

СИЛОВОЙ БАЛАНС В ТОКОВЫХ СЛОЯХ В БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

FORCE BALANCE IN CURRENT SHEETS IN COLLISIONLESS PLASMA

О.В. Мингалев

Полярный геофизический институт РАН,
Апатиты, Россия, mingalev_o@pgia.ru
Мурманский арктический государственный университет,
Апатиты, Россия, mingalev_o@pgia.ru

П.В. Сецко

Полярный геофизический институт РАН,
Апатиты, Россия, setsko@pgia.ru

М.Н. Мельник

Полярный геофизический институт РАН,
Апатиты, Россия, melnik@pgia.ru

И.В. Мингалев

Полярный геофизический институт РАН,
Апатиты, Россия, mingalev_o@pgia.ru
Мурманский арктический государственный университет,
Апатиты, Россия, mingalev_i@pgia.ru

Х.В. Малова

Научно-исследовательский институт ядерной физики
им. Д.В. Скобельцына МГУ,
Москва, Россия, hmalova@yandex.ru
Институт космических исследований РАН,
Москва, Россия, hmalova@yandex.ru

А.М. Мерзлый

Институт космических исследований РАН,
Москва, Россия, pinega142@yandex.ru

O.V. Mingalev

Polar Geophysical Institute RAS,
Apatity, Russia, mingalev_o@pgia.ru
Murmansk Arctic State University,
Apatity, Russia, mingalev_o@pgia.ru

P.V. Setsko

Polar Geophysical Institute RAS,
Apatity, Russia, setsko@pgia.ru

M.N. Melnik

Polar Geophysical Institute RAS,
Apatity, Russia, melnik@pgia.ru

I.V. Mingalev

Polar Geophysical Institute RAS,
Apatity, Russia, mingalev_o@pgia.ru
Murmansk Arctic State University,
Apatity, Russia, mingalev_i@pgia.ru

H.V. Malova

Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics
Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia, hmalova@yandex.ru
Space Research Institute RAS,
Moscow, Russia, hmalova@yandex.ru

A.M. Merzlyi

Space Research Institute RAS,
Moscow, Russia, pinega142@yandex.ru

Аннотация. В работе выводится дивергентная форма уравнения силового баланса для бесстолкновительной плазмы в приближении квазинейтральности, при котором исключены электрическое поле и плотность тока. Для стационарного пространственно одномерного токового слоя с постоянной нормальной компонентой магнитного поля и замагниченными электронами впервые получена форма этого уравнения в виде закона сохранения. Уравнение в такой форме необходимо для правильной постановки граничных условий при моделировании несимметричных токовых слоев, а также для контроля стационарности получаемого в моделях численного решения. Кроме того, рассматривается выполнение этого уравнения для двух типов стационарных конфигураций тонкого токового слоя, которые получены при помощи численной модели. Выведенное уравнение позволяет разрабатывать модели несимметричных токовых слоев, в частности, токовых слоев на флангах магнитопаузы в хвосте магнитосферы.

Ключевые слова: бесстолкновительная плазма, уравнение Власова, токовый слой, численное моделирование, магнитосфера Земли, замагниченные электроны.

Abstract. In this paper, we derive a divergent form of the force balance equation for collisionless plasma in the quasineutrality approximation, in which the electric field and current density are excluded. For a stationary spatially one-dimensional current sheet with a constant normal component of the magnetic field and magnetized electrons, the general form of the force balance equation has been obtained for the first time in the form of a conservation law. An equation in this form is necessary for the correct formulation of boundary conditions when modeling asymmetric current sheets, as well as for the control of the stationarity of the numerical solution obtained in the model. Furthermore, the fulfillment of this equation is considered for two types of stationary configurations of a thin current sheet, which are obtained using a numerical model. The derived equation makes it possible to develop models of asymmetric current sheets, in particular current sheets on the magnetopause flanks in the magnetotail.

Keywords: collisionless plasma, Vlasov equation, current sheet, numerical simulation, Earth's magnetosphere, magnetized electrons.

ВВЕДЕНИЕ

Уравнения силового баланса необходимы для изучения свойств разномасштабных пространственно неоднородных структур в бесстолкновительной космической плазме, в частности, для построения аналитических и численных моделей, а также для анализа данных измерений. Примером таких структур являются токовые слои (ТС), которые играют очень важную роль в физике бесстолкновительной плазмы магнитосферы и солнечного ветра [Зеленый и др., 2011, 2016]. Они появляются между областями космического пространства, в которых параметры плазмы существенно различаются, а также на границах областей с противоположно направленными линиями магнитного поля. ТС принято называть тонким, если его толщина сравнима с гирорадиусом тепловых ионов окружающей плазмы.

Тонкие токовые слои (ТТС) были обнаружены в последние десятилетия благодаря спутниковым исследованиям в межпланетном и околопланетном пространстве Солнечной системы [Зеленый и др., 2011; McPherron et al., 1987; Sergeev et al., 1993; Runov et al., 2006; Vaumjohann et al., 2007; Arons et al., 2011]. В магнитосфере Земли ТТС постоянно существует на магнитопаузе, а также образуется в ближнем хвосте во время предварительной фазы магнитосферной суббури. Важной особенностью последнего, а также большинства наблюдаемых ТТС является наличие нормальной компоненты магнитного поля, что делает их существенно отличными от слоев без нормальной компоненты [Speiser, 1965; Ashour-Abdalla et al., 1994; Зеленый и др., 2011, 2016], для которых известен набор стационарных аналитических решений — решение Харриса [Harris, 1962] и другие [Кочаровский и др., 2016; Kocharovskiy et al., 2019].

ТТС в ближнем хвосте разрушается с началом взрывной фазы суббури, но механизм его распада до конца не выяснен, это по-прежнему остается актуальной темой исследований последних десятилетий. Для изучения возможных механизмов разрушения ТТС (например, в результате развития тиринговой моды [Somov et al., 1993]) необходимо детально исследовать их стационарные конфигурации, которые для ТТС с нормальной компонентой в общем случае могут быть получены только в результате численного моделирования, а в частных случаях — при помощи приближенных аналитических моделей, в которых уравнения силового баланса используются для постановки граничных условий и проверки корректности численного решения.

В данной работе кратко рассматривается вывод уравнений силового баланса для бесстолкновительной квазинейтральной плазмы. Определяется также форма одного из этих уравнений в виде закона сохранения для стационарного пространства одномерного токового слоя с постоянной нормальной компонентой магнитного поля и замагниченными электронами. В качестве примера показано использование последнего уравнения в численной модели ТТС.

Отметим, что развитие численных и приближенных аналитических моделей стационарного ТТС с нормальной компонентой магнитного поля имеет длительную историю, которая изложена в обзорах [Зеленый и др., 2011, 2016], а также в [Мингалев и др., 2018]. В аналитических моделях для описания протонов используется квазиadiaбатическое приближение [Kropotkin et al., 1995], а для описания электронов в наиболее совершенных моделях используется так называемое полужидкостное приближение (см., например, [Sitnov et al., 2000; Зеленый и др., 2011]). В наиболее совершенных численных моделях для протонов методом частиц решается стационарное уравнение Власова, а вклад электронов аналогично аналитическим моделям учитывается в рамках полужидкостного приближения [Быков и др., 2008, 2016]. В этих моделях рассматривались симметричные конфигурации ТТС, для которых граничные условия ставились из условий симметрии, а силовой баланс не рассматривался.

В нашей модели ТТС [Мингалев и др., 2018], аналитическое описание замагниченных электронов улучшено и стало полностью кинетическим. Они описываются распределением Максвелла—Больцмана, которое в зависимости от постановки задачи является либо точным, либо приближенным решением уравнения Власова в дрейфовом приближении. В нашей модели уравнение Власова для ионов численно решается методом характеристик, что позволяет использовать в моделировании массивно-параллельные вычисления на графических процессорах (GPU). Результаты этой работы позволяют использовать нашу модель для исследования несимметричных ТТС.

1. УРАВНЕНИЯ СИЛОВОГО БАЛАНСА В БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

Рассмотрим вывод уравнения силового баланса — уравнения потока полного импульса плазмы в приближении квазинейтральности, в котором исключены электрическое поле и плотность тока, а максимально возможное число слагаемых представлено в дивергентной форме. Это уравнение может быть записано в двух формах: через плотности тока компонент плазмы или через их гидродинамические скорости.

Обозначим через $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ соответственно векторы индукции магнитного поля и напряженности электрического поля, зависящие от пространственной координаты $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$ и времени t . Обозначим через $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})$ и $[\mathbf{u} \times \mathbf{v}]$ соответственно скалярное и векторное произведения векторов \mathbf{u} и \mathbf{v} в пространстве \mathbb{R}^3 . Также будем использовать единичный вектор вдоль магнитного поля $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{V}/V$ и скорость электрического дрейфа $\mathbf{v}_E(\mathbf{x}, t) = [\mathbf{E} \times \mathbf{V}]/B^2$, где $B = |\mathbf{V}|$. Для произвольного векторного поля $\mathbf{a}(\mathbf{x}, t)$ введем его продольную компоненту $a_{\parallel} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$, а также продольную $\mathbf{a}_{\parallel} = a_{\parallel} \mathbf{b}$ и ор-

тогональную $\mathbf{a}_\perp = \mathbf{a} - \mathbf{a}_\parallel$ части по отношению к магнитному полю.

Будем считать, что плазма содержит K сортов ионов и электроны. Обозначим через $f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$ функцию распределения плазменной компоненты сорта α ($\alpha=1, \dots, K$ для ионных компонент, $\alpha=e$ для электронов), которая зависит от времени t , пространственной координаты $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ и скорости $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)^T \in \mathbb{R}^3$. Для частиц сорта α через q_α и m_α обозначим заряд и массу частиц, $n_\alpha(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{j}_\alpha(\mathbf{x}, t)$ — их концентрацию и плотность тока. При этом заряд протона q_1 обозначим через e , т. е. для электронов $q_e = -e$.

В системе СИ систему уравнений Власова вместе с определениями концентрации и тока можно представить в виде (1.1)–(1.3)

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \left(\mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{x}} \right) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (1.1)$$

$$\alpha = 1, \dots, K, e$$

$$\begin{aligned} n_\alpha(\mathbf{x}, t) &= \int_{\mathbb{R}^3} f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}, \\ \rho_i(\mathbf{x}, t) &= \sum_{\alpha=1}^K q_\alpha n_\alpha(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\rho = \rho_i - e n_e,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_\alpha(\mathbf{x}, t) &= q_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v} f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}, \\ \mathbf{j}_i(\mathbf{x}, t) &= \sum_{\alpha=1}^K \mathbf{j}_\alpha(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь и далее через $\rho_i(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{j}_i(\mathbf{x}, t)$ обозначены суммарные плотности заряда и тока ионов, $\rho(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{j}(\mathbf{x}, t)$ — полные плотности заряда и тока.

Будем использовать для каждой компоненты плазмы $\alpha=1, \dots, K, e$ гидродинамическую скорость $\mathbf{u}_\alpha(\mathbf{x}, t)$, тензор напряжений $\widehat{\Pi}_\alpha(\mathbf{x}, t)$ и тензор давления $\widehat{\mathbf{P}}_\alpha(\mathbf{x}, t)$, а также суммарный тензор напряжений ионов $\widehat{\Pi}_i(\mathbf{x}, t)$ и суммарный тензор давления ионов $\widehat{\mathbf{P}}_i(\mathbf{x}, t)$, которые определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_\alpha(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{j}_\alpha(\mathbf{x}, t) / (q_\alpha n_\alpha(\mathbf{x}, t)), \\ \widehat{\mathbf{P}}_\alpha(\mathbf{x}, t) &= \\ &= m_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha(\mathbf{x}, t)) \otimes (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha(\mathbf{x}, t)) f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}, \\ \widehat{\mathbf{P}}_i &= \sum_{\alpha=1}^K \widehat{\mathbf{P}}_\alpha, \\ \widehat{\Pi}_\alpha(\mathbf{x}, t) &= m_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}, \\ \widehat{\Pi}_i &= \sum_{\alpha=1}^K \widehat{\Pi}_\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

$$(1.5)$$

Здесь и далее через $\mathbf{U} \otimes \mathbf{V}$ будем обозначать диадный тензор, образованный векторами \mathbf{U} и \mathbf{V} в пространстве \mathbb{R}^3 , декартовы компоненты которого определяются через соответствующие компоненты образующих его векторов по формуле $(\mathbf{U} \otimes \mathbf{V})_{k,l} = U_k V_l$. Отметим, что верна формула

$$\widehat{\Pi}_\alpha = \widehat{\mathbf{P}}_\alpha + m_\alpha n_\alpha \mathbf{u}_\alpha \otimes \mathbf{u}_\alpha, \quad (1.6)$$

которая дает разложение тензора напряжений $\widehat{\Pi}_\alpha$ в виде суммы тензора давления $\widehat{\mathbf{P}}_\alpha$ и тензора инерции $m_\alpha n_\alpha \mathbf{u}_\alpha \otimes \mathbf{u}_\alpha$.

Из уравнений Власова (1.1) для каждой компоненты плазмы $\alpha=1, \dots, K, e$ вытекает уравнение потока импульса, которое можно представить в двух формах: через плотность тока

$$\frac{\partial \mathbf{j}_\alpha}{\partial t} = \frac{q_\alpha^2 n_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{B} \times \mathbf{j}_\alpha] - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \operatorname{div} \widehat{\Pi}_\alpha, \quad (1.7)$$

а также через гидродинамическую скорость

$$m_\alpha n_\alpha \frac{d_\alpha \mathbf{u}_\alpha}{dt} = q_\alpha n_\alpha \mathbf{E} - [\mathbf{B} \times \mathbf{j}_\alpha] - \operatorname{div} \widehat{\mathbf{P}}_\alpha, \quad (1.8)$$

где используется традиционное обозначение для полной производной по времени от произвольной функции $\Phi(\mathbf{x}, t)$ вдоль линий тока каждой компоненты плазмы:

$$\frac{d_\alpha \Phi(\mathbf{x}, t)}{dt} = \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla) \Phi(\mathbf{x}, t). \quad (1.9)$$

Выведем теперь две дивергентные формы уравнения силового баланса, которые вытекают из уравнения потока импульса в формах (1.7) и (1.8) соответственно. Суммирование уравнений потока импульса в форме (1.7), умноженных на отношение m_α/q_α , по всем компонентам плазмы, а затем учет определений плотности заряда в (1.2), полного тока в (1.3) и суммарного тензора напряжения ионов в (1.5), дает уравнение

$$\begin{aligned} -\frac{m_e}{e} \frac{\partial \mathbf{j}_e}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^K \frac{m_\alpha}{q_\alpha} \frac{\partial \mathbf{j}_\alpha}{\partial t} = \\ = \rho \mathbf{E} - [\mathbf{B} \times \mathbf{j}] - \operatorname{div} \widehat{\Pi}_i - \operatorname{div} \widehat{\Pi}_e. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Аналогично, суммирование уравнений потока импульса в форме (1.8) по всем компонентам плазмы $\alpha=1, \dots, K, e$ с учетом определения плотности заряда и тока ионов в (1.2) и (1.3), а также суммарного тензора давления ионов в (1.4), дает уравнение

$$\begin{aligned} m_e n_e \frac{d_e \mathbf{u}_e}{dt} + \sum_{\alpha=1}^K m_\alpha n_\alpha \frac{d_\alpha \mathbf{u}_\alpha}{dt} = \\ = \rho \mathbf{E} - [\mathbf{B} \times \mathbf{j}] - \operatorname{div} \widehat{\mathbf{P}}_i - \operatorname{div} \widehat{\mathbf{P}}_e. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Условие квазинейтральности $\rho(\mathbf{x}, t) \equiv 0$ и вытекающее из него равенство нулю тока смещения позволяет исключить из этих уравнений электрическое поле, а плотность тока выразить как $\mathbf{j} = \operatorname{rot} \mathbf{B} / \mu_0$ из уравнения Ампера. В результате с учетом представления слагаемого $[\mathbf{B} \times \operatorname{rot} \mathbf{B}]$ в дивергентном виде

$$[\mathbf{B} \times \text{rot} \mathbf{B}] = \text{div} \left(\frac{1}{2} B^2 \hat{\mathbf{I}} - \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} \right),$$

($\hat{\mathbf{I}}$ — единичный тензор) из уравнений (1.10) и (1.11) вытекают уравнения силового баланса в дивергентных формах

$$-\frac{m_e}{e} \frac{\partial \mathbf{j}_e}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^K \frac{m_\alpha}{q_\alpha} \frac{\partial \mathbf{j}_\alpha}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \hat{\mathbf{I}} - \widehat{\mathbf{P}}_i - \widehat{\mathbf{P}}_e \right), \quad (1.12)$$

$$m_e n_e \frac{d_e \mathbf{u}_e}{dt} + \sum_{\alpha=1}^K m_\alpha n_\alpha \frac{d_\alpha \mathbf{u}_\alpha}{dt} = \text{div} \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \hat{\mathbf{I}} - \widehat{\mathbf{P}}_i - \widehat{\mathbf{P}}_e \right), \quad (1.13)$$

которые являются главным результатом этого раздела.

Отметим, что в правой части уравнения (1.12) находится разность между объемной плотностью силы натяжения силовых линий магнитного поля $\frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \text{div} (\mathbf{B} \otimes \mathbf{B})$ и дивергенцией от суммы тензора магнитного давления $(\mathbf{B}^2 / (2\mu_0)) \hat{\mathbf{I}}$, суммарного тензора напряжений ионов $\widehat{\mathbf{P}}_i$ и тензора напряжения электронов $\widehat{\mathbf{P}}_e$. Нарушение баланса между этими силами будет нарушать стационарность процесса. Нарушение аналогичного баланса в правой части уравнения (1.13) означает возникновение объемной плотности силы, действующей на плазму.

В работе [Мингалев и др., 2020] показано, что в случае бесстолкновительной плазмы из немагнитных ионов и замагниченных электронов электроны находятся в полном силовом равновесии:

$$\frac{d_e \mathbf{u}_e}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \mathbf{j}_e}{\partial t} = e \text{div} (n_e \mathbf{u}_e \otimes \mathbf{u}_e). \quad (1.14)$$

Подстановка этого условия в уравнение (1.12) приводит его к виду

$$\sum_{\alpha=1}^K \frac{m_\alpha}{q_\alpha} \frac{\partial \mathbf{j}_\alpha}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \hat{\mathbf{I}} - \widehat{\mathbf{P}}_i - \widehat{\mathbf{P}}_e \right), \quad (1.15)$$

в котором по сравнению с (1.12) в левой части сократилось слагаемое с производной по времени от плотности тока электронов, а в правой части тензор напряжений электронов $\widehat{\mathbf{P}}_e$ заменен их тензором давления $\widehat{\mathbf{P}}_e$, который определяется формулой

$$\widehat{\mathbf{P}}_e = p_{e\perp} \hat{\mathbf{I}} + (p_{e\parallel} - p_{e\perp}) \mathbf{b} \otimes \mathbf{b}, \quad (1.16)$$

где $p_{e\parallel}$ и $p_{e\perp}$ — продольное и поперечное давление электронов. Подстановка условия (1.14) в уравнение (1.13) приводит его к виду

$$\sum_{\alpha=1}^K m_\alpha n_\alpha \frac{d_\alpha \mathbf{u}_\alpha}{dt} = \text{div} \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \hat{\mathbf{I}} - \widehat{\mathbf{P}}_i - \widehat{\mathbf{P}}_e \right), \quad (1.17)$$

где по сравнению с (1.13) в левой части сократилось инерционное слагаемое электронов.

По сравнению с уравнением (1.12) физический смысл уравнения (1.15) немного изменился. В его правой части стоит разность между объемной плотностью силы натяжения силовых линий магнитного поля $\frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \text{div} (\mathbf{B} \otimes \mathbf{B})$ и дивергенцией от суммы тензора магнитного давления $(\mathbf{B}^2 / (2\mu_0)) \hat{\mathbf{I}}$ с суммарным тензором напряжений ионов $\widehat{\mathbf{P}}_i = \sum_{\alpha=1}^K \widehat{\mathbf{P}}_\alpha$ и с тензором давления электронов $\widehat{\mathbf{P}}_e$.

Уравнения (1.15) удобны для постановки граничных условий в моделях стационарных несимметричных токовых слоев.

Отметим, что в случае бесстолкновительной плазмы из протонов и замагниченных электронов уравнения силового баланса (1.15) и (1.17) принимают вид

$$\frac{m_p}{e} \frac{\partial \mathbf{j}_p}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \hat{\mathbf{I}} - \widehat{\mathbf{P}}_p - \widehat{\mathbf{P}}_e \right), \quad (1.18)$$

$$m_p n_p \frac{d_p \mathbf{u}_p}{dt} = \text{div} \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \hat{\mathbf{I}} - \widehat{\mathbf{P}}_p - \widehat{\mathbf{P}}_e \right), \quad (1.19)$$

и являются дивергентными формами уравнения потока импульса (уравнения движения) для протонов, в которых исключены электрическое поле и плотность тока.

2. УРАВНЕНИЯ СИЛОВОГО БАЛАНСА В ОДНОМЕРНОМ ТОКОВОМ СЛОЕ

Рассмотрим уравнения силового баланса (1.12) и (1.15) для стационарного пространственно-одномерного токового слоя, в котором все функции зависят только от одной пространственной координаты z поперек слоя. В зависимости от ситуации будем обозначать векторы декартова базиса системы координат \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y и \mathbf{e}_z , а также компоненты вектора координат $\mathbf{x} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z \in \mathbb{R}^3$ и компоненты вектора скорости $\mathbf{v} = v_x\mathbf{e}_x + v_y\mathbf{e}_y + v_z\mathbf{e}_z \in \mathbb{R}^3$.

В рассматриваемом ТС магнитное поле имеет заданную постоянную нормальную компоненту $B_z \equiv \text{const}$ и самосогласованные компоненты $B_x(z)$

и $B_y(z)$, а электрическое поле имеет одну самосогласованную компоненту $E_z(z)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(z) &= B_x(z)\mathbf{e}_x + B_y(z)\mathbf{e}_y + B_z\mathbf{e}_z, \\ \mathbf{E}(z) &= E_z(z)\mathbf{e}_z = -\frac{d\phi(z)}{dz}\mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где через $\phi(z)$ обозначен скалярный потенциал. В этом случае из стационарного уравнения (1.12) вытекает векторное уравнение силового баланса в форме закона сохранения для пространственно одномерного токового слоя

$$\begin{aligned} &(\Pi_{i,x,z} + \Pi_{e,x,z})\mathbf{e}_x + (\Pi_{i,y,z} + \Pi_{e,y,z})\mathbf{e}_y + \\ &+ \left(\Pi_{i,z,z} + \Pi_{e,z,z} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \mathbf{e}_z - \frac{B_z\mathbf{B}}{\mu_0} \equiv const. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Уравнение в такой форме необходимо для вывода граничных условий в численных моделях тонких токовых слоев и определения стационарности полученной конфигурации ТС.

Аналогично из стационарного уравнения (1.15) вытекает векторное уравнение силового баланса в форме закона сохранения для стационарного пространственно одномерного токового слоя

$$\begin{aligned} &\Pi_{i,x,z}\mathbf{e}_x + \Pi_{i,y,z}\mathbf{e}_y + \\ &+ \left(\Pi_{i,z,z} + \frac{B^2}{2\mu_0} + p_{e\perp} \right) \mathbf{e}_z + \\ &+ \frac{B_z\mathbf{B}}{\mu_0} \left(\frac{\mu_0}{B^2} (p_{e\parallel} - p_{e\perp}) - 1 \right) \equiv const. \end{aligned} \quad (2.3)$$

В случае изотропных электронов $p_{e\parallel}(z) \equiv p_{e\perp}(z) \equiv p(z)$ они будут давать вклад только в баланс по ортогональной к слою оси Z , и уравнение (2.3) примет вид:

$$\begin{aligned} &\Pi_{i,x,z}\mathbf{e}_x + \Pi_{i,y,z}\mathbf{e}_y + \\ &+ \left(\Pi_{i,z,z} + \frac{B^2}{2\mu_0} + p_e \right) \mathbf{e}_z - \frac{B_z\mathbf{B}}{\mu_0} \equiv const. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Из этого уравнения вытекают скалярные уравнения силового баланса по каждой из координатных осей X , Y и Z соответственно

$$\Pi_{i,x,z}(z) - \frac{1}{\mu_0} B_z B_x(z) \equiv const, \quad (2.5)$$

$$\Pi_{i,y,z}(z) - \frac{1}{\mu_0} B_z B_y(z) \equiv const, \quad (2.6)$$

$$\Pi_{i,z,z}(z) + \frac{1}{2\mu_0} B^2(z) + p_e(z) \equiv const. \quad (2.7)$$

3. УРАВНЕНИЯ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ОДНОМЕРНОГО ТТС

Рассмотрим наиболее общую версию модели стационарного пространственно-одномерного токового слоя с замагниченными электронами, в котором магнитное поле имеет две самосогласованные и

постоянную нормальную компоненты, и которая допускает несимметричные конфигурации, а также поток плазмы через слой.

Эта версия модели является обобщением начальной версии [Мингалев и др., 2018], в которой магнитное поле имеет только одну самосогласованную сдвиговую симметричную компоненту.

Модель имеет размерность 1D3V и в ней делаются следующие предположения.

1. Все функции зависят только от одной пространственной координаты z поперек слоя, область моделирования является полосой $\{|z| < L\}$.

2. Магнитное поле и электрическое поле имеют вид (2.1), выше и ниже области $\{|z| < L\}$ магнитное поле считается постоянным, а электрическое нулевым.

3. Слой поддерживается встречными потоками ионов вдоль силовых линий магнитного поля. Функция распределения $f_a^{(\pm)}(z, \mathbf{v})$ данного сорта ионов в падающих потоках плазмы на границе области расчетов имеет вид смещенного распределения Максвелла с гидродинамической

средней скоростью $\mathbf{U}_a^{(\pm)} = -\frac{z\mathbf{B}^{(\pm)}}{|z||\mathbf{B}^{(\pm)}|} V_{Da}^{(\pm)}$, которая

имеет величину $V_{Da}^{(\pm)}$ и направлена вдоль силовых линий магнитного поля в сторону слоя,

$$\begin{aligned} f_a^{(\pm)}(\mathbf{v}) &= \\ &= \frac{n_a^{(\pm)}}{(V_{Ta}^{(\pm)}\sqrt{2\pi})^3} \exp\left(-\frac{1}{2(V_{Ta}^{(\pm)})^2} |\mathbf{v} - \mathbf{U}_a^{(\pm)}|^2\right), \quad (3.1) \\ \frac{z}{|z|} (\mathbf{B}^{(\pm)} \cdot \mathbf{v}) &< 0. \end{aligned}$$

Здесь $n_a^{(\pm)}$ — концентрация, $T_a^{(\pm)}$ — температура в электронвольтах, $V_{Ta}^{(\pm)} = \sqrt{eT_a^{(\pm)}/m_a}$ — тепловая скорость в этих потоках. Верхний индекс (+) соответствует потоку сверху, а (-) — потоку снизу.

В модели ионные компоненты описываются стационарными уравнениями Власова, которые решаются численно. Замагниченные электроны описываются стационарным уравнением Власова в дрейфовом приближении (см. [Рудаков, Сагдеев, 1958; Морозов, 1963; Волков, 1964; Калсруд, 1983; Ilgisonis, 1993; Мингалев и др., 2020]), а их плотность тока в соответствии с дрейфовой теорией описывается формулой

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_e(z) &= j_{e\parallel}(z)\mathbf{b}(z) - en_e\mathbf{v}_E + \\ &+ (p_{e\parallel} - p_{e\perp}) \frac{[\mathbf{b} \times (\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{b}]}{B} + \frac{[\mathbf{b} \times \nabla p_{e\perp}]}{B}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

Электрическое поле определяется из условия продольного силового равновесия электронов

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= (\mathbf{b} \cdot \mathbf{E}) = -\frac{1}{en_e} (\mathbf{b} \cdot \text{div} \widehat{\mathbf{P}}_e) = \\ &= \frac{1}{en_e} \left((p_{e\parallel} - p_{e\perp}) (\mathbf{b} \cdot \nabla \ln B) - (\mathbf{b} \cdot \nabla p_{e\parallel}) \right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

которое в рассматриваемом случае принимает вид

$$E_z = \frac{1}{\rho_i} \left(-\frac{dp_{e\parallel}}{dz} + \frac{(p_{e\parallel} - p_{e\perp})}{B} \frac{dB}{dz} \right). \quad (3.4)$$

Выполнение условия $\text{div} \mathbf{j} = 0$ в рассматриваемой задаче с полями вида (2.1) равносильно отсутствию z -компоненты у плотности полного тока $j_z(z) \equiv 0$, что обеспечивается нейтрализующим продольным током электронов, т. е. плотность полного тока определяется формулой

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(z) &= \mathbf{j}_i(z) + \mathbf{j}_e(z) = \\ &= \mathbf{j}_i(z) + \mathbf{j}_{e\perp}(z) + j_{e\parallel}(z) \mathbf{b}(z), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где плотность тока ионов $\mathbf{j}_i(z)$ рассчитывается численно. Подстановка уравнения (3.5) в равенство $j_z(z) \equiv 0$ позволяет выразить продольную компоненту плотности тока электронов

$$\begin{aligned} j_{e\parallel}(z) &= -\frac{(j_{iz}(z) + j_{e\perp z}(z))}{(\mathbf{b}(z) \cdot \mathbf{e}_z)} = \\ &= -\frac{B(z)}{B_z} (j_{iz}(z) + j_{e\perp z}(z)), \end{aligned} \quad (3.6)$$

что дает следующие формулы для плотности тока электронов и плотности полного тока:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_e(z) &= \mathbf{j}_{e\perp}(z) - (j_{iz}(z) + j_{e\perp z}(z)) \frac{\mathbf{B}(z)}{B_z}, \\ \mathbf{j}(z) &= \mathbf{j}_i(z) + \mathbf{j}_{e\perp}(z) - (j_{iz}(z) + j_{e\perp z}(z)) \frac{\mathbf{B}(z)}{B_z}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Таким образом, уравнение Ампера $\text{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ в модели сводится к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка относительно самоогласованных компонент магнитного поля

$$\frac{dB_x(z)}{dz} = \mu_0 j_y(z), \quad \frac{dB_y(z)}{dz} = -\mu_0 j_x(z), \quad (3.8)$$

в которой правая часть может зависеть от $B_x(z)$ и $B_y(z)$, а также от их производных.

Подстановка формул (3.6) и (3.4) в (3.2) с учетом (2.1) позволяет представить плотность тока электронов в виде

$$\mathbf{j}_e(z) = -j_{iz} \frac{\mathbf{B}}{B_z} - \frac{d}{dz} \left(\frac{(p_{e\parallel} - p_{e\perp})}{B^2} [\mathbf{B} \times \mathbf{e}_z] \right). \quad (3.9)$$

Из этой формулы следует, что в случае изотропных электронов $p_{e\parallel} = p_{e\perp} = p_e$ они могут давать только нейтрализующий продольный ток

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_e(z) &= -j_{iz}(z) \frac{\mathbf{B}(z)}{B_z}, \\ \mathbf{j}(z) &= \mathbf{j}_i(z) - j_{iz}(z) \frac{\mathbf{B}(z)}{B_z}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Для описывающего замагниченные электроны уравнения Власова в дрейфовом приближении характеристической системой является система уравнений движения ведущего центра (см. [Рудаков, Сагдеев,

1958; Морозов, 1963; Волков, 1964; Калсруд, 1983; Pigeonis, 1993; Мингалев и др., 2020]). Для этой системы уравнений согласно дрейфовой теории магнитный момент $\mu(z, v_L)$ и полная энергия (гамильтониан)

$H(z, v_{\parallel}, v_L)$, которые определяются формулами

$$\begin{aligned} \mu(z, v_L^2) &= \frac{v_L^2}{2B(z)}, \\ H(z, v_{\parallel}^2, v_L^2) &= \frac{m_e}{2} (v_{\parallel}^2 + v_L^2) - e\varphi(z), \end{aligned} \quad (3.11)$$

являются приближенными независимыми интегралами. Если у магнитного поля вида (2.1) отсутствует сдвиговая компонента $B_y(z) \equiv 0$, то функции $\mu(z, v_L)$ и $H(z, v_{\parallel}, v_L)$ являются точными интегралами. В рассматриваемом случае общее решение стационарного уравнения Власова в дрейфовом приближении для электронов имеет вид произвольной функции от этих двух интегралов:

$$\begin{aligned} F_e(z, v_{\parallel}, v_L) &= \\ &= \Phi(\mu(z, v_L^2), H(z, v_{\parallel}^2, v_L^2)), \end{aligned} \quad (3.12)$$

где $\Phi(\mu, H)$ — достаточно гладкая функция двух переменных. Если сдвиговая компонента магнитного поля $B_y(z) \neq 0$, функция вида (3.12) будет приближенным решением. Наиболее простым вариантом является частный случай, когда электроны в токовом слое и вне его имеют распределение Максвелла — Больцмана в стационарном магнитном и электрическом поле, т. е. функцию распределения их ведущих центров можно представить в виде

$$\begin{aligned} F_e(z, v_{\parallel}, v_L) &= \frac{(1 + \gamma_0) n_0}{(V_{Te0} \sqrt{2\pi})^3} \exp\left(\frac{\varphi(z)}{T_{e0}}\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{v_{\parallel}^2}{2V_{Te0}^2}\right) \exp\left(-\frac{v_L^2}{2V_{Te0}^2} \left(1 + \frac{\gamma_0 B_0}{B(z)}\right)\right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

где постоянные

$$\begin{aligned} B_0 &= B(z_0), \quad n_0 = n(z_0), \\ \gamma_0 &= \gamma(z_0) = \frac{p_{e\parallel}(z_0) - p_{e\perp}(z_0)}{p_{e\perp}(z_0)}, \end{aligned}$$

являются значениями соответствующих функций в некоторой точке слоя z_0 , т. е. γ_0 — безразмерный параметр анизотропии ($\gamma_0 = 0$ в изотропном случае), T_{e0} — электронная температура в этой точке в электронвольтах, а $V_{Te0} = \sqrt{eT_{e0}/m_e}$ — соответствующая тепловая скорость электронов. Функция распределения (3.13) дает следующее выражение для концентрации электронов через скалярный потенциал и магнитное поле:

$$\begin{aligned} n_e(z) &= n_i(z) = n(z) = \\ &= \frac{(1 + \gamma_0) n_0 B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)} \exp\left(\frac{\varphi(z)}{T_{e0}}\right), \end{aligned} \quad (3.14)$$

которое позволяет выразить потенциал через концентрацию электронов и магнитное поле:

$$\varphi(z) = T_{e0} \ln \left(\frac{(B(z) + \gamma_0 B_0) n(z)}{(1 + \gamma_0) B(z) n_0} \right). \quad (3.15)$$

Подстановка формулы (3.14) в формулу для продольного давления дает формулу

$$p_{e\parallel}(z) = en(z)T_{e0}. \quad (3.16)$$

Из первого выражения следует постоянство продольной электронной температуры в слое:

$$T_{e\parallel}(z) = \frac{p_{e\parallel}(z)}{en(z)} = \frac{en(z)T_{e0}}{en(z)} = T_{e0} \equiv const. \quad (3.17)$$

Поэтому далее продольную температуру считаем постоянной $T_{e\parallel} = T_{e0} \equiv const$.

Также функция распределения (3.13) дает следующую формулу для поперечного давления:

$$\begin{aligned} p_{e\perp}(z) &= \\ &= eT_{e\parallel} n_0 \exp \left(\frac{\varphi(z)}{T_{e\parallel}} \right) \left(\frac{B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)} \right)^2 = \\ &= \frac{en(z)T_{e\parallel} B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)} = \frac{p_{e\parallel}(z) B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Из этой формулы следует выражение для ортогональной электронной температуры в слое

$$T_{e\perp}(z) = \frac{p_{e\perp}(z)}{en(z)} = \frac{T_{e\parallel} B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)}, \quad (3.19)$$

а также для разности давлений электронов:

$$\begin{aligned} p_{e\parallel}(z) - p_{e\perp}(z) &= \frac{\gamma_0 B_0 p_{e\parallel}(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)} = \\ &= \frac{eT_{e\parallel} \gamma_0 B_0 n(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Подстановка этого выражения в формулу (3.9), а затем подстановка результата в (3.7) приводит к следующим выражениям для компонент плотности тока

$$\begin{aligned} j_x(z) &= j_{ix}(z) - j_{iz}(z) \frac{B_x(z)}{B_z} - \\ &- eT_{e\parallel} \gamma_0 B_0 \frac{d}{dz} \left(\frac{B_y(z) n(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0) B^2(z)} \right), \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} j_y(z) &= j_{iy}(z) - j_{iz}(z) \frac{B_y(z)}{B_z} + \\ &+ eT_{e\parallel} \gamma_0 B_0 \frac{d}{dz} \left(\frac{B_x(z) n(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0) B^2(z)} \right). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Отметим, что из формул (3.18), (3.19) следует, что если электроны изотропны вне токового слоя ($\gamma_0=0$), то они будут также изотропны и внутри слоя, их температура будет постоянной: $T_e \equiv const$, а плотность их тока и плотность полного тока будут определяться формулами (3.10). При этом формулы (3.14)–(3.19) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} F_e(z, v_{\parallel}, v_{\perp}) &= \\ &= \frac{n_0}{(V_{Te} \sqrt{2\pi})^3} \exp \left(\frac{\varphi(z)}{T_e} \right) \exp \left(-\frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}{2V_{Te}^2} \right), \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\varphi(z) = T_e \ln \left(\frac{n(z)}{n_0} \right), \quad p_e(z) = en(z)T_e. \quad (3.24)$$

4. ПРИМЕРЫ СИЛОВОГО БАЛАНСА В ТОНКОМ ТОКОВОМ СЛОЕ

Рассмотрим в качестве примера два типа стационарных конфигураций пространственно-одномерного ТТС с заданной постоянной нормальной компонентой магнитного поля, в которых имеется только одна ионная компонента — протоны, а электроны являются изотропными, т. е. ортогональная часть их плотности тока в силу (3.9) отсутствует: $\mathbf{j}_{e\perp}(z) \equiv 0$.

Основные детали методики численного решения стационарного уравнения Власова детально изложены в [Мингалев и др., 2018]. В этом случае в ходе численного решения уравнения Власова для протонов рассчитывались их концентрация $n(z)=n_i(z)$, плотность тока, а также компоненты тензора напряжений, определяемые в (1.5). Электрическое поле и давление рассчитывались по формулам (3.24).

Входные параметры выбирались типичными для ТС ближнего хвоста земной магнитосферы на предварительной фазе суббури [Sergeev et al., 1993, 1996; Runov et al., 2006; Baumjohann et al., 2007; Artemyev, Zelenyi, 2013; Artemyev et al., 2013; Франк и др., 2016; Malova et al., 2017]. Полуширина области моделирования составляла $L=R_E=6400$ км, шаг пространственной сетки $\Delta z=R_E/640=10$ км. Температура электронов считалась равной $T_e=0.5$ кэВ. Температура протонов в образующих ТС потоках была одинаковой сверху и снизу и составляла $T_{p0}=4$ кэВ, что дает значение их тепловой скорости $V_{Tp0} = \sqrt{eT_{p0}/m_p} \approx 619$ км/с. Величина гидродинамической скорости в этих потоках считалась одинаковой с обеих сторон ($V_D^{(\pm)} = V_D$) и задавалась по формуле $V_D = \delta V_{Tp0}$, рассматривался также набор значений безразмерного параметра δ . Величина x -компоненты магнитного поля выше и ниже слоя считалась одинаковой: $B_{x0}^{(+)} = B_{x0}^{(-)} = B_{x0} = 20$ нТл, а величина нормальной к слою z -компоненты магнитного поля составляла $B_z = B_{x0}/10 = 2$ нТл.

4.1. Симметричные конфигурации без шира магнитного поля

Конфигурации такого типа наиболее известны и широко исследовались при помощи аналитических и численных моделей [Зеленый и др., 2011, 2016; Мингалев и др., 2018]. На рис. 1 показан пример конфигурации 1-го типа, для которого магнитное поле в слое имеет две компоненты — самосогласованную $B_x(z)$ и постоянную B_z — и является симметричным $B_x(-z) \equiv -B_x(z)$. Плотность тока электронов

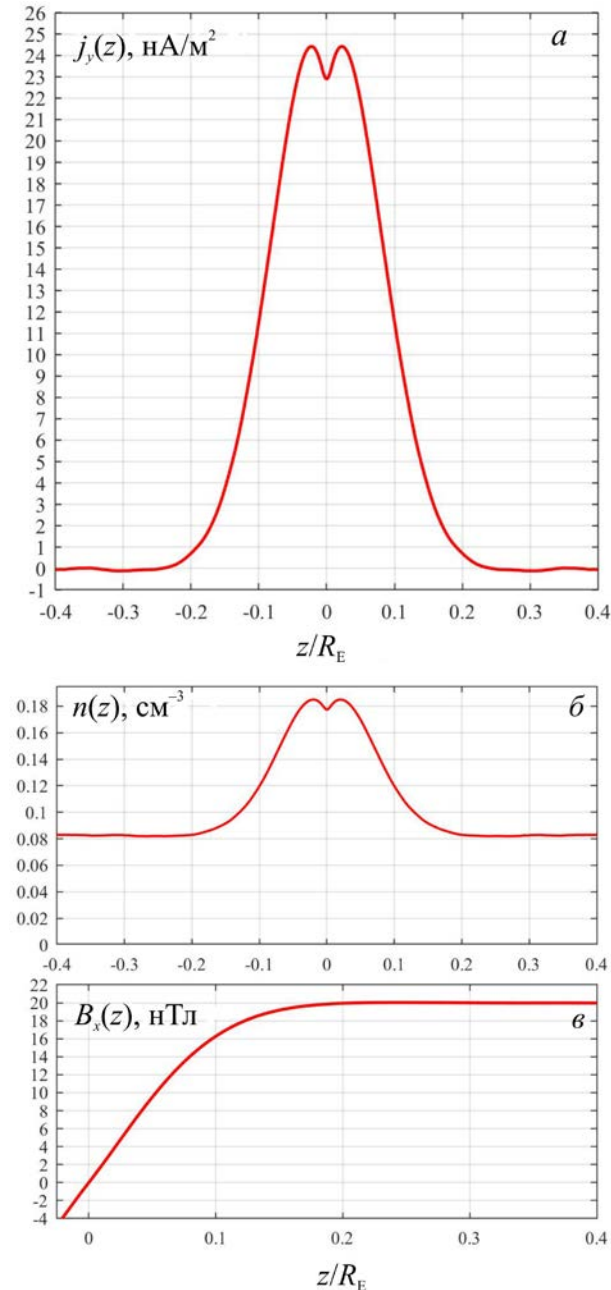


Рис. 1. Симметричная конфигурация: y -компонента плотности тока протонов $j_{iy}(z)$ (а); концентрации протонов $n(z)$ (б); компонента магнитного поля $B_x(z)$ (в) (ввиду симметрии показана его правая часть при $z/R_E \geq -0.025$). $\delta = V_D/V_{Tр0} = 2.5$

равна нулю: $\mathbf{j}_e(z) \equiv 0$, и полная плотность тока имеет только y -компоненту $j_y(z) = j_{iy}(z)$.

На рис. 2 показан силовой баланс в нанопаскалях для конфигурации ТТС на рис. 1. Панель а показывает баланс по оси X, который определяется уравнением (2.5). Видно, что силовой баланс поддерживается с хорошей точностью и постоянная в правой части формулы (2.5) равна нулю. Панель б показывает баланс по оси Y, который определяется уравнением (2.6). В рассматриваемом случае $B_y \equiv 0$ и постоянная в правой части формулы (2.6) также равна нулю. На панели в показан баланс по оси Z, который определяется уравнением (2.7). С учетом

$B_y \equiv 0$ и $B_z \equiv const$, это уравнение можно представить в форме

$$\Pi_{i,z,z}(z) + \frac{1}{2\mu_0} |B_x(z)|^2 + p_e(z) \equiv const.$$

Красная линия показывает выполнение этого уравнения с очень высокой точностью. Видно, что давление электронов $p_e(z)$ (коричневая линия) вносит хоть и относительно малый, но очень важный вклад в точное выполнение уравнения силового баланса в токовом слое, поскольку компенсирует локальный минимум в центре слоя у суммы тензора напряжений протонов и магнитного давления, которая показана зеленой линией. Для других значений параметра δ силовой баланс поддерживается аналогично.

Таким образом, силовой баланс в созданной численной модели ТТС благодаря гладкой и точной аппроксимации вторых моментов функции распределения протонов выполняется с очень высокой точностью. Это указывает на стационарность полученных конфигураций и высокое качество численной модели. Отметим, что на рис. 1 профили плотности тока и концентрации в центре слоя имеют характерную раздвоенность типа жала змеи. Как показано в [Zelenyi et al., 2004; Зеленый и др., 2011; Sitnov et al., 2000], такая раздвоенность обусловлена наличием относительно большой доли квазизахваченных протонов, которые достаточно долго колеблются в центральной части слоя. Эта раздвоенность усиливается с ростом доли таких протонов. Отражение этого тонкого эффекта в результатах моделирования также подтверждает качество численной модели.

Отметим также, что во многих численных моделях по методу частиц вторые моменты функции распределения содержат сильный дискретный шум, а их приемлемая аппроксимация требует больших затрат вычислительных ресурсов и представляет сложную вычислительную проблему.

4.2. Конфигурации с колоколообразной сдвиговой компонентой магнитного поля

Конфигурации такого типа наблюдались в эксперименте [Григоренко и др., 2015; Зеленый и др., 2016; Франк и др., 2016], были получены при помощи аналитической модели в [Artemyev et al., 2011], а в численном моделировании — в [Мингалев и др., 2012; Malova et al., 2015]. В этих конфигурациях сдвиговая (шировая) компонента магнитного поля $B_y(z)$ постоянна вне слоя, но изменяется внутри него.

В численной модели получаются конфигурации, в которых сдвиговая компонента $B_y(z)$ с колоколообразным профилем компенсирует изменение в ТС тангенциальной компоненты $B_x(z)$ таким образом, что величина магнитного поля $B(z) = \sqrt{B_x^2(z) + B_y^2(z) + B_z^2}$ и концентрация протонов $n(z)$ примерно постоянны. При этом потенциал электрического поля также примерно постоянен, т. е. электрическое поле очень

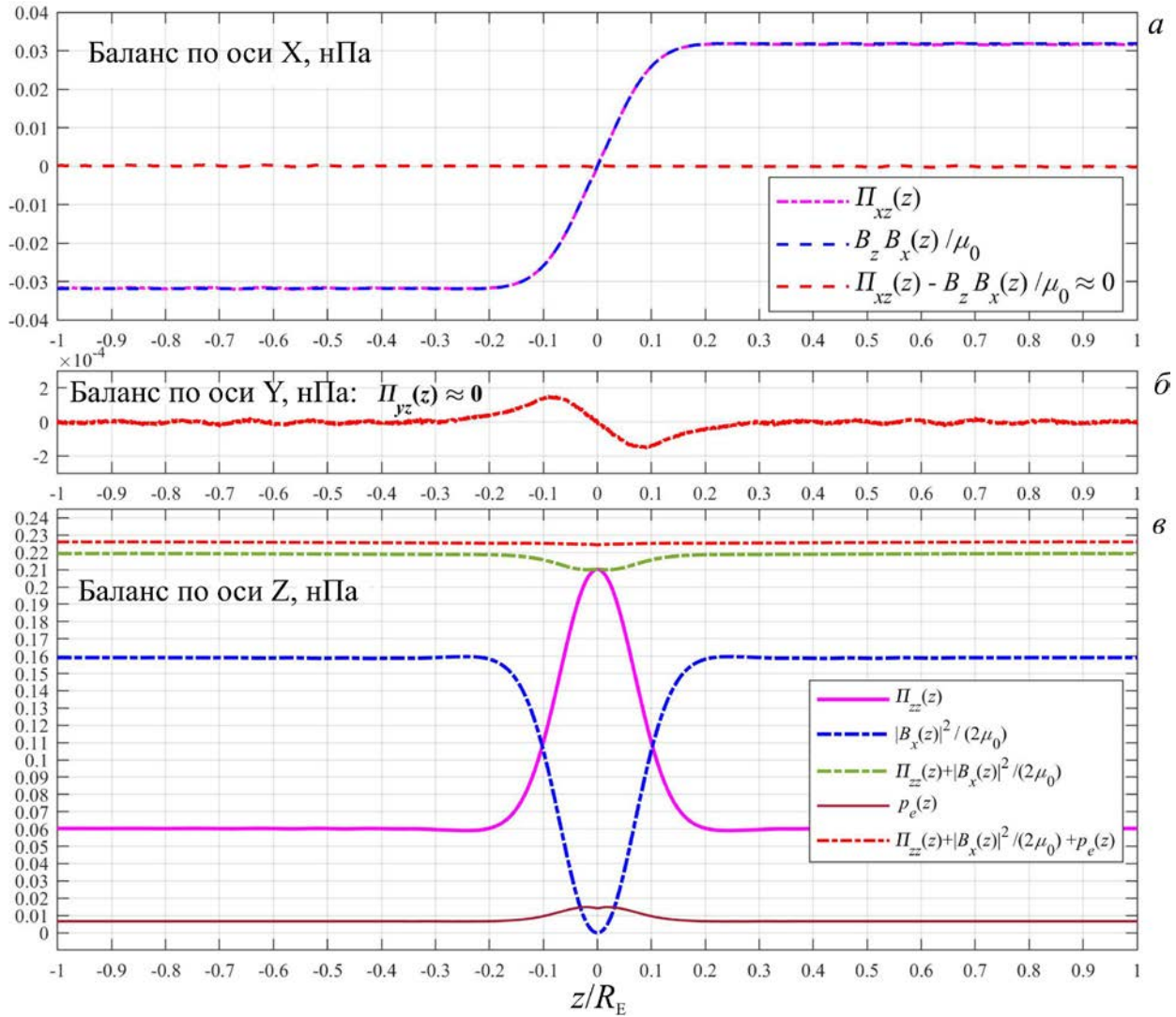


Рис. 2. Силовой баланс (в нанопаскалях). Итоговый баланс — красная линия

мало и практически не влияет на конфигурацию ТТС по сравнению с рассмотренными выше симметричными конфигурациями. На рис. 3 представлена стационарная конфигурация, в которой $\delta = V_D / V_{Tp0} = 2$, сдвиговая компонента магнитного поля равна нулю вне слоя, а все остальные входные параметры имеют значения, указанные в начале этого раздела. Сравнение рис. 3 и 1 показывает, что в полученной конфигурации при одинаковом полном токе через ТС, т. е. при одинаковом изменении при переходе через ТС тангенциальной компоненты магнитного поля $\Delta B_x = B_x(L) - B_x(-L) = 2B_{x0}$ токовый слой стал примерно в три раза шире, а максимальное значение компоненты плотности тока $j_y(z)$ уменьшилось примерно в три раза.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе представлены три новых результата. Первый результат представляют дивергентные формы уравнений силового баланса в бесстолкновительной плазме: формулы (1.12), (1.13) для общего случая и формулы (1.15), (1.17) для случая замагниченных

электронов. В случае плазмы из протонов и замагниченных электронов уравнения (1.15), (1.17) принимают вид (1.18), (1.19) соответственно и являются дивергентными формами уравнения потока импульса (уравнения движения) протонов. Плазма солнечного ветра, а также плазма магнитосферы Земли в спокойных гелиогеофизических условиях в основном состоят из протонов и замагниченных электронов. Поэтому уравнения (1.18) и (1.19) могут быть полезны для определения положения и формы головной ударной волны и магнитопаузы для магнитосферы Земли. Помимо этого, полученные уравнения (1.18) и (1.19) могут быть использованы для анализа данных измерений космических аппаратов миссии MMS. Они также могут применяться для анализа свойств крупномасштабных неоднородных магнитоплазменных структур в солнечном ветре, например, токовых слоев и магнитных островов.

Второй результат представляет уравнение силового баланса (2.3) в форме закона сохранения для стационарного пространственно-одномерного ТТС. Это уравнение необходимо для постановки граничных условий в несимметричном случае, а также для проверки стационарности полученного числен-

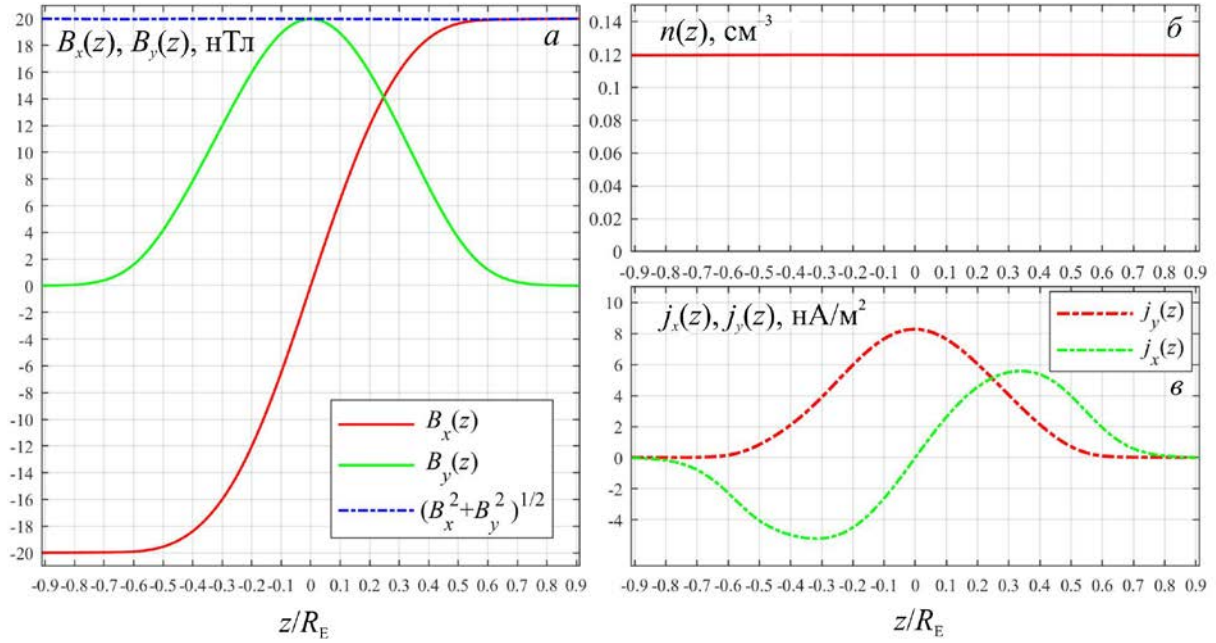


Рис. 3. Профили компонент магнитного поля (а); концентрации $n(z)$ (б) и компонент плотности тока $j_x(z)$ и $j_y(z)$ (в)

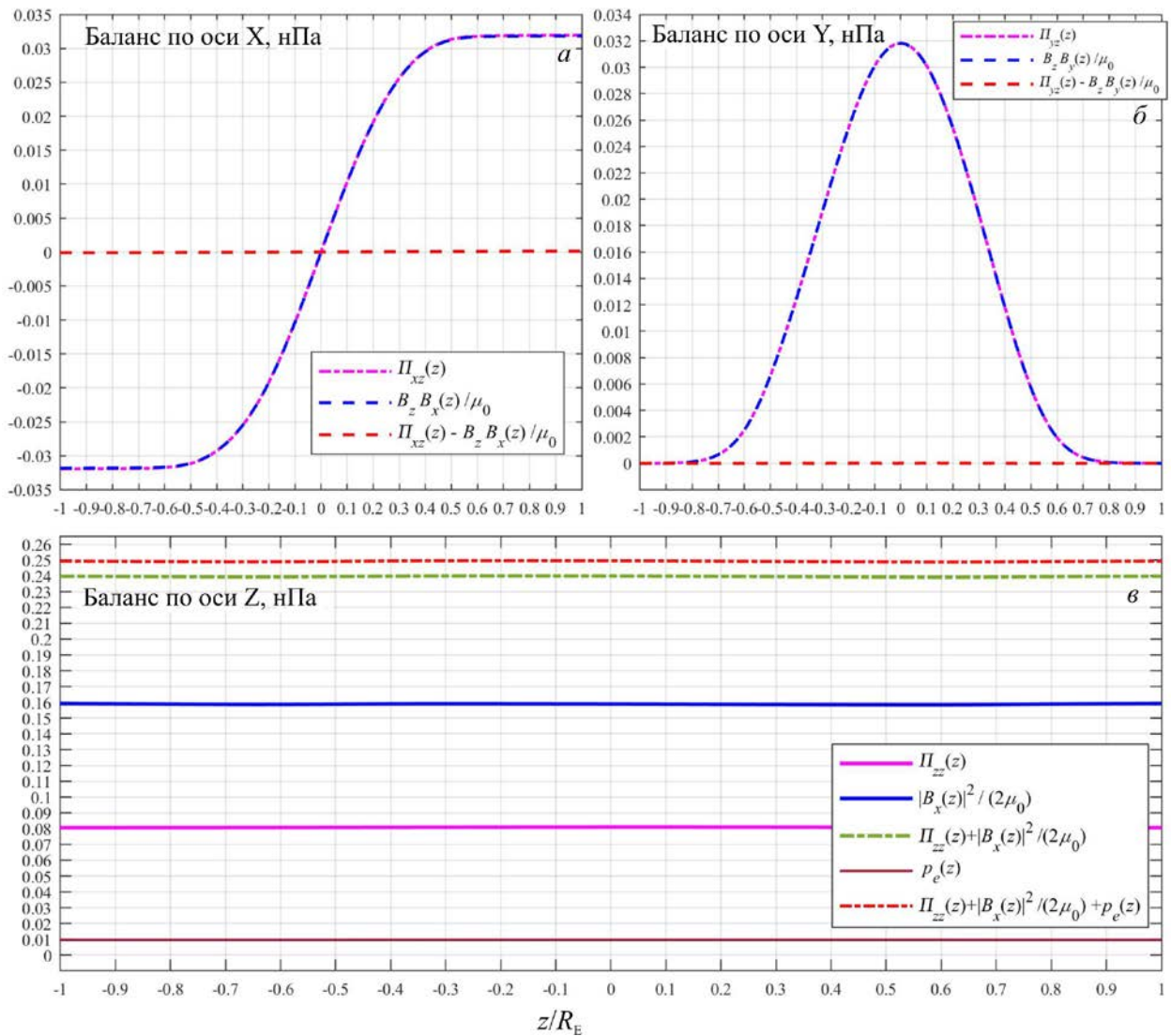


Рис. 4. Силовой баланс для варианта $\delta = V_D / V_{Tpo} = 2$

ного решения. Примеры такой проверки показаны на рис. 2 и 4. Отметим, что это уравнение позволяет рассматривать ТС с ионами нескольких сортов. Интересным примером является ТС в хвосте магнитосферы Юпитера (см. [Artemyev et al. 2014] и ссылки в ней), в котором помимо протонов имеются горячие ионы кислорода O^+ и горячие ионы серы S^+ , которые могут существенно влиять на структуру этого ТС. Другим примером является ТС ближнего и среднего хвоста магнитосферы Земли во время магнитных возмущений с инъекцией ионов кислорода O^+ из ионосферы в магнитосферу. В этом случае в отличие от спокойных условий в этом ТС существенную долю ионов составляют ионы кислорода O^+ , которые могут значительно изменять конфигурацию этого ТС.

И последний результат представляет полное описание тока замагниченных электронов в численной модели ТТС с заданной нормальной компонентой магнитного поля — формулы (3.9), (3.21), (3.22). В [Мингалев и др., 2018] было опубликовано только выражение для y -компоненты тока электронов (3.22) в менее удобной форме. В наиболее совершенных аналитических моделях ТТС, описание которых приведено в обзорах [Зеленый и др., 2011, 2016], ток электронов рассчитывался в предположении постоянства обеих температур замагниченных электронов: $T_{e\parallel} \equiv const$, $T_{e\perp} \equiv const$. В [Мингалев и др., 2018] и в этой работе это предположение уточнено на основе кинетического описания замагниченных электронов, которое подтверждает постоянство продольной температуры, но дает изменение их ортогональной температуры по формуле (3.19).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Быков А.А., Зелёный Л.М., Малова Х.В. Тройное расщепление тонкого токового слоя: новый тип плазменного равновесия. *Физика плазмы*. 2008. Т. 34, № 2. С. 148–155.
- Быков А.А., Ермакова К.Е. Самосогласованная модель электронной компоненты тонкого токового слоя в магнитосфере Земли. *Вестник МГУ*. 2016. Серия 3. № 1. С. 36–42.
- Волков Т.Ф. Гидродинамическое описание сильно разреженной плазмы. *Вопросы теории плазмы*. М.: Госатомиздат, 1964. Вып. 4. С. 3–19.
- Григоренко Е.Е., Малова Х.В., Малыхин А.Ю., Зелёный Л.М. Возможный механизм усиления и поддержания сдвиговой компоненты магнитного поля в токовом слое хвоста магнитосферы земли. *Физика плазмы*. 2015. Т. 41, № 1. С. 92–106. DOI: [10.7868/S0367292115010023](https://doi.org/10.7868/S0367292115010023).
- Зелёный Л.М., Малова Х.В., Артемьев А.В. и др. Тонкие токовые слои в бесстолкновительной плазме. *Физика плазмы*. 2011. Т. 37, № 2. С. 137–182.
- Зелёный Л.М., Малова Х.В., Григоренко Е.Е., Попов В.Ю. Тонкие токовые слои: от работ Гинзбурга—Сыроватского до наших дней. *Успехи физических наук*. 2016. Т. 186, № 11. С. 1153–1188. DOI: [10.3367/UFNr.2016.09.037923](https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.09.037923).
- Калсруд Р. *Основы физики плазмы*. М.: Энергоатомиздат, 1983. Т. 1. С. 122–152.
- Кочаровский В.В., Кочаровский В.В., Мартыанов В.Ю., Тарасов С.В. Аналитическая теория самосогласованных токовых структур в бесстолкновительной плазме. *Успехи физических наук*. 2016. Т. 186, № 12. С. 1267–1314. DOI: [10.3367/UFNr.2016.08.037893](https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.08.037893).
- Мингалев О.В., Мингалев И.В., Мельник М.Н. и др. Кинетические модели токовых слоев с широм магнитного поля. *Физика плазмы*. 2012. Т. 38, № 4. С. 329–344.

Мингалев О.В., Малова Х.В., Мингалев И.В. и др. Модель тонкого токового слоя в хвосте магнитосферы Земли с кинетическим описанием замагниченных электронов. *Физика плазмы*. 2018. Т. 44, № 10. С. 769–790. DOI: [10.1134/S0367292118100086](https://doi.org/10.1134/S0367292118100086).

Мингалев О.В., Мингалев И.В., Малова Х.В. и др. Описание крупномасштабных процессов в околоземной космической плазме. *Физика плазмы*. 2020. Т. 46, № 4. С. 329–350. DOI: [10.31857/S0367292120030087](https://doi.org/10.31857/S0367292120030087).

Морозов А.И., Соловьев Л.С. *Вопросы теории плазмы*. М.: Госатомиздат, 1963. Вып. 2. С. 177–255.

Рудаков Л.И. Сагдеев Р.З. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. М.: Издательство АН СССР, 1958. Т. 3. 268 с.

Франк А.Г., Артемьев А.В., Зелёный Л.М. Токовые слои в магнитосфере Земли и в лабораторных экспериментах: структура магнитных полей и эффект холла. *ЖЭТФ*. 2016. Т. 150, вып. 4 (10). С. 807–825. DOI: [10.7868/S0044451016100163](https://doi.org/10.7868/S0044451016100163).

Arons J. A tale of two current sheets. *High-energy emission from pulsars and their systems. Part of the Astrophysics and Space Science Proceedings book series (ASSSP)*. Springer Verlag Berlin Heidelberg. 2011. P. 165.

Artemyev A.V. A model of one-dimensional current sheet with parallel currents and normal component of magnetic field. *Physics of Plasmas*. 2011. Vol. 18, 022104. DOI: [10.1063/1.3552141](https://doi.org/10.1063/1.3552141).

Artemyev A.V., Zelenyi L.M. Kinetic Structure of current sheets in the Earth magnetotail. *Space Sci. Rev.* 2013. Vol. 178, iss. 2-4. P. 419–440. DOI: [10.1007/s11214-012-9954-5](https://doi.org/10.1007/s11214-012-9954-5).

Artemyev A.V., Petrukovich A.A., Frank A.G., et al. Intense current sheets in the magnetotail: Peculiarities of electron physics. *J. Geophys. Res.* 2013. Vol. 118. P. 2789–2799. DOI: [10.1002/jgra.50297](https://doi.org/10.1002/jgra.50297).

Artemyev A.V., Vasko I.Yu., Kasahara S. Thin current sheets in the Jovian magnetotail. *Planetary Space Sci.* 2014. Vol. 96. P. 133–145. DOI: [10.1016/j.pss.2014.03.012](https://doi.org/10.1016/j.pss.2014.03.012).

Ashour-Abdalla M., Zelenyi L.M., Peromian V., Richard R.L. Consequences of Magnetotail Ion Dynamics. *J. Geophys. Res.* 1994. Vol. 99, no. A8. P. 14891–14916. DOI: [10.1029/94JA00141](https://doi.org/10.1029/94JA00141).

Baumjohann W., Roux A., Le Contel O., et al. Dynamics of thin current sheets: Cluster observations. *Ann. Geophys.* Vol. 25, iss. 6. P. 1365–1389. DOI: [10.5194/angeo-25-1365-2007](https://doi.org/10.5194/angeo-25-1365-2007).

Harris E.G. On a Plasma sheath separating regions of oppositely directed magnetic fields. *Il Nuovo Cimento*. 1962. Vol. 23, iss. 1. P. 115–119.

Ilgisonis V.I. Guiding-center theory for three-dimensional collisionless finite Larmor radius plasmas. *Phys. Fluids B.: Plasma Phys.* 1993. Vol. 5, iss. 7. P. 2387. DOI: [10.1063/1.860722](https://doi.org/10.1063/1.860722).

Kocharovskiy V.V., Kocharovskiy V.V., Martyanov V.Y., Nechaev A.A. An Analytical model for the current structure of the magnetosheath boundary in a collisionless plasma. *Astron. Lett.* 2019. Vol. 45, iss. 8. P. 551–564. DOI: [10.1134/S1063773719080048](https://doi.org/10.1134/S1063773719080048).

Kropotkin A.P., Lui A.T.Y. Quasi-static evolution of the magnetosphere: The substorm growth phase. *J. Geophys. Res.* 1995. Vol. 100, iss. A9. P. 17231–17240. DOI: [10.1029/95JA00792](https://doi.org/10.1029/95JA00792).

Malova H.V., Mingalev O.V., Grigorenko E.E., et al. Formation of self-organized shear structures in thin current sheets. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2015. Vol. 120. P. 4802–4824. DOI: [10.1002/2014JA020974](https://doi.org/10.1002/2014JA020974).

Malova H.V., Popov V.Yu., Grigorenko E.E., et al. Evidence for quasi-adiabatic motion of charged particles in strong current sheets in the solar wind. *Astrophys. J.* 2017. Vol. 834, no. 1. P. 34. DOI: [10.3847/1538-4357/834/1/34](https://doi.org/10.3847/1538-4357/834/1/34).

О.В. Мингалев, П.В. Сецко, М.Н. Мельник,
И.В. Мингалев, Х.В. Малова, А.М. Мерзлый

O.V. Mingalev, P.V. Setsko, M.N. Melnik,
I.V. Mingalev, H.V. Malova, A.M. Merzlyi

McPherron R.L., Nishida A., Russell C.T. Is near-Earth current sheet thinning the cause of auroral substorm onset? *Quantitative Modeling of Magnetosphere-Ionosphere Coupling Processes*. Kyoto Sangyo University: Kyoto, Japan, 1987. P. 252–265.

Runov A., Sergeev V.A., Nakamura R., et al. Local structure of the magnetotail current sheet: 2001 Cluster observations. *Ann. Geophys.* Vol. 24, iss. 1. P. 247–262. DOI: [10.5194/angeo-24-247-2006](https://doi.org/10.5194/angeo-24-247-2006).

Sergeev V.A., Mitchell D.G., Russell C.T., Williams D.J. Structure of the tail plasma/current sheet at $11R_E$ and its changes in the course of a substorm. *J. Geophys. Res.* 1993. Vol. 98. P. 17345–17365. DOI: [10.1029/93JA01151](https://doi.org/10.1029/93JA01151).

Sergeev V.A., Pulkkinen T.I., Pellinen R.J. J. Coupled-mode scenario for the magnetospheric dynamics. *Geophys. Res.* 1996. Vol. 101, iss. A6. P. 13047–13066. DOI: [10.1029/95JA03192](https://doi.org/10.1029/95JA03192).

Sitnov M.I., Zelenyi L.M., Malova H.V., Sharma A.S. Thin current sheet embedded within a thicker plasma sheet: self-consistent kinetic theory. *J. Geophys. Res.* 2000. Vol. 105, no. A6. P. 13029–13044. DOI: [10.1029/1999JA000431](https://doi.org/10.1029/1999JA000431).

Somov B.V., Verneta A.I. Tearing instability of reconnecting current sheets in space plasmas. *Space Sci. Rev.* 1993. Vol. 65. P. 253–288. DOI: [10.1007/BF00754510](https://doi.org/10.1007/BF00754510).

Speiser T.W. Particle trajectories in model current sheets; 1. Analytical solutions. *J. Geophys. Res.* 1965. Vol. 70. P. 4219–4226.

Zelenyi L.M., Malova H.V., Popov V.Yu., et al. Nonlinear equilibrium structure of thin currents sheets: influence of electron pressure anisotropy. *Nonlinear Processes in Geophysics, European Geosciences Union (EGU)*, 2004. Vol. 11, no. 5/6. P. 579–587.

Как цитировать эту статью:

Мингалев О.В., Сецко П.В., Мельник М.Н., Мингалев И.В., Малова Х.В., Мерзлый А.М. Силовой баланс в токовых слоях в бесстолкновительной плазме. *Солнечно-земная физика*. 2021. Т. 7, № 2. С. 12–23. DOI: [10.12737/szf-72202102](https://doi.org/10.12737/szf-72202102).