики // Гуманитарные исследования Центральной России. – 2017. – № 3 (4). – С. 86–93.
16. Сухорукова И.В., Савина О.И. Высшая математика (для гуманитарных специальностей) учебное пособие / Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова. – Москва, 2018. – 112 с.