УДК 532.5 : 004.942

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СВОБОДНОГО РАСТЕКАНИЯ БУРНОГО ДВУХМЕРНОГО ВОДНОГО ПОТОКА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ИЗ БЕЗНАПОРНОЙ ТРУБЫ

Бурцева Ольга Александрова
Доцент, к.т.н., доцент кафедры «Общеинженерные дисциплины» Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М.И. Платова (Новочеркасск, Россия); e-mail: kuzinaolga@yandex.ru
Александрова Мария Сергеевна
Аспирант кафедры «Общеинженерные дисциплины» Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия; e-mail: e_masha@mail.ru
Коханенко Виктор Николаевич
Доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры «Общеинженерные дисциплины», Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия. E-mail: kokhanenkovn@mail.ru
Кондратенко Анатолий Иванович
Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Инженерные конструкции», Российский государственный аграрный университет МСХА имени К.А. Тимирязева, г. Москва, Россия. E-mail: ai_kondratenko@mail.ru

Аннотация: Авторами усовершенствовано решение задачи свободного растекания двухмерных в плане бурных потенциальных равномерных потоков полученное И.А. Шеренковым. Для получения аналитического решения использовано понятие течение общего вида. Использовано сопряжения решения в физической плоскости и в плоскости годографа скорости (виртуальной плоскости). Это позволило определить координаты точек крайней линии тока и определить параметры тока, приводящие к однозначному аналитическому решению геометрии потока.
Ключевые слова: бурный двухмерный водный свободное растекание, безнапорная труба, крайняя линия тока, схема сопряжения элементарных потоков, общее решение задачи

SOLUTION OF THE PROBLEM OF FREE FLOW OF ROUGH TWO-DIMENSIONAL WATER FLOW WHEN FLOWING OUT OF A PRESSURE-FREE PIPE

Burtseva Olga Aleksandrovna
Docent, Candidate of Technical Sciences, Docent , Department of General Engineering Disciplines Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), (Novocherkassk, Russia);
e-mail: kuzinaolga@yandex.ru

Aleksandrova Maria Sergeevna
Postgraduate Student, Department of General Engineering Disciplines Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russia; e-mail: e_masha@mail.ru
Kokhanenko Victor Nikolaevich
Doctor of Technical Science, Professor, Department of General engineering disciplines, Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russia. E-mail: kokhanenkovn@mail.ru
Kondratenko Anatolij Ivanovich
Ph.D., Professor, Department of Engineering Structures, Timiryzev Russian State Agrarian University Moscow Agricultural Academy, Moscow, Russia. E-mail: ai_kondratenko@mail.ru

Abstract: The authors improved the solution of the problem of free spreading of two-dimensional in terms of turbulent potential uniform flows obtained by I.A. Sherenkov. To obtain an analytical solution, the concept of a general flow is used. The conjugation of the solution in the physical plane and in the plane of the velocity hodograph (virtual plane) is used. This made it possible to determine the coordinates of the points of the extreme current line and determine the current parameters leading to an unambiguous analytical solution of the flow geometry.
Keywords: rough two-dimensional water free flow, pressure-free pipe, extreme current line, elementary flow coupling scheme, general solution of the problem

Несмотря на уже известные методы решения задачи в названии работы, она остаётся актуальной как в теоретическом плане, так и в практическом аспекте использования результатов в гидротехническом строительстве (ГТС).

Впервые эту задачу приближённо решил И.А. Шеренков [1]. Однако учёные в области течения двухмерных в плане водных потоков пытались улучшить качество модели (повысить её адекватность реальному процессу). В работе [2] была изложена общая теория сопряжения равномерного потока с течением общего вида, и был получен следующий результат: равномерный поток может сопрягаться с течением общего вида только посредством простой волны [2, 3, 4].

Целью работы является обоснование выбора течения общего вида и решение в общем виде задачи свободного растекания потока без учёта сил сопротивления потоку.

Схема свободного растекания потока приведена на рис. 1.

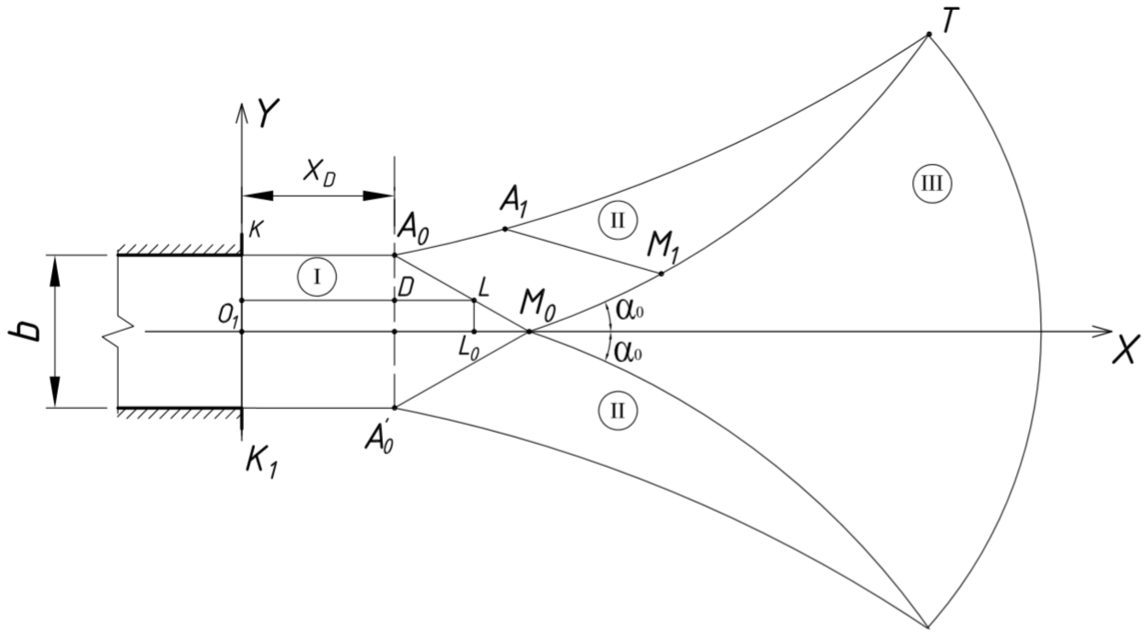

Рис. 1. Схема сопряжения отдельных элементарных потоков при его свободном растекании

$\alpha_0 = \arcsin\sqrt{\dfrac{1-\ \tau_0}{2\tau_0}}$. - волновой угол в точке M_0.

b – ширина трубы, подающей воду.

I – равномерный поток.

II – простая волна.

III – течение общего вида.

M_0T – характеристика первого семейства.

A_0T – крайняя линия тока.

A_0M_0 – характеристика второго семейства (отрезок прямой).

Участок равномерного течения потока I, на котором $V = V_0$, $h = h_0$, $\theta = 0$, исследован как чисто аналитически, так и экспериментально [5]. Он ограничен прямолинейным вертикальным фронтом KA_0 (в силу симметрии рассматривается только верхняя часть потока относительно оси OX), прямолинейной характеристикой второго семейства A_0M_0, участком M_0O вдоль оси симметрии потока и кромкой ОК трубы, подающей воду.

Участок простой волны II разделён прямолинейными характеристиками A_0M_0, A_1M_1 и т.д., на каждой из которых параметры потока постоянные и равные параметрам θ, τ в точках M_i пересечения их с характеристикой первого семейства.

Здесь: θ – угол, характеризующий направление вектора местной скорости жидкой частицы;

$$\tau = \frac{V^2}{2gH_0} \tag{1}$$

– параметр, зависящий от величины скорости V;

g – ускорение силы тяжести;

H_0 – постоянная в интеграле Д. Бернулли [5, 6, 7].

Выбор вида общего течения потока III

Для его выбора используем два кандидата в решение общей задачи:

– радиальное растекание потока;

– течение вида А: в плоскости годографа скорости в терминах функция тока и потенциальная функция [5, 6]:

$$\psi(\tau,\theta) = A\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}}; \quad \varphi(\tau,\theta) = A\frac{h_0}{H_0}\times\frac{\cos\theta}{\tau^{1/2}(1-\tau)}. \tag{2}$$

Радиальное растекание потока менее подходит для решения основной задачи, так как при этом параметры потока (h, V) в направлении, перпендикулярном оси симметрии потока OX, не изменяются (в поперечном направлении потоку), хотя в целом вниз по течению потока его скорости возрастают до максимальной

$$V_{\max} = \sqrt{2gH_0}, \tag{3}$$

глубины падают до нуля.

В течении же вида А [5, 6,7] также глубины падают вниз по течению потока, скорости возрастают до $V_{\max}$. Однако в поперечном направлении глубины уменьшаются монотонно от максимальной на оси симметрии до меньших значений вдоль эквипотенциали до свободной границы.

Следовательно, из двух вариантов сопряжения потоков в качестве решения общего вида выбираем решение вида А. Это решение было найдено

В.Н. Коханенко в работах [5, 6, 7, 8, 11] согласно теории с использованием для двухмерных в плане потенциальных потоков плоскости годографа скорости (аналогично методу С.А. Чаплыгина для исследования совершенного газа [9]).

Решение отдельных задач, входящих элементами в общее решение основной задачи

Определение параметров потока τ, θ вдоль характеристики M_0T (рис. 1)

Уравнение характеристики первого семейства в плоскости годографа скорости имеет вид [2, 5, 6, 7]:

$$\theta = \sqrt{3}\cdot \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{3\tau - 1}{3(1-\tau)}} - \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{3\tau-1}{1-\tau}}\right) + C_1. \tag{4}$$

Постоянная C_1 определяется из условия прохождения характеристики через точку $M_0(\tau_0, \theta_0 = 0)$.

Максимальный угол растекания потока определяется из (4) при $\tau = 1$:

$$\theta_{\max} = C_1 + \left(\sqrt{3} - 1\right)\cdot\frac{\pi}{2}, \tag{5}$$

где

$$C_1 = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1-\tau_0}} - \sqrt{3}\cdot\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3\tau_0-1}{1-\tau_0}}\right).$$

Уравнение (4) – это и есть уравнение для определения параметров τ, θ в плоскости годографа скорости, при этом

$$\tau_0 \le \tau \le 1; \quad 0 \le \theta \le \theta_{\max}. \tag{6}$$

Таким образом, задавшись параметром τ_M в точке M на характеристике M_0T из (4) определим угол θ_M:

$$\theta_M = f\left(\tau_M\right) + C_1, \tag{7}$$

где

$$f(\tau) = \sqrt{3}\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{3\tau-1}{3(1-\tau)}} - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{3\tau-1}{1-\tau}}.$$

Через точку М проходит линия тока и эквипотенциаль основного потока (течение А). При этом выполняются условия [5, 6, 7]:

$$\psi\left(\tau_{\text{М}},\theta_{\text{М}}\right)= A\frac{\sin\theta_{\text{М}}}{\tau_{\text{М}}^{1/2}}= K\frac{V_0 b}{2}, \tag{8}$$

где $A=\dfrac{V_0 b}{2\sin\theta_{\max}}$;

K – коэффициент расхода; $\theta \le K \le 1$.

Или после упрощений

$$\frac{\sin\theta_{\text{М}}}{\tau_{\text{М}}^{1/2}}= K\sin\theta_{\max}. \tag{9}$$

Из уравнения (9) определяется неизвестный ранее коэффициент K расхода рассматриваемой линии тока:

$$K=\frac{\sin\theta_{\text{М}}}{\tau_{\text{М}}^{1/2}\sin\theta_{\max}}. \tag{10}$$

Через точку М проходит также эквипотенциаль:

$$\varphi\left(\tau_{\text{М}},\theta_{\text{М}}\right)= A\frac{h_0}{H_0}\cdot\frac{\cos\theta_{\text{М}}}{\tau_{\text{М}}^{1/2}\left(1-\tau_{\text{М}}\right)}= C_1. \tag{11}$$

Из (11) определяется постоянная C_1.

Итак, в точке М определяются параметры $\tau_{\text{М}}$, $\theta_{\text{М}}$ и уравнения (9), (11), определяющие линию тока и эквипотенциаль, проходящие через точку М.

Определение координат точки М в физической плоскости течения потока

Уравнение связи между планом течения потока и плоскостью годографа скорости [7] имеет вид

$$d\left(x+iy\right)=\frac{1}{V}\cdot e^{i\theta}\left(d\varphi+i\frac{h_0}{h}d\psi\right), \tag{12}$$

где $i=\sqrt{-1}$ – мнимая единица.

$$V=\tau^{1/2}\sqrt{2gH_0};\quad h_0=H_0\left(1-\tau_0\right).$$

x, y – координаты точки M в плане течения потока. Из (12) следует, что вдоль линии тока $d\psi = 0$ следовательно:

$$\begin{cases} dx = \dfrac{\cos\theta}{\tau^{1/2}\sqrt{2gH_0}}\,d\varphi; \\ dy = \dfrac{\sin\theta}{\tau^{1/2}\sqrt{2gH_0}}\,d\varphi. \end{cases} \tag{13}$$

Выразим $\cos\theta$ и $\sin\theta$ через τ. Из (9) следует:

$$\sin\theta = \tau^{1/2} \cdot K \sin\theta_{\max}; \tag{14}$$

$$\cos\theta = \sqrt{1 - K^2 \cdot \tau \cdot \sin^2\theta_{\max}}. \tag{15}$$

Дифференцированием (11) получим:

$$d\varphi = A\frac{h_0}{H_0} \cdot \cos\theta \left[\frac{1 - 3\tau}{2\tau^{3/2}(1-\tau)^2} \right] d\tau - A\frac{h_0}{H_0} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot \frac{1}{\tau^{1/2}(1-\tau)}. \tag{16}$$

Из уравнения (9) определим:

$$d\theta = \frac{1}{2} K \sin\theta_{\max} \frac{d\tau}{\tau^{1/2}} \cdot \frac{1}{\cos\theta}. \tag{17}$$

Выразив в системе (13) θ и $d\varphi$, $d\theta$ через τ, $d\tau$ и, взяв интеграл [10], получим:

$$\begin{cases} x_{\mathrm{M}} = x_{OL} + \displaystyle\int_{\tau_0}^{\tau_{\mathrm{M}}} f_1(\tau)\,d\tau; \\ y_{\mathrm{M}} = K\dfrac{b}{2} + \displaystyle\int_{\tau_0}^{\tau_{\mathrm{M}}} f_2(\tau)\,d\tau. \end{cases} \tag{18}$$

f_1, f_2 – функции τ, определяемые по выражениям (14)-(17).

$$x_{OL} = x_D + x_{DL}. \tag{19}$$

Определив координаты точки M, уравнение характеристики второго семейства, проходящего через точку M, запишем в виде:

$$y - y_{М} = K(x - x_{М}), \tag{20}$$

где

$$K = \mathrm{tg}(-\alpha_{М} + \theta_{М}); \quad \alpha_{М} = \arcsin\sqrt{\frac{1-\tau_{М}}{2\tau_{М}}}.$$

Участки крайней линии тока определяем из условия, что они параллельны углу θ и проходят через точки A_0, A_1, A_2 и т.д.

Таким образом, задача определения параметров τ, θ, V, h, а также геометрии потока решается однозначно.

Выводы

1. В настоящей работе предложен метод расчёта свободного растекания потока с использованием понятия «простая волна».

2. Доказано, что в качестве течения общего вида можно использовать течение вида А.

3. Логически этот метод наиболее лучшим способом согласуется с общей теорией двухмерных в плане водных потоков.

4. В последующих работах будет рассмотрена адекватность модели и её внедрение в практику строительства ГТС.

Литература

1. Шеренков И.А. Расчет растекающегося бурного потока за выходными оголовками водопропускных сооружений [Текст] / И.А. Шеренков // Тр. Объединенного семинара по гидроэнергетическому и водохозяйственному строительству. – Вып. 1. – Харьков. – 1958.
2. Емцев Б.Т. Двухмерные бурные потоки [Текст] / Б.Т. Емцев. – М.: Энергоиздат, 1967. – 212 с.
3. Высоцкий Л.И. Гидравлический расчет рассеивающих трамплинов методом продольных аппроксимаций [Текст] / Л.И. Высоцкий. – МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1960.
4. Шеренков И.А. Растекание бурного потока потока за выходными оголовками водопропускных труб под железнодорожными насыпями [Текст] / И.А. Шеренков // Тр. Харьковского института инженеров железнодорожного транспорта им. С.М. Кирова. – Вып. 30. – 1957.
5. Коханенко В.Н. Моделирование одномерных и двухмерных открытых водных потоков [Текст]: монография / В.Н. Коханенко, Я.В. Волосухин, В.В. Ширяев, Н.В. Коханенко; под общей ред. В.Н. Коханенко. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2007. – 168 с.
6. Коханенко В.Н. Двухмерные в плане бурные стационарные потоки за водопропускными сооружениями в условиях свободного растекания [Текст]:дисс. … д-ра техн. наук: 05.23.16 / Коханенко Виктор Николаевич.- Шахты, 1997.- 237 с.

7. Коханенко В.Н. Моделирование бурных двухмерных в плане водных потоков [Текст]: Монография / В.Н. Коханенко, Я.В. Волосухин, М.А. Лемешко, Н.Г. Папченко; под общей ред. В.Н. Коханенко. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2013. – 180 с.
8. Коханенко В.Н. Вывод основной системы уравнений движения двухмерного потока в плоскости годографа скорости и поиск её частных решений: монография. М., 1996. 98 с. – Деп. в ВИНИТИ 10.12.96 № 3584 – В 96.
9. Чаплыгин С.А. Механика жидкости и газа. Математика. Общая механика [Текст]: избранные труды / С.А. Чаплыгин. – М.: Наука, 1978. – 496 с.
10. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
11. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики [Текст] / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1986. – 106 с.