

Расчет характеристик надежности корпусов теплоэнергетических двигательных установок на основе конечно-элементного моделирования

Ю.И. Димитриенко, директор научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов», заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика», д-р физ.-мат. наук, профессор¹

Ю.В. Юрин, мл. научный сотрудник¹

С.В. Европин, директор отделения целостности конструкций, канд. техн. наук²

Е.А. Шиверский, начальник центра вероятностных анализов безопасности и риска, канд. техн. наук²

С.А. Корецкий, ведущий инженер отделения целостности конструкций²

А.А. Прозоровский, мл. научный сотрудник научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов»¹

¹ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

² ОАО «Научно-исследовательский и конструкторский институт энерготехники имени Н.А. Доллежала – НИКИЭТ»

e-mail: dimit.bmstu@gmail.com

Ключевые слова:

прогнозирование долговечности и надежности, накопление повреждений, усталость, ползучесть, численное моделирование, статистическое моделирование, конечно-элементное моделирование, конструкции высокого давления.

Предложен метод расчета надежности конструкций теплоэнергетических двигательных установок при случайных нагрузках, длительно воздействующих в процессе эксплуатации. Метод основан на численном статистическом моделировании напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции со случайными характеристиками конструкционных материалов в процессе эксплуатации и расчете накопления повреждений и долговечности конструкции при случайных стационарных нагружениях. Для расчета накопления повреждений использован «химический критерий» длительной прочности, для численного расчета НДС конструкций с учетом ползучести применен итерационный метод решения трехмерной задачи термомеханики с использованием конечно-элементного метода. В качестве примера применения разработанного метода проведен численный расчет долговечности и надежности двухслойной охлаждаемой конструкции корпуса теплоэнергетической двигательной установки.

1. Введение

Надежность и безопасность эксплуатации уникальных теплоэнергетических двигательных установок, к которым относятся ядерные энергетические установки, выступает одним из основных технических требований, предъявляемых к конструкциям данного типа. В отличие от массовых изделий, для которых существует возможность применения прямых статистических методов расчета их надежности, для уникальных изделий необходимы специализированные методы оценки долговечности, надежности и безопасности. Обосновать показатели долговечности уникальных конструкций типа корпусов теплоэнер-

гетических двигательных установок, изготавливаемых в единичном экземпляре, возможно на основе методов математического и численного моделирования [1-11], с использованием экспериментальной информации о вероятностных характеристиках отдельных составных частей установки, конструкционных материалов и их соединений при различных воздействующих нагрузках, температуре и других факторах эксплуатации.

В работе предложен новый метод расчета характеристик надежности уникальных конструкций корпусов теплоэнергетических двигательных установок (ТЭДУ), основанный на комплексе математических мо-

делей, описывающих накопление повреждений в конструкционных материалах и физико-механическое поведение материалов и конструкций при длительном воздействии эксплуатационных факторов. Комплекс включает три группы моделей: 1) математические модели расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций; 2) математические модели накопления повреждений и долговечности материалов конструкций; 3) модели расчета надежности ТЭДУ методом численного статистического моделирования с использованием моделей групп 1 и 2.

2. Математическая модель расчета НДС корпуса ТЭДУ

Типичная конструкция корпуса ТЭДУ представляет собой двухслойную тонкостенную сварную оболочку, внешний и внутренний слой которой разделены воздушной прослойкой. Конструкции ТЭДУ могут иметь входные и выходные патрубки, по которым подается или отводится рабочее тело двигательной установки (газ), а также охладитель.

Элементы корпуса ТЭДУ, как правило, представляют собой тонкостенные оболочки с соотношением толщина/радиус порядка 0,01–0,02. В корпусе много сложных соединительных элементов — узлы крепления внешних и внутренних слоев, зоны стыка силовых слоев и патрубков, поэтому необходим детальный анализ НДС в рамках трехмерной теории упругости.

Деформации элементов корпуса ТЭДУ будем считать малыми, конструкционные материалы оболочки будем полагать изотропными, нелинейно-упругими, нелинейность которых обусловлена появлением деформаций ползучести при длительной эксплуатации ТЭДУ. Элемент ТЭДУ подвергается действию переменного внутреннего давления, действующего на внутреннюю оболочку, а также температурного поля, наличие которого обусловлено тепловыми процессами в самой ТЭДУ. Для расчета НДС элемента ТЭДУ сформулируем трехмерную задачу механики деформируемого твердого тела (МДТТ), которая состоит из уравнений механического равновесия, определяющих соотношений, соотношений Коши, а также граничных и начальных условий. В тензорной форме эта задача имеет следующий вид [12, 13]:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= 0, \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2}(\nabla \otimes \mathbf{u} + \nabla \otimes \mathbf{u}^T), \\ \boldsymbol{\sigma} &= (\lambda I_1(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_c) - (3\lambda + 2\mu)\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{E} + 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_c) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c &= \frac{1 - \varpi \varepsilon_{cu}}{\eta} \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_u}{\boldsymbol{\sigma}_s} \right)^r \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} I_1(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{E} \right), \\ \boldsymbol{\sigma}|_{\Sigma_\sigma} \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{S}_e, \quad \mathbf{u}|_{\Sigma_u} = \mathbf{u}_e \\ t = 0: \boldsymbol{\varepsilon}_c &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ — тензоры полных деформаций и деформаций ползучести; $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений Коши; $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ — производная по времени; \mathbf{u} — вектор перемещений; ∇ — дифференциальный оператор Гамильтона [3]; \otimes — знак тензорного произведения; \cdot — знак скалярного произведения; \mathbf{E} — метрический (единичный тензор); $\sigma = I_1(\boldsymbol{\sigma})$ — первый инвариант тензора; σ_u — второй инвариант [14] (интенсивность) напряжений; ε_{cu} — интенсивность тензора деформаций ползучести, выражаемые по

$$\text{формулам: } \sigma_u^2 = \frac{3}{2} \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{P}_T, \quad \varepsilon_{cu}^2 = \frac{3}{2} \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{P}_c, \quad \mathbf{P}_\sigma = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \sigma \mathbf{E},$$

$$\mathbf{P}_c = \boldsymbol{\varepsilon}_c - \frac{1}{3} I_1(\boldsymbol{\varepsilon}_c) \mathbf{E}, \quad \text{а } \mathbf{P}_T \text{ и } \mathbf{P}_c \text{ — девиаторы тензоров на}$$

пряжений и деформаций ползучести. Здесь также

$$\text{обозначены } \lambda, \mu \text{ — константы Ламе: } \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)},$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \text{ где } \nu, E \text{ — коэффициент Пуассона и мо-}$$

дуль упругости; $\varepsilon^0 = \alpha_0(\theta - \theta_0)$ — тепловая деформация; θ — температура; α_0 — коэффициент теплового расширения; r — константа — показатель нелинейности деформаций ползучести; η — коэффициент вязкости; ϖ — коэффициент стабилизации ползучести; \mathbf{u}_e — вектор заданных перемещений на части поверхности Σ_u ; \mathbf{s}_e — вектор заданных усилий на части границы конструкции Σ_σ ; \mathbf{n} — вектор нормали.

Циклическое нагружение корпуса ТЭДУ. Как правило, ТЭДУ работают в длительном циклическом режиме, при котором $p(t)$ — внутреннее давление в рабочей камере — является периодической функцией времени: $p(t) = p(t + t_s)$. Период колебаний t_s полагаем существенно меньшим, чем характерное время изменения деформации ползучести Δt . Такое допущение вполне реалистично, поскольку для большинства конструкционных материалов эффекты ползучести развиваются достаточно медленно и проявляются на значительном времени эксплуатации конструкции. В то же время переменные нагрузки, действующие на элементы ТЭДУ и обусловленные, как правило, рабочими частотами тепло-газодинамических процессов, протекающих в двигательной установке, меняются за существенно меньшее время $t_s \ll \Delta t$. Тогда вектор внешних сил, действующих на конструкцию корпуса ТЭДУ, можно представить в виде: $\mathbf{S}_e(t, \mathbf{x}) = -p(t)S(\mathbf{x})\mathbf{n}$, где $S(\mathbf{x})$ — функция распределения давления по поверхности ТЭДУ. Давление $p(t)$ в силу периодичности можно представить в виде тригонометрического ряда:

$$\begin{aligned} p(t) &= p_0 \chi(t), \quad \chi(t) = \bar{\chi} + \chi_1(t), \\ \chi_1(t) &= \sum_{j=0}^{\infty} (\chi_j' \cos \omega_j t + \chi_j'' \sin \omega_j t). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь p_0 — характерное значение давления, $\chi(t)$ — функция изменения давления в процессе эксплуатации ТЭДУ, $\bar{\chi}$ — стационарная часть безразмерного

давления, χ_j', χ_j'' — безразмерные амплитуды колебаний, $\omega_j = j\omega$ — частоты колебаний, кратные ведущей частоте $\omega = \pi/t_s$. Полагаем, что перемещения $\mathbf{u}_c(t)$ являются нулевыми (жесткая заделка конструкции по части поверхности Σ_u). Тогда решение задачи (1) при циклическом нагружении (2) соответствует простому (пропорциональному) нагружению вида

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma}^0 \chi_1(t) + \boldsymbol{\sigma}^{(m)}(t), \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^0 \chi_1(t) + \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)}, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}^0 \chi_1(t) + \mathbf{u}^{(m)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\sigma}^0, \boldsymbol{\varepsilon}^0$ и \mathbf{u}^0 — амплитуды колебаний тензоров напряжений, деформаций и перемещений, не зависящие от времени, а только от координат; $\boldsymbol{\sigma}^{(m)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)}$ и $\mathbf{u}^{(m)}$ — квазистационарные части напряжений, деформаций и перемещений, изменение которых обусловлено развитием деформаций ползучести во времени. Для вычисления их амплитуд из (1) получаем следующую линейную задачу с заданным на границе Σ_σ единичным давлением

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^0 &= 0, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^0 = \frac{1}{2}(\nabla \otimes \mathbf{u}^0 + \nabla \otimes \mathbf{u}^{0T}), \\ \boldsymbol{\sigma}^0 &= \lambda I_1(\boldsymbol{\varepsilon}^0) \mathbf{E} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^0, \\ \boldsymbol{\sigma}^0 \Big|_{\Sigma_\sigma} \cdot \mathbf{n} &= -S\mathbf{n}, \quad \mathbf{u}^0 \Big|_{\Sigma_u} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Для вычисления деформаций и напряжений ползучести получаем следующую линейризованную задачу:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(m)} &= 0, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} = \frac{1}{2}(\nabla \otimes \mathbf{u}^{(m)} + \nabla \otimes \mathbf{u}^{(m)T}), \\ \boldsymbol{\sigma}^{(m)} &= (\lambda I_1(\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} - \boldsymbol{\varepsilon}_c^{(m)}) - (3\lambda + 2\mu)\varepsilon_c^{(m)}) \mathbf{E} + 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} - \boldsymbol{\varepsilon}_c^{(m)}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c^{(m)} = \frac{1 - \omega \varepsilon_{cu}^{(m)}}{\eta} \left(\frac{\sigma_u^{(m-1)}}{\sigma_s} \right)^r \left(\boldsymbol{\sigma}^{(m-1)} - \frac{1}{3} I_1(\boldsymbol{\sigma}^{(m-1)}) \mathbf{E} \right),$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(m)} \Big|_{\Sigma_\sigma} \cdot \mathbf{n} = -\bar{p}\mathbf{n}, \quad \mathbf{u}^{(m)} \Big|_{\Sigma_u} = 0,$$

где m — номер итерации в итерационном цикле решения задачи. Для численного решения краевых задач (4) и (5) применяем хорошо разработанный метод конечного элемента [15]. Основная проблема, которую приходится преодолевать при использовании МКЭ для расчета элементов конструкций корпусов ТЭДУ, заключается в создании качественных конечно-элементных сеток для тонкостенных оболочечных конструкций.

Накопление повреждений в материалах корпуса ТЭДУ. При длительном циклическом деформировании возникают и развиваются микродефекты (накопление повреждений). Если они достигают определенного критического уровня, появляются макродефекты и, как следствие, происходит лавинообразное разрушение всей конструкции. Для моделирования накопления повреждений в материалах корпуса используем теорию дисперсной повреждаемости [16–18], а в качестве меры повреждаемости выберем параметр повреждаемости $z(t)$. Согласно модели [19, 20], этот параметр состоит из двух частей: обратимых (залечиваемых после снятия нагрузки) и необратимых повреждений

$$z(t) = z_r(t) + z_d(t). \quad (6)$$

Параметр обратимых повреждений $z_r(t)$ согласно так называемому химическому критерию длительной прочности [20] для изотропных материалов, с учетом различия накопления повреждений при растяжении и сжатии, имеет вид:

$$\begin{aligned} z_r(t) &= \frac{\sigma_{u-}^2}{3\sigma_s^2} + K_0 \int_0^t \frac{\sigma_{u-}^2(\tau) d\tau}{(t-\tau)^\gamma} - \\ &- I_0^2 \int_0^t \int_0^t \frac{\mathbf{P}_{\sigma-}(\tau_1) \cdot \mathbf{P}_{\sigma-}(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2}{(t-\tau_1)^\beta (t-\tau_2)^\beta}, \end{aligned} \quad (7)$$

где: $\sigma_T, \sigma_C, \sigma_S$ — пределы статической прочности при растяжении, сжатии и сдвиге; $K_0, \Gamma_0, \gamma, \beta$ — набор констант модели повреждаемости; $\sigma_{u-}^2 = \mathbf{P}_{\sigma-} \cdot \mathbf{P}_{\sigma-}$, $\mathbf{P}_{\sigma-} = \mathbf{P}_\sigma / b$, а $b = 1 + B_1 V(\sigma)$, здесь $V(\sigma)$ — непрерывная функция от 1-го инварианта, описывающая изменение накопления повреждений при переходе от области растяжения к сжатию:

$$V(\sigma) = \begin{cases} 0, & \text{если } \sigma > 0 \\ -\sigma, & \text{если } -\sigma_C < \sigma < 0, \quad B = \left(\frac{\sigma_C^2}{3\sigma_s^2} - 1 \right) \frac{1}{\sigma_C} \\ \sigma_C & \text{если } \sigma < -\sigma_C \end{cases} \quad (8)$$

Для необратимой части повреждений $z_d(t)$, согласно [19, 20], имеет место следующее выражение:

$$z_d(t) = D_0 \int_0^t \sigma_{u-}^2(\tau) d\tau - W_0 \int_0^t \mathbf{P}_{\sigma-}(\tau) \cdot \int_0^\tau e^{-\phi(\tau-\tau_1)} \mathbf{P}_{\sigma-}(\tau_1) d\tau_1 d\tau, \quad (9)$$

где D_0, W_0, ϕ — константы модели.

Согласно химическому критерию длительной прочности, разрушение в некоторой точке \mathbf{x}^* конструкции в момент времени $t^*(\mathbf{x}^*)$ происходит, если в этот момент параметр повреждаемости $z(t)$ достигает значения 1:

$$z(t^*(\mathbf{x}^*)) = 1. \quad (10)$$

Для хрупких материалов, для которых следствием первоначального разрушения является практически мгновенный рост трещины, приводящий к полному разрушению элемента корпуса ТЭДУ, время $t^*(x^*)$ является искомой долговечностью корпуса ТЭДУ.

При циклическом нагружении вида (2)–(3) девиаторы тензоров напряжений в интегральных выражениях (7) и (9) и их скалярные свертки можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_\sigma &= \mathbf{P}_\sigma^0 \chi_1(t) + \mathbf{P}_\sigma^{(m)} \sigma = \sigma^0 \chi_2(t), \quad \chi_2(t) = \chi_1(t) + k^{(m)}, \\ k^{(m)} &= \sigma^{(m)} / \sigma^0, \\ \mathbf{P}_{\sigma^-}(\tau_1) \cdot \mathbf{P}_{\sigma^-}(\tau_2) &= \frac{1}{b(\tau_1)b(\tau_2)} \left(\sigma_u^{(0)2} \chi_1(\tau_1) \chi_1(\tau_2) + \right. \\ &+ \left. \sigma_u^{0(m)} (\chi_1(\tau_1) + \chi_1(\tau_2)) + \sigma_u^{(m)2} \right), \\ \sigma_u^{(0)2} &= \mathbf{P}_\sigma^0 \cdot \mathbf{P}_\sigma^0, \quad \sigma_u^{0(m)} = \mathbf{P}_\sigma^0 \cdot \mathbf{P}_\sigma^{(m)}, \quad \sigma_u^{(m)2} = \mathbf{P}_\sigma^{(m)} \cdot \mathbf{P}_\sigma^{(m)}, \\ b(\tau) &= 1 + B_1 V(\tilde{\sigma}^0 \chi_2(\tau)), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\mathbf{P}_{\sigma^-}^0 = \sigma^0 - \frac{1}{3} \sigma^0 \mathbf{E}$, $\mathbf{P}_{\sigma^-}^{(m)} = \sigma^{(m)} - \frac{1}{3} I_1(\sigma^{(m)}) \mathbf{E}$ — девиаторы соответствующих тензоров.

Поскольку характерное время ползучести значительно больше характерного времени циклических колебаний, то все величины, относящиеся к напряжениям ползучести $\mathbf{P}_\sigma^{(m)}$, $k^{(m)}$, можно рассматривать как константы на первом периоде колебаний. Тогда при условии $\bar{\chi} > \chi_a$ (чисто асимметричный цикл колебаний, где $\chi_a = \sum_{j=0}^{\infty} (\chi_j' + \chi_j'')$ — амплитуда колебаний) параметр повреждаемости $z(t)$ можно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} z(t) &= \sigma_u^{02} B(t), \\ B(t) &= \frac{f_0}{3\sigma_s^2} + B_3(t)f_1 - B_4(t)f_2, \quad B_3(t) = \frac{K_0}{1-\gamma} t^{1-\gamma} + tD_0, \\ B_4(t) &= \frac{\Gamma_0^2}{(1-\beta)^2} t^{2-2\beta} + t \frac{W_0}{\Phi}. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь введены функции от амплитуд колебаний:

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{\chi_a^2 + k_u^{(m)2}}{\bar{b}^2}, \quad f_1 = \left\langle \frac{\chi_1^2(t) + k_u^{(m)2}}{b^2(t)} \right\rangle, \\ f_2 &= \left\langle \frac{k_u^{(m)}}{b(t)} \right\rangle^2, \quad k_u^{(m)} = \sigma_u^{(m)} / \sigma_u^0, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\bar{b} = 1 + B_1 V(\sigma^0(k^{(m)}))$. Осреднение в (13) осуществляется по максимальному периоду цикла нагружения (3)

$$\langle g \rangle = \frac{\omega_{\min}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{\min}} g(t) dt, \quad (14)$$

где ω_{\min} — наименьшая частота нагружения.

Расчет долговечности корпуса ТЭДУ при случайном нагружении. Формулы (10) и (12) позволяют рассчитать долговечность t^* элемента корпуса ТЭДУ при детерминированном нагружении конструкции. В реальных условиях эксплуатации нагружение, как правило, представляет собой случайный процесс и вместо расчета долговечности должен осуществляться расчет статистических характеристик: гамма-процентного ресурса безотказной работы, вероятности безотказной работы, средней наработки до отказа.

Положим, что на корпус ТЭДУ действует нагрузка — давление $p(t)$ — стационарный случайный гауссовский процесс, основная частота которого удовлетворяет условию $\omega = \pi / t_s \gg \pi / \Delta t$. Это вполне приемлемое допущение для непрерывно работающей двигательной установки в течение всего срока эксплуатации. Тогда для функции $p(t)$ можно записать спектральное представление, которое формально совпадает с выражением (2). Амплитуды колебаний χ_j' , χ_j'' являются случайными величинами с нулевым матожиданием — $M(\chi_j') = M(\chi_j'') = 0$ — распределены по нормальному закону, с заданной дисперсией $D(\chi_j')$, $D(\chi_j'')$. Стационарные значения давления $\bar{\chi}$ является неслучайной величиной. Тогда формула (12) для параметра повреждаемости также имеет место, но представляет собой уже реализацию случайного процесса $z(t)$. Математическое ожидание и дисперсия от случайного процесса $z(t)$ накопления повреждений вычислим следующим образом. Поскольку все величины в (12), кроме амплитуды колебаний χ_a и $z(t)$, на данном этапе методики полагаются детерминированными (как и величины $k_u^{(m)2}$ и b), используя свойства математического ожидания от линейных случайных функций, получаем

$$M(z(t)) = \sigma_u^{02} \left(\frac{M(\chi_a^2) + k_u^{(m)2}}{3\sigma_s^2 \bar{b}^2} + B_3(t)M(f_1) - B_4(t)f_2 \right). \quad (15)$$

Аналогично вычисляем дисперсию от параметра повреждаемости

$$\begin{aligned} D(z(t)) &= M((z - M(z))^2) = \\ &= \sigma_u^0 \left(\frac{M(\chi_a^4) - M^2(\chi_a^2)}{3\sigma_s^2 \bar{b}^2} + B_3(t)(M(f_1^2) - M^2(f_1)) \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Полагая, что плотность распределения параметра повреждаемости соответствует нормальному закону

$$f(z(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(z(t))}} \exp(-(z(t) - M(z(t)))^2 / D(z(t)) / 2), \quad (17)$$

получаем, что максимум случайных значений параметра повреждаемости достигается при $z_{\max} = M(z)$. Когда z_{\max} достигает 1 в некоторый момент времени \bar{t}^* (когда выполняется условие $z_{\max}(\bar{t}^*) = M(z(\bar{t}^*)) = 1$), в этот момент происходит разрушение элемента конструкции. Этот момент времени \bar{t}^* назовем средней долговечностью элемента корпуса ТЭДУ при заданном уровне случайных нагрузок — он не совпадает с математическим ожиданием от случайных долговечностей $M(t^*)$, поскольку зависимость $z(t^*)$ нелинейная $M(z(t^*)) \neq z(M(t^*))$. Вычисляем среднюю долговечность \bar{t}^* с помощью уравнения

$$M(z(\bar{t}^*)) = 1, \quad (18)$$

подставляя в которое выражение (15), получаем уравнение для средней долговечности \bar{t}^* .

Полагая в уравнении (17) параметр повреждаемости равным $1 - z(t^*) = 1$, получаем плотность распределения долговечностей t^* :

$$f(t^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(z(t^*))}} \exp(-(1 - M(z(t^*)))^2 / D(z(t^*)) / 2), \quad (19)$$

где $M(z(t^*))$ и $D(z(t^*))$ выражаются по формулам (15) и (16), причем аргумент $z(t^*) = 1$ для этих функций отличен от 1 и меняется с изменением t^* . Распределение $f(t^*)$ уже отлично от нормального.

3. Метод численно-аналитического статистического моделирования

По различным причинам (несовершенства технологии изготовления, сборки, соединения элементов и т.п.) значения упруго-прочностных характеристик конструкционных материалов одной и той же марки могут варьироваться. Рассмотрим модель, в которой часть характеристик материалов, входящих в определяющие соотношения (1), (7) и (9), относительно стабильны, и их можно положить детерминированными величинами — к ним отнесем:

$$\{a_1 \dots a_5\} = \{v, r, \eta, \varpi, \sigma_s, \sigma_c, \gamma, \beta, D_0, W_0, D\}. \quad (20)$$

Другая часть представляет собой набор случайных величин, таковыми будем считать:

$$\{c_1 \dots c_q\} = \{E, K_0, \Gamma_0\}. \quad (21)$$

Здесь $q = 4$. Возможны две ситуации: 1) имеется выборка случайных величин $\{c_{1(k)} \dots c_{q(k)}\}$, полученных экспериментальным путем; 2) экспериментальные данные о статистических характеристиках отсутствуют. Для ситуации 1) находим математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины по стандартным форму-

лам статистики: $\bar{c}_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K c_{i(k)}$, $D(c_i) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (c_i - c_{i(k)})^2$,

$\delta(c_i) = \sqrt{D(c_i)}$. Для ситуации 2) при отсутствии экспериментальных данных полагаем, что значения случайных величин $\{c_{1(k)} \dots c_{q(k)}\}$ распределены по нормальному закону с заранее заданным среднеквадратическим отклонением.

Для расчета характеристик надежности корпуса ТЭДУ при случайном нагружении и со случайными характеристиками (21) применим вариант метода статистического моделирования (метод Монте-Карло) — метод численно-аналитического статистического моделирования. В соответствии с ним будем рассматривать серии статистических реализаций наборов случайных величин (21), полагая заданными параметры их распределения (математическое ожидание и дисперсию). Для каждой k -й реализации $\{c_{1(k)} \dots c_{q(k)}\}$ случайных величин $\{c_1 \dots c_q\}$ можно провести описанную выше процедуру, включая решение задач расчета НДС (1) и расчет плотности распределения долговечностей $f_{(k)}(t^*)$ по формуле (19). Чтобы найти итоговую плотность распределения долговечностей $\bar{f}(t^*)$ для всех реализаций случайных величин (21), просуммируем их по всем реализациям, образуя генеральную совокупность случайных величин

$$\bar{f}(t^*) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{f}_{(k)}(t^*). \quad (22)$$

С помощью функции $\bar{f}(t^*)$ вычисляем функцию распределения отказа элемента КВД $F(t^*)$ (вероятность разрушения конструкции в зависимости от времени эксплуатации) и функцию надежности $P(t^*)$ корпуса ТЭДУ (вероятность безотказной работы в зависимости от времени эксплуатации):

$$F(t^*) = \int_0^{t^*} \bar{f}(t) dt, \quad P(t^*) = 1 - F(t^*). \quad (23)$$

По этим формулам стандартным образом вычисляем вероятность $P(t)$ безотказной работы за заданное время t и гамма-процентный ресурс t_γ — время безотказной работы с вероятностью γ : $P(t_\gamma) = 1 - F(t_\gamma) = \gamma$. Среднюю наработку до отказа \bar{t}^* вычисляем как среднее значение долговечностей $\bar{t}_{(k)}^*$,

каждое из которых является решением уравнения (18) при k -й реализации $\{c_{1(k)} \dots c_{q(k)}\}$:

$$\bar{t}^* = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{t}_{(k)}^* \quad (24)$$

Константы моделей долговечности материалов корпуса ТЭДУ. В качестве основного конструкционного материала корпуса ТЭДУ, принятого в расчетах, был выбран молибденовый жаропрочный сплав типа VM-1. Упруго-прочностные характеристики, а также константы моделей долговечности (20) и (21) этого материала при температуре 1000 °С приведены в табл. 1. Представлены среднестатистические значения характеристик (математические ожидания), а также среднеквадратические отклонения соответствующих значений от средних величин. На рис. 1 показаны графики деформации высокотемпературной ползучести материала типа VM-1 при одноосном растяжении.

На рис. 2 показаны кривые $\sigma_u^0(\bar{t}^*, \bar{k}_u)$ длительной ($\bar{k}_u = \infty$) и усталостной (при $\bar{k}_u = 1$) прочности жаростойкого молибденового сплава типа VM-1 при одноосном растяжении при температуре 1000 °С. Эти кривые получены на основе обработки имеющихся справочных данных и расчета с помощью химического критерия длительной прочности по уравнениям (15), (18), здесь \bar{k}_u — значения параметра асимметрии цикла нагружения $k_u^{(m)}$ при одноосном нагружении.

Конструкционные материалы имеют характерную особенность — сильную зависимость долговечности от коэффициента асимметрии цикла нагружения: при значении параметра асимметрии цикла $\bar{k}_u = 1$ значение долговечности при одинаковых значениях амплитуды колебаний уменьшается на не-

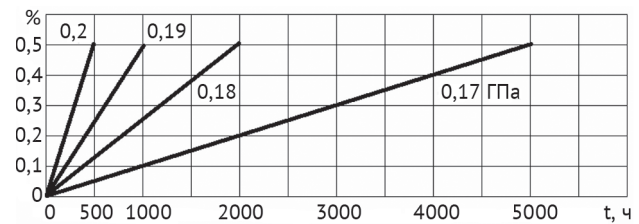


Рис. 1. Деформации ползучести $\varepsilon_{с11}$ материала типа VM-1 при постоянном напряжении и температуре 1000 °С

сколько порядков по сравнению со статической длительной прочностью.

Результаты численного статистического моделирования. Для численного моделирования выбраны следующие значения геометрических параметров элементов ТЭДУ: относительная толщина стенки внешней оболочки — 0,02, внутренней оболочки — 0,01; внутреннее давление газов на оболочку $\bar{p} = p_0 \bar{\chi} = 3,3$ МПа; давление газа между внутренней и внешней оболочками $\bar{p} = 3,0$ МПа. Средний коэффициент асимметрии цикла пульсирующего по случайному закону давления выбран равным $\bar{k}_u = 0,1$. Температура внутренней теплонагруженной оболочки в течение всего времени длительного нагружения полагалась равной 1000 °С.

Генерация конечно-элементных сеток для 3D компьютерного моделирования НДС в конструкции корпуса ТЭДУ осуществлялась в полуавтоматическом режиме с использованием свободно-распространяемого генератора NetGen и пакета ANSYS. Были проведены серии расчетов НДС элементов КВД в соответствии с разработанным методом. Конечно-элементные сетки, использованные на данном этапе расчетов, состояли из 73 млн КЭ для корпуса ТЭДУ. Такие КЭ сетки обеспечивали возможность расположения не менее 4 КЭ по толщине каждого слоя тонкостенной оболочки, что позволяет

Таблица 1

Значения характеристик материала молибденового сплава типа VM-1 при температуре 1000 °С

Номер характеристики i	Характеристика материала a_i	Размерность величины a_i	Матем. ожидание $M(a_i)$	Среднеквадратическое отклонение $\sqrt{D(a_i)}$, %
1	E	ГПа	250	10
2	ν	1	0,31	0
3	r	1	0,2	0
4	ϖ	1	0,24	0
5	η	С	$3 \cdot 10^{10}$	0
6	σ_T	ГПа	0,4	20
7	σ_C	ГПа	0,7	0
8	σ_S	ГПа	0,2	0
9	γ	1	0,839	0
10	β	1	0,683	0
11	K_0	ГПа $^{-2} c^{1-\gamma}$	$4,731 \cdot 10^{-2}$	10
12	Γ_0	ГПа $^{-2} c^{2-\beta}$	$5,789 \cdot 10^{-2}$	10

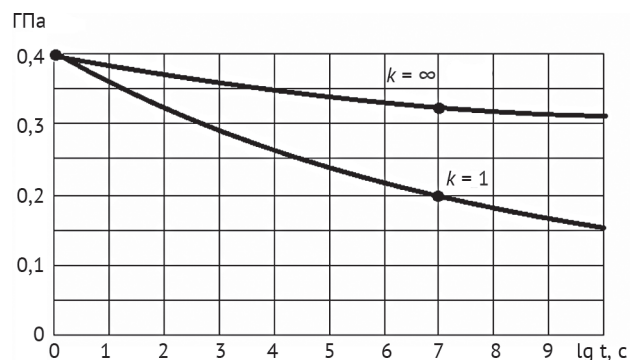


Рис. 2. Длительная ($k = \infty$) и усталостная ($k = 1$) прочность молибденового сплава типа VM-1 при температуре 1000 °С, точки — экспериментальные значения (среднее значение по 5 испытаниям), линии — расчет по химическому критерию (уравнения (15), (18))

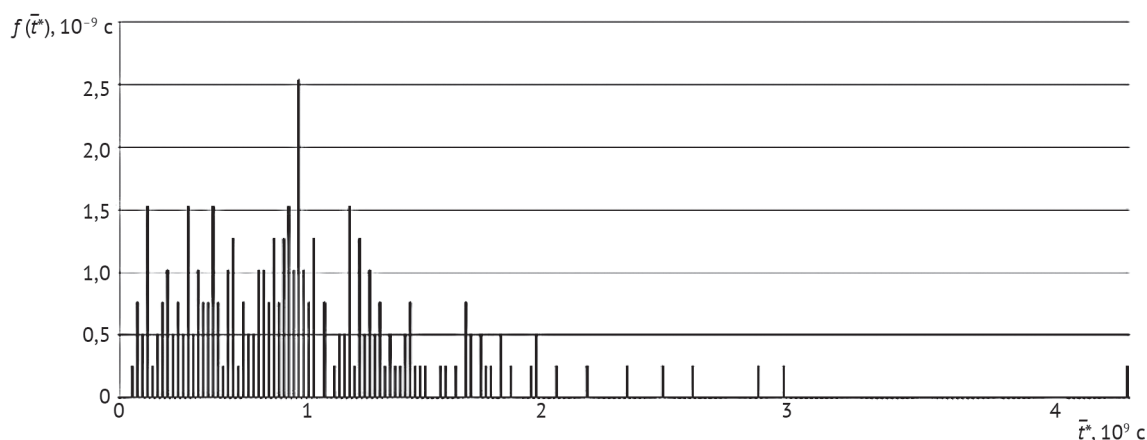


Рис. 8. Расчетная плотность распределения отказов конструкции корпуса ТЭДУ (плотность распределения долговечности $f(\bar{t}^*)$), вычисленная по результатам численного моделирования

получать достаточно качественные численные результаты. Применялись 10-узловые КЭ, обеспечивающие квадратичную аппроксимацию перемещений и линейную аппроксимацию напряжений в каждом КЭ. В качестве решателя СЛАУ, возникающей при конечно-элементном решении задач (1) и (2), использованы программные разработки научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана (НОЦ «Симплекс»).

На рис. 3–6 (см. с. 3 обложки журнала) показаны конечно-элементные расчетные сетки, визуализация которых осуществлялась в специализированном графическом редакторе MeshViewer4.0, разработанном в НОЦ «Симплекс». На этих рисунках показаны некоторые результаты расчета напряжений в элементах корпуса ТЭДУ — в виде распределений 1-го и 2-го инвариантов σ_u тензора напряжений по поверхности конструкции в один фиксированный момент времени $t = 10^3$ с.

Максимальные значения 1-го инварианта напряжений σ^0 достигаются на внутренней поверхности внешней силовой оболочки (рис. 5). Максимальные значения инварианта σ_u^0 достигаются в зонах стыков внешней силовой оболочки с патрубками (рис. 6).

В соответствии с разработанной методикой проведена серия численных экспериментов из 200 реализаций для каждого случайного параметра набора $\{c_1, \dots, c_4\}$ (21). Реализация значений случайных величин, распределенных по нормальному закону, осуществлялась с помощью генератора случайных чисел.

На рис. 7 (см. с. 3 обложки журнала) показаны графики функций $\max z(t)$ — параметра повреждаемости в зависимости от длительности t воздействия нагрузок, вычисленного в некоторой точке x корпуса ТЭДУ, в которой достигается максимальное значение этого параметра. Графики приведены для 7 реализа-

ций набора случайных величин, в котором варьировались одновременно все параметры (21).

По результатам расчета реализации случайной величины — долговечности \bar{t}^* — при различных значениях параметров конструкционных материалов (21) была вычислена плотность распределения $f(\bar{t}^*)$ случайной величины отказов (22). Последнюю опре-

деляли по формуле $f(\bar{t}^*) = \frac{n(t^* - \Delta t)}{N \Delta t}$, где $n(t^* - \Delta t)$ —

число случаев разрушения конструкции, наступивших в промежутке времени $t^* - \Delta t$, N — общее число расчетных вариантов численного моделирования ($N = 200$).

По значениям плотности распределения $f(\bar{t}^*)$ отказов конструкций корпуса ТЭДУ были вычислены характеристики надежности ТЭДУ: вероятность безотказной работы; средняя наработка до отказа и гамма-процентный ресурс безотказной работы (рис. 8).

На рис. 9 и 10 показаны функция распределения долговечности $F(t^*)$ корпуса реактора РУГК и вероятность безотказной работы $P(t^*)$, вычисленные по формулам (23).

По результатам численного моделирования определены следующие значения показателей надежности конструкций корпуса ТЭДУ: вероятность безотказной работы за время непрерывной работы в течение 10 лет ($t = 3,1 \cdot 10^8$ с) — $P_{6,p} = 0,995$; средняя наработка до отказа — $t = 9,1 \cdot 10^8$ с ($T_c = 29$ лет); гамма-процентный ресурс безотказной работы: $T_{90} = 4,6 \cdot 10^8$ с ($T_c = 14$ лет); $T_{99} = 3,3 \cdot 10^8$ с ($T_c = 11,7$ лет); $T_{99,5} = 3,1 \cdot 10^8$ с ($T_c = 10$ лет).

4. Выводы

Предложен метод прогнозирования долговечности и надежности элементов конструкций высокого давления, основанный на использовании

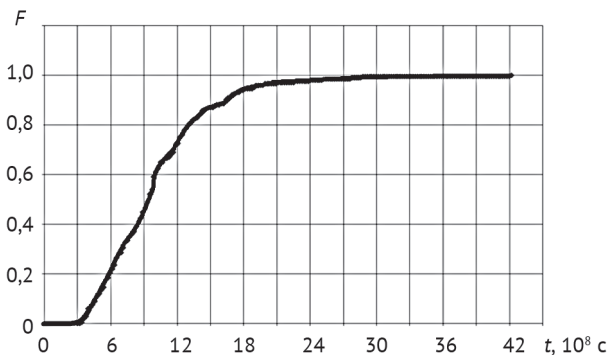


Рис. 9. Расчетная функция распределения отказа конструкции корпуса ТЭДУ, определенная по результатам численного моделирования

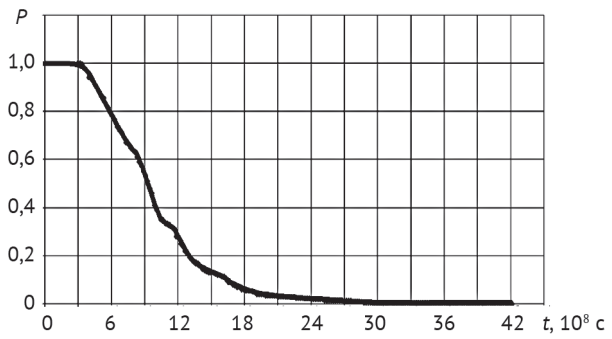


Рис. 10. Расчетная функция надежности конструкции корпуса ТЭДУ, определенная по результатам численного моделирования

статистического и численного конечно-элементного моделирования. Метод можно применять для расчета параметров долговечности и надежности сложных конструкций типа составных тонкостенных оболочек при случайных стационарных нагрузениях. На примере расчета элемента конструк-

ции высокого давления, выполненного в работе, показана возможность практической реализации предложенной методики и ее эффективность для сокращения или замены экспериментальных исследований по обоснованию надежности конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Beck A.T., Edison da Rosa. Structural reliability analysis using deterministic finite element Programs // Latin American Journal of Solids and Structures. — 2006. — N 3. — P. 197–222.
2. Anantha Ramu S., Ganesan R. Stability analysis of a stochastic column subjected to stochastically distributed loadings using the finite element method // Finite Elements in Analysis and Design. — 1992. — N 11 — P. 105–115.
3. Adhikari S., Manohar C.S. Dynamical analysis of framed structures with statistical uncertainties // International Journal of Numerical Methods in Engineering. — 1999. — V. 44. — P. 1157–1178.
4. Wang D., Chowdhury M.R., Haldar A. System reliability evaluation considering strength and serviceability requirements // Computers and Structures. — 1997. — V. 62. — N 5. — P. 883–896.
5. Takada T. Weighted integral method in multidimensional stochastic finite element analysis // Probabilistic Engineering Mechanics. 1990. — V. 5. — N 4. — P. 158–166.
6. Spanos P.D., Ghanem R. Stochastic finite element expansion for random media // Journal of Engineering Mechanics. — 1989. — V. 115. — N 5. — P.1035–1053.
7. Mahadevan S., Dey A. Adaptive Monte Carlo simulation for time-variant reliability analysis of brittle structures // AIAA Journal. — 1997. — V. 35. — N 2. — P. 321–326.
8. Liu W.K., Bestereld G.H., Belytschko T. Variational approach to probabilistic finite elements // Journal of Engineering Mechanics ASCE. — 1988. — V. 114. — N 12. — P. 2115–2133.
9. Der Kiureghian A., Ke J.B. The stochastic finite element method in structural reliability // Probabilistic Engineering Mechanics. — 1988. — V. 3. — N 2. — P. 83–91.
10. Chang T.P. Dynamic finite element analysis of a beam on random foundation // Computers and Structures. — 1993. — V. 48. — N 4. — P. 583–589.
11. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. — М.: Стройиздат, 1971.
12. Димитриенко Ю.И. Основы механики твердого тела / Механика сплошной среды.— Т.4. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2013.
13. Димитриенко Ю.И. Нелинейная механика сплошной среды. — М.: Физматлит, 2009.
14. Димитриенко Ю.И. Тензорный анализ // Механика сплошной среды. — Т.1. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
15. Димитриенко Ю.И., Дубровина А.Ю., Соколов А.П. Конечно-элементное моделирование усталостных характеристик композиционных материалов // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2011. — № СПЕС. — С. 34–49.
16. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Соппротивление полимерных и композитных материалов. — Рига: Зинатне, 1980.
17. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. — М.: Наука, 1970.
18. Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.П. Длительная прочность армированных пластиков // Механика композитных материалов. — 1989. — № 1. — С. 16–22.
19. Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.П. Прогнозирование долговечности полимерных элементов конструк-

ций с помощью «химического» критерия длительной прочности // Вопросы оборонной техники. — 2002. — №1/2. — С. 15–21.

20. Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.П. Расчет сопротивления усталости композитов на основе «химического» критерия длительной прочности // Вопросы оборонной техники. — 2002. — № 1/2. — С. 21–25.

Reliability Computation of Heat-power Engine Structures Based on Finite Element Modeling

Yu.I. Dimitrienko, Director of Scientific-educational Center on Supercomputer Engineering Modeling and Software Development, Chief of Computational Mathematics and Mathematical Physics Department, Dr.Sc. (Phys&Math), Professor, Bauman Moscow State Technical University

Yu.V. Yurin, Researcher, Bauman Moscow State Technical University

S.V. Evropin, Director of Structure Indestructibility Division, Ph.D. of Engineering, Joint-Stock Company “N.A. Dollezhal Research and Development Institute of Power Engineering”

E.A. Shiverskiy, Chief of Probability Analysis for Safety and Hazard Control, Ph.D. of Engineering, Joint-Stock Company “N.A. Dollezhal Research and Development Institute of Power Engineering”

S.A. Koretskiy, Leading Engineer of Structure Indestructibility Division, Joint-Stock Company “N.A. Dollezhal Research and Development Institute of Power Engineering”

A.A. Prozorovsky, Researcher of Scientific-educational center “Supercomputer Engineering Modeling and Software Development”, Bauman Moscow State Technical University

The computational method was suggested for reliability of heat-power engine structures under continuous random in-process loads. The method is based on numerical statistical modeling of an in-process stress-strain state (SSS) of a structure with random characteristics of structural materials and computation of damage accumulation and durability of the structure under random stationary loadings. The chemical criterion of durable strength has been applied to calculate damage accumulation. The iteration method for a three-dimensional thermo-mechanics problem and the finite-element method have been used to compute the SSS of structures regarding creep. As an example of application of the developed method, computations for durability and reliability of two-layer cooled structure of a thermo-energetic power plant case have been conducted.

Keywords: durability and reliability forecasting, damage accumulation, fatigue, creep, numerical modeling, statistical simulation, finite-element modeling, high-pressure structures.

Заседание Совета Межрегиональной Ассоциации содействия обеспечению безопасных условий труда «ЭТАЛОН»

23 июня 2014 г. в конференц-зале гостиницы «Golden Ring — Золотое кольцо» (г. Москва) состоялось первое заседание Совета Ассоциации. В Совет, избранный общим собранием членов Ассоциации «ЭТАЛОН» 16 июня 2014 года, входят 24 человека, представляющие предприятия и организации различных регионов России. Систему образования в Совете представляет Девисилов В.А.

На заседании рассмотрены следующие вопросы.

1. Об итогах выборов членов Совета Ассоциации. Избрание вице-президента и ответственного секретаря Ассоциации.
2. Об итогах проведения Второго Всероссийского съезда специалистов по охране труда и задачах Ассоциации «ЭТАЛОН» по реализации его решений.
3. О ходе подготовки Всероссийских конкурсов по охране труда.
4. О задачах Ассоциации «ЭТАЛОН» в связи с реализацией статуса Всероссийского объединения специалистов по охране труда.
5. О проекте Соглашения о взаимодействии и сотрудничестве между Министерством труда и социальной защиты Российской Федерации и Межрегиональной Ассоциацией содействия обеспечению безопасных условий труда «ЭТАЛОН».
6. Об участии представителей Ассоциации «ЭТАЛОН» в работе рабочих групп по проведению мониторинга Методики проведения СОУТ и по подготовке концепции проекта федерального закона о безопасности и гигиены труда.
7. О приоритетных и первоочередных направлениях деятельности и плане мероприятий Ассоциации «ЭТАЛОН».
8. Разное.

В частности, на заседании было подчеркнута исключительная важность образования в области охраны труда. В связи с этим признано целесообразным создать в рамках Ассоциации комитет по образованию.

О работе Ассоциации и правилах вступления в нее физических и юридических лиц можно узнать на сайте <http://www.aetalon.ru>.