

ДИАГНОСТИКА СТОХАСТИЧЕСКОГО ИОНОСФЕРНОГО КАНАЛА В ДЕКАМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ РАДИОВОЛН

DIAGNOSTICS OF THE STOCHASTIC IONOSPHERIC CHANNEL IN THE DECAMETER BAND OF RADIO WAVES

Н.Т. Афанасьев

*Иркутский государственный университет,
Иркутск, Россия, spacemaklay@gmail.com*

С.О. Чудаев

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, ch45st@gmail.com*

N.T. Afanasiev

*Irkutsk State University,
Irkutsk, Russia, spacemaklay@gmail.com*

S.O. Chudaev

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, ch45st@gmail.com*

Аннотация. Предложена методика прямой диагностики стохастического ионосферного радиоканала, позволяющая пересчитать характеристики пробного зондирующего сигнала в характеристики передаваемого сигнала. Получены аналитические соотношения вторых статистических моментов траекторных характеристик основного и пробного сигналов, распространяющихся в трехмерной случайно-неоднородной ионосфере. При выводе соотношений учтены граничные условия в пунктах излучения и приема сигналов. В качестве модели случайных неоднородностей диэлектрической проницаемости ионосферы использованы представления об изменяющемся пространственно-временном корреляционном эллипсоиде, самосогласованным с пространственными изменениями средней ионосферы. Временные флуктуации случайных неоднородностей учтены в рамках гипотезы о замороженном переносе. Аналитические соотношения использованы для расчета ожидаемых статистических характеристик декаметровых сигналов на трассах наклонного зондирования ионосферы. Предложена оперативная численная алгоритмизация полученных формул. Приведены результаты численных экспериментов для определения ожидаемых дисперсий фазы, групповой задержки и доплеровского сдвига частоты основного сигнала на заданной односкачковой трассе по данным измерений этих характеристик пробного сигнала на вспомогательной трассе. Показана эффективность предложенной методики диагностики статистических траекторных характеристик декаметрового сигнала на односкачковых трассах в условиях, когда наземные пункты излучения и приема основного и пробного сигналов находятся вне окрестностей точек фокусировки волнового поля.

Ключевые слова: ионосфера, случайные неоднородности, флуктуации, статистические моменты, лучевое приближение, радиосигнал, декаметровый диапазон.

Abstract. We propose a method for direct diagnostics of a stochastic ionospheric radio channel. This method can recalculate probe signal characteristics into transmitted signal characteristics. We derive analytical equations of second-order statistical moments for trajectory characteristics of the main and probe signals propagating in a three-dimensional randomly inhomogeneous ionosphere. We take into account boundary conditions at signal transmission and reception points. As a model of random irregularities of permittivity of the ionosphere, we utilize the concept of a changing space-time correlation ellipsoid, which is self-consistent with spatial changes in the average ionosphere. Time fluctuations of random irregularities are taken into account by the hypothesis of frozen transfer. We use analytical relationships to calculate the expected statistical characteristics of decameter signals along oblique probing paths of the ionosphere. An operational numerical algorithmization of the formulas derived is proposed. We report results of numerical experiments to determine the expected phase variances, group delay, and Doppler frequency shift of the main signal on a given single-hop path, based on measurements of these characteristics of a probe signal on a secondary path. We demonstrate the efficiency of the proposed method for diagnosing statistical trajectory characteristics of a decameter signal along single-hop paths under conditions when ground points of transmission and reception of the main and probe signals are outside the vicinity of focusing points of the wave field.

Keywords: ionosphere, random irregularities, fluctuations, statistical moments, ray approximation, radio signal, decameter band.

ВВЕДЕНИЕ

Для обеспечения надежности и помехоустойчивости ионосферного радиоканала важно иметь априорные сведения о его физических параметрах и свойствах [Благовещенский, Жеребцов, 1987; Rawer,

1993; Благовещенский, 2011]. При распространении сигналов в реальной случайно-неоднородной ионосфере эти сведения известны с определенной долей вероятности. С другой стороны флуктуации характеристик пробного сигнала, прошедшего через ионосферный канал, несут в себе информацию о случай-

ных неоднородностях среды. Поэтому для надежного использования ионосферного канала полезна диагностика ожидаемых характеристик основного сигнала, направленного в пункт назначения, по данным измерений характеристик встречного пробного сигнала, принятого в пункте излучения основного сигнала. Одним из вариантов решения этих вопросов является подход, базирующийся на прямой диагностике ионосферного радиоканала, когда параметры пробного зондирующего сигнала пересчитываются в характеристики основного передаваемого сигнала [Куркин и др., 1993]. При этом получены важные результаты, касающиеся прогнозирования максимально-применимых частот и дистанционно-частотных характеристик декаметрового сигнала в различных геофизических условиях. Точность оперативного прогноза, основанного на прямой диагностике радиоканала, во многом зависит от строгости функциональных соотношений, связывающих характеристики пробного и передаваемого сигналов. В основном такие соотношения получают для регулярной среды без учета ее тонкой хаотической структуры, поэтому интерес представляет вывод подобных соотношений в задаче распространения сигнала в случайно-неоднородной ионосфере.

В общем случае декаметровый ионосферный радиоканал представляет собой сложную многосвязную систему [Mitra, 1947; Davies, 1990]. Вследствие существенной анизотропии ионосферы, многомасштабности неоднородностей и особенностей механизмов распространения радиоволн диагностика ионосферного канала представляет большую проблему и весьма актуальна [Казанцев и др., 1967; Благовещенский, Жеребцов, 1987; Куркин и др., 1993; Алимов и др., 1997; Крюковский и др., 2012, 2016; Ипатов и др., 2014; Бова и др., 2019]. В частности, при оценке статистических характеристик декаметрового сигнала встает вопрос о форме спектра случайных неоднородностей канала. Нет полной ясности о пространственном распределении неоднородностей по всей толще ионосферы. Между тем, решение задачи оценки статистических характеристик декаметрового сигнала в ионосферном радиоканале возможно с использованием модели случайно-неоднородной ионосферы с обобщенными (интегральными) свойствами. В данном направлении были получены важные результаты благодаря введению представлений об эффективном корреляционном эллипсоиде, приближенно описывающем случайные неоднородности среды [Гусев, Овчинникова, 1980; Вологдин и др., 2007, 2012; Афанасьев и др., 2009] и позволяющем существенно упростить аналитические расчеты статистических моментов сигнала. Несмотря на то, что ионосфера является многомасштабной случайно-неоднородной средой и характеризуется степенным спектром неоднородностей, в ряде случаев при расчетах низших моментов траекторных характеристик сигнала можно использовать гауссов корреляционный эллипсоид неоднородностей с эффективными параметрами. В частности, исследования [Алимов и др., 1997; Афанасьев и др., 2009; Afanasiev et al., 2010] показали, что при расчетах дисперсии фазы декаметрового радиосигнала в многомасштабной случайно-неоднородной среде

можно использовать гауссову модель корреляционного эллипсоида, если в качестве пространственного масштаба неоднородностей считать внешний масштаб ионосферной турбулентности, заданной степенным спектром. Связано это с тем, что высокочастотная часть спектра неоднородностей в большей степени оказывает влияние на амплитуду сигнала и в меньшей степени на его фазу [Ishimaru, 1999].

В работе [Агеева и др., 2020] была рассмотрена возможность оценки статистических характеристик сигнала в двумерном информационном канале по данным измерений траекторных моментов пробного сигнала. В настоящей работе этот подход развит на трехмерный случай и применяется для расчета ожидаемых статистических характеристик декаметровых сигналов на односкачковых ионосферных трассах.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Пусть в пункте I_0 , расположенном на поверхности Земли (рис. 1), находится источник квазимонохроматического декаметрового сигнала. Оценим ожидаемые статистические траекторные характеристики сигнала на заданной ионосферной трассе I_0P_0 (длина трассы x_r). С этой целью из некоторого пункта I_v , расположенного в окрестности P_0 , направим пробный сигнал в направлении на источник основного сигнала. Будем считать, что траекторные характеристики пробного сигнала могут быть измерены в пункте P_v , совпадающим с I_0 . Получим приближенные аналитические соотношения, связывающие статистические траекторные характеристики сигналов на основной трассе I_0P_0 и вспомогательной трассе I_vP_v (длина трассы x_p). Рассмотрим случай распространения сигналов в случайно-неоднородной ионосфере без учета магнитного поля Земли и кривизны земной поверхности. Эти упрощения нам необходимы, чтобы на первом этапе решения поставленной общей задачи более наглядно и явно продемонстрировать потенциальные возможности предлагаемого приближенного метода оценки ожидаемых статистических характеристик сигнала на односкачковой трассе средней протяженности.

В качестве измеряемых характеристик пробного декаметрового сигнала, излученного из пункта I_v и принятого в пункте излучения основного сигнала I_0 , будем использовать вторые статистические моменты фазы, групповой задержки и доплеровского смещения частоты. Для восстановления параметров корреляционного эллипсоида неоднородностей ионосферы по данным измерений характеристик пробного сигнала на вспомогательной трассе I_vP_v получим связыва-

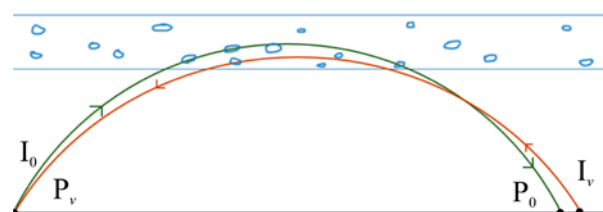


Рис. 1. Схема диагностики ионосферной трассы I_0P_0 по данным измерений на трассе I_vP_v

вающие их функциональные соотношения с учетом граничных условий в пунктах приема и излучения. В лучевом приближении [Кравцов, Орлов, 1980] для флуктуаций фазы, групповой задержки и доплеровского сдвига частоты сигнала, распространяющегося в изотропной трехмерно-неоднородной ионосфере, в декартовой системе координат имеем [Гершман и др., 1984]

$$\varphi = \frac{2\pi f}{c} \int_0^{x_p} \sqrt{\varepsilon} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx, \quad (1)$$

$$t = \int_0^{x_p} \frac{1}{c\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx, \quad (2)$$

$$\Delta f = -\frac{f}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^{x_p} \sqrt{\varepsilon} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx, \quad (3)$$

где $\varepsilon = \varepsilon(x, y, z, \tau)$ — пространственно-временная случайная функция диэлектрической проницаемости; τ — время; f — рабочая частота; c — скорость света; x_p — дальность вспомогательной трассы, а интегрирование проводится вдоль случайных лучевых траекторий, соединяющих пункты излучения и приема пробного сигнала. Хорошо известны различные способы построения лучевых траекторий [Казанцев и др., 1967; Кравцов, Орлов, 1980; Кляцкин, 2008; Крюковский и др., 2012]. Для расчета лучей мы используем систему дифференциальных уравнений в эйлеровой форме с независимой переменной элемента дальности dx [Терещенко, 1971]

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \operatorname{ctg} \beta & \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha \\ \frac{d\beta}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} (1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha) \left(\frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial x} \operatorname{ctg} \beta - \frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial z} \right) \\ \frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} (1 + \cos^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \beta) \left(\frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial y} - \frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial x} \operatorname{tg} \alpha \right), \end{cases} \quad (4)$$

где x, y, z — текущие координаты луча; α, β — углы рефракции в азимутальной и угломестной плоскостях. По сравнению с лучевыми уравнениями в гамильтоновой форме [Агеева и др., 2020], где независимой переменной является элемент групповой задержки, эйлерова форма позволяет более компактно и наглядно представлять результаты расчетов характеристик наклонного распространения радиоволн в случайно-неоднородной ионосфере.

Статистические моменты траекторных характеристик пробного сигнала на вспомогательной трассе $I_V P_V$ определим в приближении метода малого параметра [Арнольд, 1989]. Для функций, входящих в уравнения (1)–(4) используем разложения

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_0(z) + \varepsilon_1(x, y, z, \tau) \\ \varphi = \varphi_0 + \varphi_1, t = t_0 + t_1 \\ \Delta f = \Delta f_0 + \Delta f_1 \\ z = z_0 + z_1, y = y_0 + y_1 \\ \beta = \beta_0 + \beta_1, \alpha = \alpha_0 + \alpha_1, \end{cases} \quad (5)$$

где $y_0, z_0, \alpha_0, \beta_0, \varphi_0, t_0, \Delta f_0, y_1, z_1, \alpha_1, \beta_1, \varphi_1, t_1, \Delta f_1$ — средние и флуктуационные характеристики сигнала;

функция ε_0 описывает среднюю диэлектрическую проницаемость радиоканала; ε_1 характеризует пространственно-временные случайные неоднородности ионосферы.

Из практики декаметрового связи известно, что в спокойных геофизических условиях при наклонном зондировании ионосферы радиоволны обычно распространяются в плоскости дуги большого круга [Rawer, 1993]. Поэтому будем полагать, что волновое поле более регулярно в поперечной плоскости, чем в вертикальной. Для простоты рассмотрим среднюю траекторию луча, лежащую в плоскости дуги большого круга (в нашем случае в плоскости XOZ ($\alpha_0 = 0, y_0 = 0$)). Подставляя разложения (5) в (1)–(4) и выполняя вычисления с учетом граничных условий в пунктах приема и излучения, получаем порождающие уравнения

$$\varphi_0 = \frac{2\pi f}{c} \int_0^{x_p} \sqrt{\varepsilon_0} \sqrt{1 + \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2} dx, \quad (6)$$

$$t_0 = \int_0^{x_p} \frac{1}{c\sqrt{\varepsilon_0}} \sqrt{1 + \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2} dx, \quad (7)$$

$$\Delta f_0 = -\frac{f}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^{x_p} \sqrt{\varepsilon_0} \sqrt{1 + \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2} dx = 0 \quad (8)$$

и уравнения для флуктуаций

$$\varphi_1 = \frac{\pi f}{c} \int_0^{x_p} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{dx}{\sin \beta_0}, \quad (9)$$

$$t_1 = \int_0^{x_p} \frac{F_p(x)}{c\sqrt{\varepsilon_0} \sin \beta_0} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial z_0} dx - \frac{1}{2} \int_0^{x_p} \frac{\varepsilon_1}{c\varepsilon_0 \sqrt{\varepsilon_0} \sin \beta_0} dx, \quad (10)$$

$$\Delta f_1 = -\frac{f}{2c} \int_0^{x_p} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0} \sin \beta_0} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \tau} dx, \quad (11)$$

где

$$F_p(x) = F_{1p}(x) + F_{2p}(x), \quad (12)$$

$$F_{1p}(x) = \frac{c}{2 \sin \beta_p R_{1p}(x_p)} R_{2p}(x) P_p(x), \quad (13)$$

$$F_{2p}(x) = \frac{c}{2 \sin \beta_p R_{1p}(x_p)} R_{1p}(x) P_{2p}(x), \quad (14)$$

$$P_{1p}(x) = \int_0^x \frac{\sin \beta_0}{\varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z_0} R_{1p}(x) \frac{dx}{c\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (15)$$

$$P_{2p}(x) = \int_x^{x_p} \frac{\sin \beta_0}{\varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z_0} R_{2p}(x) \frac{dx}{c\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (16)$$

$$R_{1p} = \frac{\partial z_0}{\partial \beta_p}(x), \quad R_{2p} = \frac{\partial z_0}{\partial \beta_p}(x_p - x) \quad \text{— фундаментальные}$$

решения краевой траекторной задачи для пробного источника; β_p — угол входа пробного сигнала в канал (отсчитывается от вертикали), индекс p характеризует пробную трассу. Интегрирование в (6)–(11), (15), (16) проводится по средней траектории, являющейся решением системы уравнений

$$\left\{ \frac{dz_0}{dx} = \text{ctg } \beta_0, \frac{d\beta_0}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{\partial \sqrt{\varepsilon_0}}{\partial z_0} \right. \quad (17)$$

с начальными условиями $z_0(x_p)=0, \beta_0(x_p)=\beta_p$.

На основе (9)–(11) получим статистические моменты траекторных характеристик пробного сигнала на вспомогательной трассе протяженностью x_p . Рассмотрим условия квазиоднородного случайного поля неоднородностей канала. Функцию корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости ионосферы зададим в виде [Гершман и др., 1984]

$$N = \langle \varepsilon_1(x_1, y_1, z_1, \tau_1) \varepsilon_1(x_2, y_2, z_2, \tau_2) \rangle = N_1 N_0, \quad (18)$$

где N_0 — однородная часть корреляционной функции. Функция N_1 характеризует статистическую неоднородность случайного поля неоднородностей и учитывает непостоянство параметров неоднородностей в канале, причем функция N_1 изменяется более медленно, чем N_0 . В качестве функции N_1 рассмотрим зависимость $N_1 = \mu^2(1 - \varepsilon_0)^2$, где μ^2 — интенсивность случайных неоднородностей электронной концентрации ионосферы. Движение неоднородностей учтем в рамках гипотезы о замороженном переносе:

$$N_0 = \exp\left(-\frac{1}{a^2} \left[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2 - V(\tau_1 - \tau_2))^2 \right]\right), \quad (19)$$

где a — масштаб неоднородностей; V — скорость движения случайного поля неоднородностей. Составляя из (9)–(11) статистические моменты и проводя аналитические преобразования, для выбранной модели функции корреляции неоднородностей получаем интегральные выражения для дисперсий траекторных характеристик сигнала

$$\sigma_{\varphi}^2 = \int_0^{x_p} \frac{\sqrt{\pi} \omega^2 a \mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2}{4c^2 \sqrt{\varepsilon_0} \sin \beta_p} dx, \quad (20)$$

$$\sigma_{f_p}^2 = \int_0^{x_p} \frac{f^2 \sqrt{\pi} V^2 \mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2 \sin \beta_0}{2a c^2 \varepsilon_0} dx, \quad (21)$$

$$\sigma_{\Delta p}^2 = 2 \int_0^{x_p} \left[F_p(x) \right]^2 \frac{\mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^2 \sin \beta_0} \sin^2 \beta_p \frac{\sqrt{\pi}}{ac^2} dx + \int_0^{x_p} \frac{\sqrt{\pi} a \mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2}{4c^2 \varepsilon_0^3 \sin \beta_0} dx, \quad (22)$$

где $\omega = 2\pi f$. Решая уравнения (20)–(22) относительно неизвестных параметров корреляционного эллипсоида, получаем

$$\mu^2 = \sqrt{\frac{J_1 \sigma_{\Delta p}^2 - J_3 \sigma_{\varphi}^2}{J_2 J_1^2}}, \quad (23)$$

$$a = \frac{\sqrt{J_2 \sigma_{\varphi}^2}}{\sqrt{J_1 \sigma_{\Delta p}^2 - J_3 \sigma_{\varphi}^2}}, \quad (24)$$

$$V = \sqrt{\frac{\sigma_{f_p}^2 J_1 J_2}{J_4 (J_1 \sigma_{\Delta p}^2 - J_3 \sigma_{\varphi}^2)}}, \quad (25)$$

где

$$J_1 = \frac{\sqrt{\pi} \omega^2}{4c^2 \sin \beta_p} \int_0^{x_p} \frac{(1 - \varepsilon_0)^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (26)$$

$$J_2 = \frac{2 \sin \beta_p \sqrt{\pi}}{c^2} \int_0^{x_p} \frac{(1 - \varepsilon_0)^2 F_p^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0^3}}, \quad (27)$$

$$J_3 = \frac{\sqrt{\pi}}{4c^2 \sin \beta_p} \int_0^{x_p} \frac{(1 - \varepsilon_0)^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0^5}}, \quad (28)$$

$$J_4 = \frac{f^2 \sqrt{\pi}}{2c^2 \sin \beta_p} \int_0^{x_p} \frac{\sin^2 \beta_0 (1 - \varepsilon_0)^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0}}. \quad (29)$$

Важно отметить, что интегралы J_1, J_2, J_3, J_4 не зависят от параметров корреляционного эллипсоида неоднородностей и формируются только средними траекторными характеристиками пробного сигнала на трассе $I_p P_p$, зависящими от свойств диэлектрической проницаемости усредненной ионосферы ε_0 .

Определив параметры эллипсоида на вспомогательной трассе $I_p P_p$, можно рассчитать ожидаемые статистические характеристики основного сигнала на заданной трассе $I_0 P_0$. Используя тот же математический аппарат, что и выше, для моментов траекторных характеристик основного сигнала на трассе $I_0 P_0$ получаем

$$\sigma_{\varphi}^2 = \int_0^{x_p} \frac{\sqrt{\pi} \omega^2 a \mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2}{4c^2 \sqrt{\varepsilon_0} \sin \beta_n} dx, \quad (30)$$

$$\sigma_{f}^2 = \int_0^{x_p} \frac{f^2 \sqrt{\pi} V^2 \mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2 \sin \beta_0}{2a c^2 \varepsilon_0} dx, \quad (31)$$

$$\sigma_{\Delta p}^2 = 2 \int_0^{x_p} \left[F(x) \right]^2 \frac{\mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^2 \sin \beta_0} \sin^2 \beta_n \frac{\sqrt{\pi}}{ac^2} dx + \int_0^{x_p} \frac{\sqrt{\pi} a \mu^2 (1 - \varepsilon_0)^2}{4c^2 \varepsilon_0^3 \sin \beta_0} dx, \quad (32)$$

где

$$F(x) = F_1(x) + F_2(x), \quad (33)$$

$$F_1(x) = \frac{c}{2 \sin \beta_n R_1(x_k)} R_2(x) P_1(x), \quad (34)$$

$$F_2(x) = \frac{c}{2 \sin \beta_n R_1(x_k)} R_1(x) P_2(x), \quad (35)$$

$$P_1(x) = \int_0^x \frac{\sin \beta_0}{\varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z_0} \frac{R_1(x)}{c \sqrt{\varepsilon_0}} dx, \quad (36)$$

$$P_2(x) = \int_x^{x_p} \frac{\sin \beta_0}{\varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z_0} \frac{R_2(x)}{c \sqrt{\varepsilon_0}} dx. \quad (37)$$

$R_1 = \frac{\partial z_0}{\partial \beta_n}(x), R_2 = \frac{\partial z_0}{\partial \beta_n}(x_k - x)$ — фундаментальные решения краевой траекторной задачи для основного источника, β_n — угол входа основного сигнала в канал, индекс n характеризует заданную трассу. Интегрирование в (30)–(32), (36), (37) про-

водится по средней траектории, являющейся решением системы уравнений (17), с начальными условиями $z_0(0)=0$, $\beta_0(0)=\beta_n$.

Подставляя найденные параметры корреляционного эллипсоида (23)–(25) в (30)–(32) и проводя аналитические преобразования, имеем:

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{G_1}{J_1} \sigma_{\text{фр}}^2, \quad (38)$$

$$\sigma_f^2 = \frac{G_4}{J_4} \sigma_{\text{фр}}^2, \quad (39)$$

$$\sigma_{\Delta r}^2 = \frac{G_2}{J_2} \sigma_{\Delta r}^2 + \sigma_{\text{фр}}^2 \left(\frac{G_3}{J_1} - \frac{G_2 J_3}{J_2 J_1} \right), \quad (40)$$

где

$$G_1 = \frac{\sqrt{\pi} \omega^2}{4c^2 \sin \beta_n} \int_0^{x_k} \frac{(1-\varepsilon_0)^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (41)$$

$$G_2 = \frac{2 \sin \beta_n \sqrt{\pi}}{c^2} \int_0^{x_k} \frac{(1-\varepsilon_0)^2 F^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0^3}}, \quad (42)$$

$$G_3 = \frac{\sqrt{\pi}}{4c^2 \sin \beta_n} \int_0^{x_k} \frac{(1-\varepsilon_0)^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0^5}}, \quad (43)$$

$$G_4 = \frac{f^2 \sqrt{\pi}}{2c^2 \sin \beta_n} \int_0^{x_k} \frac{\sin^2 \beta_0 (1-\varepsilon_0)^2 dx}{\sqrt{\varepsilon_0}}. \quad (44)$$

Здесь интегралы G_1, G_2, G_3, G_4 зависят только от свойств диэлектрической проницаемости ε_0 и формируются траекторными характеристиками основного сигнала на трассе $I_0 P_0$ в усредненной ионосфере.

Соотношения (38)–(40) определяют явную связь статистических характеристик основного и пробного сигналов на трассах наклонного зондирования ионосферы. Проводя измерения $\sigma_{\text{фр}}^2, \sigma_{\text{фр}}^2, \sigma_{\Delta r}^2$ пробного сигнала на вспомогательной трассе $I_r P_r$ и задавая средний высотный профиль диэлектрической проницаемости ионосферы ε_0 , формулы (38)–(40) можно использовать для расчетов ожидаемых статистических траекторных характеристик сигнала на заданной трассе $I_0 P_0$.

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ

Для количественных оценок $\sigma_\varphi^2, \sigma_f^2, \sigma_{\Delta r}^2$ на основе (38)–(40) необходимо вычислить интегральные коэффициенты (26)–(29), (41)–(44). Непосредственный численный расчет достаточно сложен, поскольку необходимо знать все подынтегральные функции, включая фундаментальные решения, вдоль средних траекторий на основной и вспомогательной трассах. Между тем, полагая верхние пределы интегралов (26)–(29), (41)–(44) переменными и дифференцируя интегралы по этим пределам, получим дифференциальные уравнения, которые можно численно проинтегрировать совместно с системой уравнений (17). Проводя указанные преобразования, для расчета (26)–(29), (41)–(44) имеем следующие дифференци-

альные уравнения:

$$\frac{dJ_1}{dx} = \frac{\sqrt{\pi} \omega^2}{4c^2 \sin \beta_p} \frac{(1-\varepsilon_0)^2}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (45)$$

$$\frac{dJ_2}{dx} = \frac{2 \sin \beta_p \sqrt{\pi}}{c^2} \frac{(1-\varepsilon_0)^2 F_p^2}{\sqrt{\varepsilon_0^3}}, \quad (46)$$

$$\frac{dJ_3}{dx} = \frac{\sqrt{\pi}}{4c^2 \sin \beta_p} \frac{(1-\varepsilon_0)^2}{\sqrt{\varepsilon_0^5}}, \quad (47)$$

$$\frac{dJ_4}{dx} = \frac{f^2 \sqrt{\pi}}{2c^2 \sin \beta_p} \frac{\sin^2 \beta_0 (1-\varepsilon_0)^2}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (48)$$

$$\frac{dG_1}{dx} = \frac{\sqrt{\pi} \omega^2}{4c^2 \sin \beta_n} \frac{(1-\varepsilon_0)^2}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (49)$$

$$\frac{dG_2}{dx} = \frac{2 \sin \beta_n \sqrt{\pi}}{c^2} \frac{(1-\varepsilon_0)^2 F^2}{\sqrt{\varepsilon_0^3}}, \quad (50)$$

$$\frac{dG_3}{dx} = \frac{\sqrt{\pi}}{4c^2 \sin \beta_n} \frac{(1-\varepsilon_0)^2}{\sqrt{\varepsilon_0^5}}, \quad (51)$$

$$\frac{dG_4}{dx} = \frac{f^2 \sqrt{\pi}}{2c^2 \sin \beta_n} \frac{\sin^2 \beta_0 (1-\varepsilon_0)^2}{\sqrt{\varepsilon_0}} \quad (52)$$

с начальными условиями:

$$J_1(x_p) = 0, \quad J_2(x_p) = 0, \quad J_3(x_p) = 0, \quad J_4(x_p) = 0,$$

$$G_1(0) = 0, \quad G_2(0) = 0, \quad G_3(0) = 0, \quad G_4(0) = 0.$$

В уравнения (46), (50) входят функции $F_p(x), F(x)$, которые определяются формулами (12), (33). В свою очередь, в (12), (33) входят интегралы (15), (16), (36), (37), которые также можно путем дифференцирования по переменному пределу x свести к дифференциальным уравнениям. С учетом закона Снеллиуса [Кравцов, Орлов, 1980] имеем

$$\frac{dP_{1p}}{dx} = \frac{\sin \beta_p}{\varepsilon_0^2} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} \frac{R_{1p}(x)}{c}, \quad (53)$$

$$\frac{dP_{2p}}{dx} = - \frac{\sin \beta_p}{\varepsilon_0^2} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} \frac{R_{2p}(x)}{c}, \quad (54)$$

$$\frac{dP_1}{dx} = \frac{\sin \beta_n}{\varepsilon_0^2} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} \frac{R_1(x)}{c}, \quad (55)$$

$$\frac{dP_2}{dx} = - \frac{\sin \beta_n}{\varepsilon_0^2} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} \frac{R_2(x)}{c}. \quad (56)$$

Соответствующие начальные условия для (53)–(56) имеют вид $P_{1p}(x_p)=0, P_{2p}(0)=0, P_1(0)=0, P_2(x_k)=0$. Наконец, фундаментальные решения $R_1(x), R_2(x), R_{1p}(x), R_{2p}(x)$, входящие в (13)–(16), (34)–(37), можно определить, интегрируя системы уравнений, полученные путем поочередного дифференцирования лучевых уравнений (17) по параметрам β_n и β_p ,

$$\begin{cases} \frac{dR_1}{dx} = - \frac{\varepsilon_0 Q_1}{\sin^2 \beta_n}, \frac{dQ_1}{dx} = WR_1 \\ \frac{dR_2}{dx} = - \frac{\varepsilon_0 Q_2}{\sin^2 \beta_n}, \frac{dQ_2}{dx} = WR_2 \end{cases} \quad (57)$$

$$\begin{cases} \frac{dR_{1p}}{dx} = -\frac{\varepsilon_0 Q_{1p}}{\sin^2 \beta_p}, & \frac{dQ_{1p}}{dx} = WR_{1p} \\ \frac{dR_{2p}}{dx} = -\frac{\varepsilon_0 Q_{2p}}{\sin^2 \beta_p}, & \frac{dQ_{2p}}{dx} = WR_{2p} \end{cases} \quad (58)$$

где $W = -\frac{\partial}{\partial z_0} \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \left(\frac{\partial \sqrt{\varepsilon_0}}{\partial z_0} \right) \right), \quad Q_1 = \frac{\partial \beta_0}{\partial \beta_n}(x),$

$$Q_2 = \frac{\partial \beta_0}{\partial \beta_n}(x_k - x), \quad Q_{1p} = \frac{\partial \beta_0}{\partial \beta_p}(x), \quad Q_{2p} = \frac{\partial \beta_0}{\partial \beta_p}(x_p - x).$$

Начальные условия для (57), (58) имеют вид $R_1(0)=0, Q_1(0)=1, R_2(x_k)=0, Q_2(x_k)=1, R_{1p}(x_p)=0, Q_{1p}(x_p)=1, R_{2p}(0)=0, Q_{2p}(0)=1.$

Группируя уравнения (17), (45)–(58) для основного и пробного источников, имеем две независимые системы дифференциальных уравнений для расчета интегральных коэффициентов на заданной и вспомогательной трассах.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Апробация методики прямой диагностики стохастического ионосферного канала была выполнена путем постановки численных экспериментов. Для оценок ожидаемых дисперсий траекторных характеристик на заданных односкачковых трассах в качестве входных данных использовались результаты расчетов траекторных моментов пробного сигнала на вспомогательной трассе, полученные при известных параметрах ионосферных неоднородностей. Ключевым вопросом в реализации предложенной методики является правильный выбор вспомогательной трассы для расчета характеристик сигнала на основной трассе. Как уже было сказано выше, пункт излучения пробного сигнала должен находиться на некотором расстоянии от пункта приема основного сигнала, а пункт приема встречного пробного сигнала совпадает с пунктом излучения основного сигнала. Общие представления о возможных пробных трассах для оценки статистических характеристик сигнала на основной трассе в типичной ионосфере можно получить с помощью моделирования регулярной траекторной картины на основе уравнений (17). Анализ выполненных расчетов показал, что в зависимости от вида среднего профиля диэлектрической проницаемости ионосферы для заданной наклонной трассы можно найти ряд подобных трасс. В качестве примера на рис. 2 приведены траектории декаметрового сигнала в двухслойной ионосфере, заданной аналитической моделью

$$\varepsilon_0(z_0) = 1 - \frac{f_{крE}^2}{f^2} \exp \left(- \left(\frac{z_0 - z_{mE}}{y_{mE}} \right)^2 \right) - \frac{f_{кр}^2}{f^2} \exp \left(- \left(\frac{z_0 - z_m}{y_m} \right)^2 \right), \quad (59)$$

где $z_{mE}, z_m, y_{mE}, y_m, f_{крE}, f_{кр}$ — высоты максимумов ионизации, полутолщины и критические частоты

слоев E и F2 соответственно. Параметры модели: $z_{mE}=150$ км, $z_m=320$ км, $y_{mE}=35$ км, $y_m=120$ км, $f_{крE}=4$ МГц, $f_{кр}=8$ МГц. Рабочая частота $f=15$ МГц. Траектории рассчитаны в секторе углов входа в канал $60^\circ-80^\circ$ с шагом 0.3° . Из рис. 2 видно, что, например, для основной трассы $x_k=1600$ км (мода F2), подобными можно назвать трассы в интервале $x_p=1500-2000$ км (мода F2), условно проходящие в той же области ионосферы, что и главная трасса. Между тем, подобными заданной трассе $x_k=1600$ км не являются трассы в интервале $x_p=1500-2000$ км, на которых происходит смена моды распространения (мода E). Также подобными заданной не являются трассы, проходящие через главный максимум ионизации слоя F2 и выходящие из ионосферы.

Для апробации методики диагностики рассматривались две трассы основного источника $x_k=1600$ км и $x_k=1800$ км (мода F2). В качестве вспомогательной была выбрана трасса, протяженностью $x_p=1700$ км (мода F2).

Были взяты следующие параметры корреляционного эллипсоида с обобщенными свойствами поля случайных неоднородностей на вспомогательной трассе: $\mu^2=0.0004$ (соответствует возмущению электронной концентрации 2 % от фоновой ионосферы), $a=10$ км, $V=100$ м/с. Для выбранных параметров на основе (20)–(22) были рассчитаны дисперсии траекторных характеристик пробного сигнала на рабочей частоте $f=15$ МГц. Полученные значения составили $\sigma_{фр}^2 = (90)^2$ (среднеквадратичное отклонение

$$\text{фазового пути } \sigma_{фр} = \frac{\sigma_{фр} c}{2\pi f} = 286 \text{ м}), \quad \sigma_{fp}^2 = 0.04 \text{ Гц}^2$$

($\sigma_{fp}=0.2$ Гц), $\sigma_{\Delta p}^2 = 2.04 \text{ мкс}^2$ (среднеквадратичное отклонение группового пути $\sigma_{\Delta p} = c\sigma_{\Delta p} = 428$ м). Найденные величины дисперсий использовались в (38)–(40) для определения ожидаемых статистических характеристик сигналов на трассах основного источника. Интегральные коэффициенты, входящие в (38)–(40), рассчитывались путем совместного численного интегрирования систем уравнений для основного источника ((17), (49)–(52), (55)–(57)) и для пробного ((17), (45)–(48), (53), (54), (58)) с соответствующими начальными условиями. Полученные значения статистических характеристик приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты пересчета статистических траекторных характеристик пробного сигнала в характеристики передаваемых сигналов ($x_p=1700$ км, $f=15$ МГц)

$x_k, \text{ км}$	$\sigma_\phi, \text{ м}$	$\sigma_f, \text{ Гц}$	$\sigma_{\Delta L}, \text{ м}$
1600	296	0.21	593
1800	281	0.19	652

Также был рассмотрен случай, когда трассы основного источника составляли $x_k=1600$ км и $x_k=1700$ км, а дальность вспомогательной трассы $x_p=1800$ км. Параметры корреляционного эллипсоида неоднородностей на вспомогательной трассе были взяты: $\mu^2=0.0001$ (возмущение электронной концентрации 1 % от фоновой ионосферы), $a=20$ км $V=150$ м/с. Дисперсии траекторных характеристик пробного сигнала в результате расчетов на основе

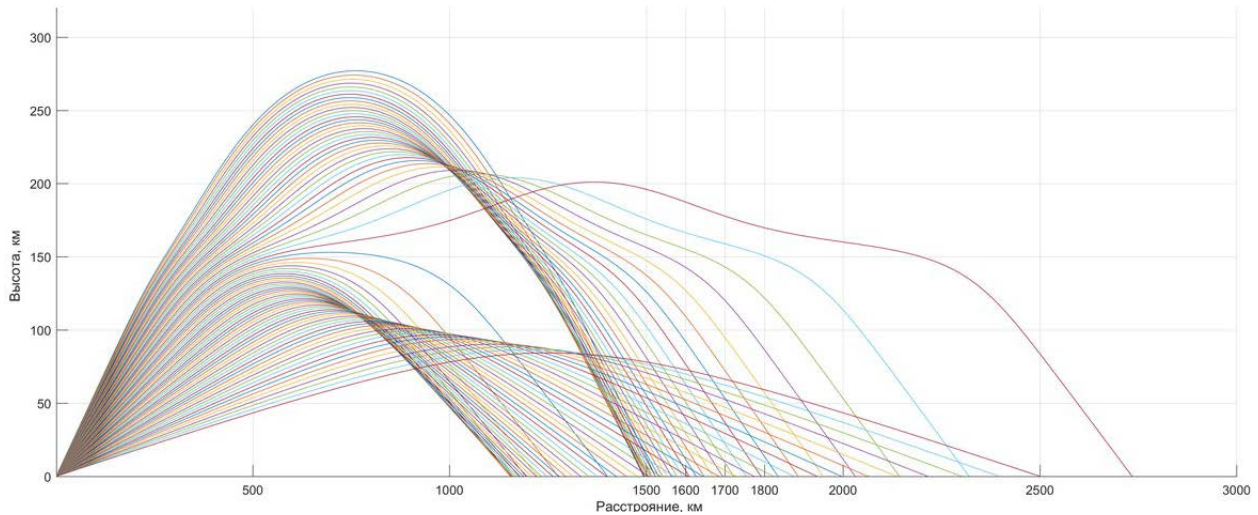


Рис. 2. Типичная лучевая картина в двухслойной ионосфере

(20)–(22) составили: $\sigma_{\text{фр}}^2 = (64)^2$ ($\sigma_{\text{фр}} = 203$ м), $\sigma_{\text{гр}}^2 = 0.0121$ Гц² ($\sigma_{\text{гр}} = 0.11$ Гц), $\sigma_{\Delta L}^2 = 1.02$ мкс² ($\sigma_{\Delta L} = 303$ м). Статистические моменты пробного сигнала и рассчитанные интегральные коэффициенты (26)–(29), (41)–(44) использовались в (38)–(40) для определения дисперсий траекторных характеристик сигналов на заданных трассах. Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Статистические траекторные характеристики сигналов на заданных односкачковых трассах ($x_p = 1800$ км, $f = 15$ МГц)

x_k , км	$\sigma_{\text{ф}}$, м	$\sigma_{\text{г}}$, Гц	$\sigma_{\Delta L}$, м
1600	214	0.13	332
1700	206	0.12	221

Из табл. 1, 2 следует, что рассчитанные ожидаемые флуктуации фазы, доплеровского смещения частоты и групповой задержки сигналов на односкачковых трассах находятся в соответствии с известными физическими представлениями о процессе рассеяния декаметровых радиоволн на ионосферных неоднородностях, превышающих размер первой зоны Френеля [Рытов и др., 1978]. Вместе с тем, при расположении пункта приема основного сигнала или пункта излучения пробного сигнала в окрестностях точек фокусировки поля основного источника полученные выше соотношения требуют модификации. В этих точках фундаментальные решения $\frac{\partial z_0}{\partial \beta_n}$, $\frac{\partial z_0}{\partial \beta_p}$ обращаются в нуль [Кравцов, Орлов, 1980], и в формулах (13), (14), (34), (35) возникают особенности, связанные с ветвлением решений краевых траекторных задач для основного и пробного источников.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена методика прямой диагностики статистических траекторных характеристик декаметрового сигнала на трассе наклонного зондирования ионосферы по данным измерений характеристик пробного сигнала, принятого в пункте излучения

основного сигнала. При реализации методики используется модель средней диэлектрической проницаемости ионосферы. Такая модель может быть задана аналитическим профилем, наиболее соответствующим геофизической обстановке. Также допускается использование современных глобальных моделей, которые определяют электронную концентрацию ионосферы в виде дискретных данных. Применяя бикубическую сплайн-интерполяцию дискретных профилей электронной концентрации, можно обеспечить непрерывность производных первого и второго порядка, что требуется при расчетах. Результаты поставленных численных экспериментов показали работоспособность используемого математического аппарата для оценки ожидаемых вторых статистических моментов фазы, групповой задержки и доплеровского сдвига частоты декаметрового сигнала на односкачковых трассах средней протяженности в условиях, когда наземные пункты излучения и приема основного и пробного сигналов находятся вне окрестностей точек фокусировки волнового поля. Предложенная методика прямой диагностики стохастического радиоканала может быть использована в многочастотном режиме, исключая окрестность максимально применимой частоты. Для повышения качества диагностики возможно введение модели анизотропного корреляционного эллипсоида неоднородностей, ориентированного относительно радиотрассы. Параметры этого эллипсоида можно определить по характеристикам пробного сигнала на вспомогательной трассе с учетом априорной информации о типичных свойствах неоднородностей (например, их вытянутости вдоль силовых линий геомагнитного поля).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Агеева Е.Т., Афанасьев Н.Т., Багинов А.В. и др. Диагностика состояния информационного канала по статистическим траекторным характеристикам реперного сигнала // Современные наукоемкие технологии. 2020. № 5. С. 9–14.
Алимов В.А., Рахлин А.В., Выборнов Ф.И. Модель взаимодействия ДКМВ-ДМВ радиоволн с сильно неоднородностями

родной среднеширотной ионосферой // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 11. С. 1323–1341.

Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1989. 472 с.

Афанасьев Н.Т., Ларюнин О.А., Марков В.П. Флуктуации фазы радиоволны при полном внутреннем отражении от случайно-неоднородной ионосферы // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52, № 10. С. 779–784. DOI: [10.1007/s11141-010-9177-0](https://doi.org/10.1007/s11141-010-9177-0).

Благовещенский Д.В. Короткие волны в аномальных радиоканалах: Эксперимент, моделирование. Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publ., 2011. 422 с.

Благовещенский Д.В., Жеребцов Г.А. Высокоширотные геофизические явления и прогнозирование коротковолновых радиоканалов. М.: Наука, 1987. 272 с.

Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64, № 1. С. 3–14. DOI: [10.1134/S1064226919010030](https://doi.org/10.1134/S1064226919010030).

Вологдин А.Г., Власова О.К., Приходько Л.И. Флуктуации группового пути и времени группового запаздывания сигнала при наклонном отражении волн от плоскостростой среды // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52, № 10. С. 1194–1198.

Вологдин А.Г., Приходько Л.И., Широков И.А. Статистика доплеровского смещения частоты радиоволн, отраженных от параболического ионосферного слоя // V Всероссийские Армандовские чтения «Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред»: материалы докладов. Муром, 2012. С. 159–163.

Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984. 392 с.

Гусев В.Д., Овчинникова Н.П. Модельное определение объемных характеристик неоднородностей ионосферы // Геомагнетизм и аэрномия. 1980. Т. 20, № 4. С. 626–631.

Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С. и др. Методы моделирования распространения электромагнитных волн в ионосфере с учетом распределений электронной концентрации и магнитного поля Земли // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59, № 12. С. 1180–1187. DOI: [10.1134/S1064226914120079](https://doi.org/10.1134/S1064226914120079).

Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // Космические иссл. 1967. Т. 5, вып. 4. С. 593–600.

Кляцкин В.И. Стохастические уравнения. М.: Физматлит, 2008. Т. 1. 317 с.

Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.

Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57, № 9. С. 1028–1034. DOI: [10.1134/S1064226912080177](https://doi.org/10.1134/S1064226912080177).

Крюковский А.С., Куркин В.И., Ларюнин О.А. и др. Численное моделирование амплитудных карт для скорректированной модели IRI-2012 с плавными возмущениями ионосферы // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61, № 8. С. 794–799. DOI: [10.7868/S0033849416080118](https://doi.org/10.7868/S0033849416080118).

Куркин В.И., Носов В.Е., Пономарчук С.Н. и др. Метод оперативной диагностики КВ-радиоканала // Иссл. по геомагнетизму, аэрномии и физике Солнца. М.: Наука, 1993. Вып. 100. С. 168–188.

Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2: Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.

Терещенко В.Д. К вопросу о влиянии горизонтальных градиентов электронной концентрации на величину МПЧ и траекторию распространения радиоволн в ионосфере //

Морфология и физика полярной ионосферы. Ленинград: Наука, 1971. С. 228–235.

Afanasiev N.T., Afanasiev A.N., Larunin O.A., Markov V.P. Phase fluctuations of radio waves experiencing total reflection from a randomly inhomogeneous plasma layer // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2010. V. 72, iss. 7-8. P. 583–587. DOI: [10.1016/j.jastp.2010.02.014](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2010.02.014).

Davies K. Ionospheric Radio. Stevenage, United Kingdom: Institution of Engineering and Technology Publ., 1990. 600 p.

Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. John Wiley & Sons, 1999. 604 p.

Mitra S.K. The Upper Atmosphere. Calcutta: Royal Asiatic Society of Bengal, 1947. 616 p.

Rawer K. Wave Propagation in the Ionosphere. Dordrecht: Springer Netherlands, 1993. 479 p.

REFERENCES

Afanasiev N.T., Afanasiev A.N., Larunin O.A., Markov V.P. Phase fluctuations of radio waves experiencing total reflection from a randomly inhomogeneous plasma layer. *J Atmos. Solar-Terr Phys.* 2010, vol. 72, no. 7-8, pp. 583–587. DOI: [10.1016/j.jastp.2010.02.014](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2010.02.014).

Afanasiev N.T., Laryunin O.A., Markov V.P. Phase fluctuations of a radio wave in the case of total internal reflection from a randomly inhomogeneous ionosphere. *Radiophysics and Quantum Electronics.* 2009, vol. 52, no. 10, pp. 699–704. DOI: [10.1007/s11141-010-9177-0](https://doi.org/10.1007/s11141-010-9177-0).

Ageeva E.T., Afanasiev N.T., Baginov A.B., Kim D.B., Tanaev A.B., Chudaev S.O. Diagnostics of the state of the information channel using the statistical trajectory characteristics of the reference signal. *Sovremennye naukoymkie tekhnologii* [Modern High Technologies]. 2020, no. 5, pp. 9–14. (In Russian).

Alimov V.A., Rakhlin A.V., Vybormov F.I. Model of interaction between decimeter-decimeter radio waves and a strongly inhomogeneous mid-latitude ionosphere. *Radiophysics and Quantum Electronics.* 1997, vol. 40, no. 11, pp. 891–902.

Arnold V.I. *Mathematical Methods of Classical Mechanics.* Springer-Verlag, New York, 1978, 464 p.

Blagoveshchensky D.V. *Short waves in anomalous radio channels: Experiment, simulation.* Saarbrücken, LAP Lambert Academic Publ., 2011, 422 p.

Blagoveshchensky D.V., Zherebtsov G.A. *Visokoshirotnye geofizicheskie yavleniya i prognosirovanie korotkovolnovykh radiokanalov* [High-Latitude Geophysical Phenomena and the Prediction of Short-Wave Channels]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 272 p. (In Russian).

Bova Yu.I., Kryukovsky A.S., Lukin D.S. Propagation of Frequency-Modulated Electromagnetic Radiation in the Earth's Ionosphere with Allowance for Absorption and the External Magnetic Field. *J. Communications Technology and Electronics.* 2019, vol. 64, no 1, pp. 1–12. DOI: [10.1134/S1064226919010030](https://doi.org/10.1134/S1064226919010030).

Davies K. *Ionospheric Radio.* Stevenage, United Kingdom. Institution of Engineering and Technology Publ., 1990, 600 p.

Gershman B.N., Erukhimov L.M., Yashin Yu.Ya. *Volnovye yavleniya v ionosphere i kosmicheskoi plazme* [Wave Phenomena in the Ionosphere and Space Plasma]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 392 p. (In Russian).

Gusev V.D., Ovchinnikova N.P. Model definition of volumetric characteristics of ionosphere non-uniformities. *Geomagnetism and Aeronomy.* 1980, vol. 20, no 4, pp. 434–437.

Ipatov E.B., Kryukovskii A.S., Lukin D.S., Palkin E.A., Rastyagaev D.V. Methods of simulation of electromagnetic wave propagation in the ionosphere with allowance for the distributions of the electron concentration and the Earth's magnetic field. *J. Communications Technology and Electronics.* 2014, vol. 59, no 12, pp. 1341–1348. DOI: [10.1134/S1064226914120079](https://doi.org/10.1134/S1064226914120079).

Ishimaru A. *Wave Propagation and Scattering in Random Media.* John Wiley & Sons, 1999, 604 p.

Kazantsev A.N., Lukin D.S., Spiridonov Yu.G. A method for studying the propagation of radio waves in an inhomogeneous magnetoactive ionosphere. *Space Res.* 1967, vol. 5, iss. 4, pp. 593–600.

Klyatskin V.I. *Stokhasticheskie uravneniya* [Stochastic Equations]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008, vol. 1, 317 p. (In Russian).

Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. *Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium*. Berlin, Springer-Verlag Publ., 1990, 312 p.

Kryukovskii A.S., Lukin D.S., Kir'yanova K.S. Method of extended bicharacteristic system in simulating wave propagation in ionospheric plasma. *J. Communications Technology and Electronics.* 2012, vol. 57, no. 9, pp. 1039–1045. DOI: [10.1134/S1064226912080177](https://doi.org/10.1134/S1064226912080177).

Kryukovsky A.S., Kurkin V.I., Laryunin O.A., Lukin D.S., Podlesnyi A.V., Rastyagaev D.V., Chernyak Y.M. Numerical modeling of amplitude maps for the corrected IRI-2012 model with smooth ionospheric disturbances. *J. Communications Technology and Electronics.* 2016, vol. 61, no 8, pp. 920–925. DOI: [10.7868/S0033849416080118](https://doi.org/10.7868/S0033849416080118).

Kurkin V.I., Nosov V.E., Ponomarchuk S.N., Savkov S.S., Chistyakova L.V. Method for operative diagnostics of HF radio channel. *Issledovaniya po geomagnetizmu, aeronomii i fizike Solntsa* [Res. on Geomagnetism, Aeronomy and Solar Physics]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1993, vol. 100, pp. 168–188. (In Russian).

Mitra S.K. *The Upper Atmosphere*. Calcutta, Royal Asiatic Society of Bengal Publ., 1947, 616 p.

Rawer K. *Wave Propagation in the Ionosphere*. Dordrecht, Springer Netherlands Publ., 1993, 479 p.

Rytov S.M., Kravtsov Yu.A., Tatarsky V.I. *Vvedenie v statisticheskuyu radiofiziku. Chast' 2. Sluchainye polya.* (Introduction to Statistical Radiophysics. Part 2: Random Fields). Moscow, Nauka Publ., 1978, p. 464. (In Russian).

Tereshchenko V.D. To the question of the influence of horizontal gradients of electron concentration on the MUF and the trajectory of radio wave propagation in the ionosphere. *Morfologiya i fizika polyarnoi ionosfery* [Morphology and Physics of the Polar Ionosphere]. Leningrad: Nauka Publ., 1971, pp. 228–235. (In Russian).

Vologdin A.G., Vlasova O.K., Prikhod'ko L.I. Fluctuations of the group path and group-delay time of waves obliquely reflected by a plane-layered medium. *Radio Engineering and Electronics.* 2007, vol. 52, no. 10, pp. 1100–1103.

Vologdin A.G., Prikhod'ko L.I., Shirokov I.A. Statistics of the Doppler frequency shift of radio waves reflected from the parabolic ionospheric layer. *V Vserossiiskie Armandovskie chteniya "Radiofizicheskie metody v distantsionnom zondirovanii sred: Doklady* [Proc. V All-Russian Armandov Readings "Radiophysical Methods in Remote Sensing of Media"]. Murom, 2012, pp. 159–163. (In Russian).

Как цитировать эту статью:

Афанасьев Н.Т., Чудаев С.О. Диагностика стохастического ионосферного канала в декаметровом диапазоне радиоволн. *Солнечно-земная физика.* 2020. Т. 6, № 4. С. 77–85. DOI: [10.12737/szf-64202010](https://doi.org/10.12737/szf-64202010).