



## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШНЕКОВОГО РАБОЧЕГО ОРГАНА ЛЕСОПОЖАРНОЙ ГРУНТОМЕТАТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

Петр И. Попиков<sup>1</sup>, popikovpetr@yandex.ru, 0000-0002-6348-8934

Антон К. Поздняков<sup>1</sup>✉, mcak74@gmail.com, 0000-0003-4590-695X

Владимир И. Усков<sup>1</sup>, vum1@yandex.ru, 0000-0002-3542-9662

Михаил Н. Лысыч<sup>1</sup>, vum1@yandex.ru, 0000-0002-3764-3873

Максим А. Гнусов<sup>1</sup>, ko407@yandex.ru, 0000-0003-1653-4595

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г. Ф. Морозова», ул. Тимирязева, 8, г. Воронеж, 394087, Россия

В работе представлены результаты исследований рабочих процессов шнековых рабочих органов в различных отраслях производства. Установлено, что исследований технологических параметров шнековых рабочих органов при удалении напочвенного покрова с горючими растительными остатками проведено недостаточно. Предложена новая конструкция лесопожарной машины, включающая шнековые рабочие органы для удаления напочвенного покрова с горючими растительными остатками, вырезные диски для образования почвенного вала перед ротором-метателем, регулируемый кожух-направитель с возможностью изменять направленный поток грунта. Рабочий процесс гидропривода шнековых рабочих органов лесопожарной грунтометательной машины описан системой дифференциальных уравнений поступательного, вращательного движений шнекового рабочего органа и уравнением расходов рабочей жидкости. Рассмотрена задача Коши на интервале  $t \in (t_0; t_{end})$ . В силу нелинейности исходная система сводится к системе рекуррентных соотношений, заменяя производные искомых функций их конечными аналогами. Эта система неразрешенная относительно старшего члена. Благодаря свойству фредгольмовости операторного коэффициента перед старшим членом можно применить метод расщепления системы на системы в подпространствах уменьшающихся размерностей и решить систему в этих подпространствах. Аналитическое решение математической модели удаления напочвенного покрова шнековыми рабочими органами лесопожарной грунтометательной машины при прокладке противопожарных полос и тушении низовых лесных пожаров позволяет по конечным формулам определить кинематические и динамические параметры шнековых рабочих органов. Проведено имитационное моделирование рабочего процесса шнека на лабораторном виртуальном стенде. Получены зависимости динамических характеристик шнековых рабочих органов при преодолении препятствий. Установлено, что максимальное среднее значение крутящего момента наблюдается при преодолении препятствия высотой 100 мм и скорости вращения рабочего органа 400 об/мин и составляет 1468,49 Н·м, при котором не нарушается его работоспособность.

**Ключевые слова:** моделирование, напочвенный покров, шнековый рабочий орган, грунтометательная машина

**Благодарности:** Авторы выражают признательность коллегам, кандидату технических наук кафедры механизации лесного хозяйства и проектирования машин, заведующему лабораторией Гнусову М.А. и младшему научному сотруднику Петкову А.Ф., консультировавшим работу в процессе ее написания.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90082 "Аспиранты"*

Авторы благодарят рецензентов за вклад в экспертную оценку статьи.

**Конфликт интересов:** авторы заявили об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования:** Математическое моделирование удаления напочвенного покрова шнековыми рабочими органами лесопожарной грунтометательной машины / П. И. Попиков, А. К. Поздняков, В. И. Усков, М. Н. Лысыч, М. А. Гнусов // Лесотехнический журнал. – 2021. – Т. 11. – № 3 (43). – С. 140–151. – Библиогр.: с. 147–150 (16 назв.). – DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2021.3/12>.

**Поступила:** 30.06.2021 **Принята к публикации:** 25.09.2021 **Опубликована онлайн:** 01.07.2021

## THEORETICAL STUDY OF THE KINEMATIC AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE AUGER WORKING BODY OF A FOREST FIRE GROUND-THROWING MACHINE

**Petr I. Popikov**<sup>1</sup>, [popikovpetr@yandex.ru](mailto:popikovpetr@yandex.ru),  0000-0002-6348-8934

**Anton K. Pozdnyakov**<sup>1</sup> , [mcaak74@gmail.com](mailto:mcaak74@gmail.com),  0000-0003-4590-695X

**Vladimir I. Uskov**<sup>1</sup>, [vum1@yandex.ru](mailto:vum1@yandex.ru),  0000-0002-3542-9662

**Mikhail N. Lysych**<sup>1</sup>, [vum1@yandex.ru](mailto:vum1@yandex.ru),  0000-0002-3764-3873

**Maksim A. Gnusov**<sup>1</sup>, [ko407@yandex.ru](mailto:ko407@yandex.ru),  0000-0003-1653-4595

<sup>1</sup>*Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Timiryazeva str., 8, Voronezh, 394087, Russian Federation*

### Abstract

The paper presents the results of studies of the working processes of screw working bodies in various industries. Studies of the technological parameters of screw working bodies during the removal of the ground cover with combustible plant residues have been insufficiently carried out. A new design of a forest fire machine is proposed, including screw working bodies for removing the ground cover with combustible plant residues, cut-out discs, for the formation of a soil shaft in front of the rotor-thruster, with an adjustable guide casing with the ability to change the directional flow of soil. Working bodies of the forest fire soil-throwing machine are described by a system of differential equations of the translational, rotational movements of the auger working body and the equation of the flow rates of the working fluid. The Cauchy problem is considered on the interval  $t \in (t_0; t_{end})$ . Original system is reduced to a system of recurrence relations due to its nonlinearity, replacing the derivatives of the desired functions with their finite analogs. This system is unresolved with respect to the senior member. One can apply the method of splitting the system into systems in subspaces of decreasing dimensions and solve the system in these subspaces due to the Fredholm property of the operator coefficient in front of the leading term. The analytical solution of the mathematical model for removing the ground cover by auger working bodies of a forest fire soil-throwing machine when laying fire strips and extinguishing grassland forest fires makes it possible to determine the kinematic and dynamic parameters of the auger working bodies using the final formulas. Simulation modeling of the screw working process was carried out on a virtual laboratory bench. The dependences of the dynamic characteristics of the auger working bodies when overcoming obstacles have been obtained. It was found that the maximum average value of the torque is observed when overcoming an obstacle with a height of 100 mm and the rotation speed of the working body of 400 rpm is 1468.49 N · m, at which its performance is not impaired.

**Keywords:** modeling, ground cover, screw working body, soil throwing machine

**Acknowledgments:** The authors express their gratitude to colleagues, Candidate of Technical Sciences of the Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Head of the Laboratory Gnusov M.A. and the junior researcher Petkov A.F., who advised the work in the process of writing it.

*The research was carried out with the financial support of the RFBR in the framework of the scientific project No. 20-38-90082 "Postgraduates"*

The authors thank the reviewers for their contribution to the expert evaluation of the article.

**Conflict of interest:** the author(s) declare(s) no conflict of interest.

**For citation:** Popikov P. I., Pozdnyakov A. K., Uskov V. I., Lysykh M. N., Gnusov M. A. (2021) Mathematical modeling of the removal of ground cover by auger working bodies of a forest fire ground-throwing machine. *Lesotekhnicheskii zhurnal [Forest Engineering Journal]*. Vol. 11. No. 3 (43). P. 140-151. DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2021.3/12>.

**Received:** 30.06.2021    **Accepted for publication:** 25.09.2021    **Published online:** 01.07.2021

## Введение

Актуальным вопросом на стадии проектирования лесопожарных грунтометательных машин, является повышение эффективности тушения лесных пожаров, за счет удаления лесной подстилки, чтобы она не попадала вместе со струей грунта в зону огня. Для этих целей, на наш взгляд более всего подходят шнековые рабочие органы. В настоящее время шнековые рабочие органы применяются на различных технологических машинах.

В работе Лобанова Г. Л. [1] математическая модель взаимодействия стеблей растений с ножами шнековых рабочих органов включает уравнения проекций скоростей крайних точек ножа на оси координат в параметрическом виде. Определены численные значения параметров режущего аппарата в уравнениях в программе Microsoft Excel и выявлена траектория движения ножа при срезании стеблей растений. Однако, предложенная математическая модель - это система уравнений первого порядка. Она не содержит производных второго порядка, т.е. не учитывает второй закон Ньютона.

В расчетах Хайбуллина Р.Р. [3] на основе анализа математической модели выкопки траншеи под фундамент рабочим органом землеройной машины получены зависимости сопротивления грунта, скорости бурения, фрезерования, размыва грунта, а также мощности и энергоемкости. Следует отметить, что данная математическая модель является линейной по искомым функциям  $x, \varphi$ . Линей-

ная модель сильно огрубляет описание реального процесса: для угла  $\varphi$ , близкого к 0, в силу первого замечательного предела допустима замена  $\sin^k \varphi$  на  $\varphi^k$ ,  $k = 0,1,2, \dots$ , но при больших значениях  $\varphi$  такая замена влечет накопление погрешности в вычислениях.

В работе Согина А.В. [5] на основании математической модели, включающей уравнения движения шнекового рабочего органа при разработке донных отложений в водоемах, обоснованы его оптимальные параметры. Однако, математическая модель шнекового рабочего органа хотя и является нелинейной по искомой функции скорости  $V$ , но  $V \frac{dV}{dx} = dV^2$ , поэтому сводится к линейной, и функция  $V$  находится в явном виде. Кроме того шнек движется параллельно своей оси, а в составе лесопожарных грунтометательных машин ось шнеков расположена перпендикулярно направлению движения трактора..

В работе Закирова М.Ф. [2] проводились исследования влияния шага шнека на мощность привода питателя малогабаритного шнекороторного снегоочистителя. Шнековый рабочий орган выполнен в виде барабана диаметром 0,3 м, к которому приварена ленточная лопасть шириной 0,7 м и шагом 0,3 м с углом подъема лезвия шнека около 17,8°. Установлено, что мощность привода шнекового питателя расходуется на вырезание снега из массива и на перемещение снега питателем.

В работах Бартенева И.М. и Nunez-Regueira. L. [4, 8] выполнено математическое моделирование рабочих процессов шнековых рабочих органов лесопожарной машины, с использованием метода конечных элементов, при котором лесной грунт представляется множеством (порядка 6000) шарообразных элементов. Определена оптимальная высота ленты шнекового барабана в пределах 8-10 см. При метании грунта доля напочвенного покрова составила 11-15 %, мощность на привод шнека 11-16 кВт. Однако кинематические и динамические характеристики шнековых рабочих органов авторами не изучались.

В работе [16] представлены математические модели для определения удельных затрат энергии при резании и метании грунта, включающего лесную подстилку, которая представляет собой волокнистую среду. При использовании законов теории упругости и пластичности автором разработана методика и получены уравнения для определения энергоемкости резания и метания активным рабочим органом грунтомета. лесных почв с подстилкой и древесными включениями.

Однако исследований динамических и кинематических характеристик шнековых рабочих органов при удалении напочвенного покрова с горючими растительными остатками проведено, на наш взгляд, недостаточно.

Поэтому целью наших исследований является повышение эффективности работы лесопожарных грунтометательных машин за счет обоснования параметров шнековых рабочих органов путем моделирования процесса удаления напочвенного покрова с горючими растительными остатками.

### Материалы и методы

Нами предлагается конструктивно-технологическая схема лесопожарной грунтометательной машины с многофункциональными модулями: шнековых рабочих органов с зубьями или черенковыми ножами, которые возможно менять модульно с винтовой металлической нарезкой на щеточную, в зависимости от участка и вида почвы в зависимости от участка и вида почвы, ротора метателя с возможностью замены на роторы-метатели с различной формой и расположением лопаток, осуще-

ствлять привод фрез – метателей и шнековых рабочих органов от вала отбора мощности трактора, так и от гидромоторов, регулируемого кожуха-направителя с возможностью изменять направленный поток грунта [10].

Согласно расчетной схемы шнекового рабочего органа (рис. 1) нами оставлена математическая модель шнекового рабочего органа с гидроприводом для удаления напочвенного покрова с лесной подстилкой, чтобы горючие материалы не попадали в зону огня вместе с потоком грунта от ротора-метателя. Черенковые ножи, закрепленные на барабане, прорезают щели в напочвенном покрове и измельчают крупные порубочные остатки, способствуя эффективной работе шнековых рабочих органов.

Рабочий процесс шнековых рабочих органов лесопожарной грунтометательной машины описан системой дифференциальных уравнений, включающей уравнения поступательного и вращательного движения шнекового рабочего органа, а также уравнением расходов рабочей жидкости в гидроприводе:

$$1) (M_{ш} + M_{гр}) \frac{d^2x}{dt^2} = P_x - [G_{ш} + G_{гр} + P_z]f + \sqrt{1 + f^2} \cdot \cos(\varphi + \text{arccctgf}) \cdot (P_p + P_{тр}) + \sqrt{1 + f^2} \cdot \cos(\varphi + \text{arccctgf});$$

$$2) I_{пр} \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{q_M}{2\pi} \cdot p + [G_{ш} + G_{гр} + P_z]Pf - \left[ \frac{R+r}{2} + Pf \cos\varphi \right] (P_p + P_{тр}) - \left[ \frac{R+r}{2} + Pf \cos\varphi \right];$$

$$3) q_n n_n = \frac{q_M}{\pi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + a_y \cdot p + K_p \cdot \frac{dp}{dt},$$

где  $M_{ш}$ ,  $M_{гр}$  – масса шнека и напочвенного покрова на шнеке, кг;

$G_{ш}$ ,  $G_{гр}$  – силы тяжести шнека и напочвенного покрова на шнеке, Н;

$f$  – коэффициент трения скольжения;

$R$  – радиус шнека, м;

$L$  – длина шнека, м;

$h$  – глубина удаляемого покрова (0,10...0,15), м;

$t$  – время, с;

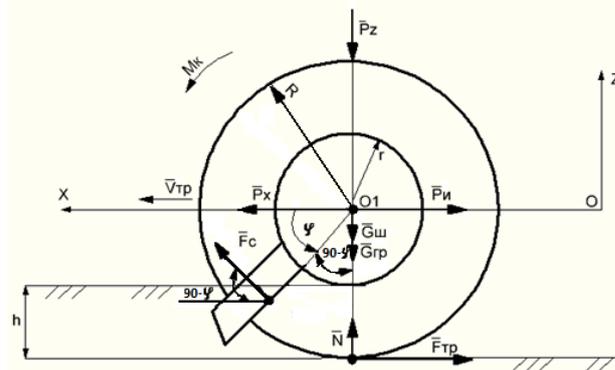
$I_{пр}$  – приведенный к валу гидромотора момент инерции, кг·м<sup>2</sup>;

$b$  – ширина рабочей грани черенкового ножа, м;

$\beta$  – угол заточки черенкового ножа, град;

$\alpha$  – угол наклона винтовой лопасти от перпендикуляра к оси шнека, град;  
 $\varphi$  – угол поворота вала шнека, рад;  
 $q_n, q_m$  – рабочие объемы насоса и гидромотора, м<sup>3</sup>/об;  
 $p$  – давление рабочей жидкости, Па;  
 $a_y$  – коэффициент утечек, м<sup>3</sup>/(с·Па);  
 $n_H$  – частота вращения насоса, с<sup>-1</sup>;

$k_p$  – коэффициент податливости упругих элементов гидропривода, м<sup>5</sup>/(Н·с);  
 $K$  – удельное сопротивление резанию черенкового ножа;  
 $\tau$  – сопротивление сдвигу напеченного покрова, Па;  
 $\varphi_{тр}$  – угол трения почвы о винтовую поверхность шнека, град;  
 $s$  – шаг винтовой ленты, м.



**Рисунок 1.** Расчетная схема шнекового рабочего органа (собственные разработки).  $V_{тр}$  – скорость трактора,  $G_{ш}$ ,  $G_{гр}$  – силы тяжести шнека и грунта на шнеке,  $P_z$  – сила пружины предохранителя,  $F_{тр}$  – сила сопротивления перекатыванию шнека,  $N$  – реакция поверхности почвы,  $M_k$  – крутящий момент гидромотора,  $F_c$  – сила сопротивления резанию,  $P_x$  – тяговая сила,  $P_i$  – сила инерции

**Figure 1.** Design scheme of the screw working body (own developments).  $V_{tr}$  is the tractor speed,  $G_{sh}$ ,  $G_{gr}$  is the gravity force of the auger and the soil on the auger,  $P_z$  is the spring force of the safety device,  $F_{tr}$  is the resistance to rolling of the auger,  $N$  is the reaction of the soil surface,  $M_k$  is the torque of the hydraulic motor,  $F_c$  is the cutting resistance force,  $P_x$  is traction force,  $P_i$  – force of inertia

**2.1. Постановка задачи**

Рассматривается задача Коши на интервале  $t \in (t_0; t_{end})$ :

$$\begin{aligned} (M_{ш} + M_{гр}) \frac{d^2x}{dt^2} &= P_x - \\ &(G_{ш} + G_{гр} + P_z)f + \\ &F_c \sqrt{1 + f^2} \cos(\varphi + \text{arctg}f), \\ I_{нп} \frac{d^2\varphi}{dt^2} &= \frac{q_M}{2\pi} p - F_c \left(\frac{R+r}{2}\right) + \\ (G_{ш} + G_{гр} + P_z - F_c \cos\varphi)Rf, \\ q_n n_n &= \frac{q_M}{\pi} \frac{d\varphi}{dt} + a_y p + K_p \frac{dp}{dt}, \\ x(t_0) &= x^0, x'(t_0) = x^1, \\ \varphi(t_0) &= \varphi^0, \varphi'(t_0) = \varphi^1, \\ p(t_0) &= p^0, \end{aligned} \tag{1}$$

Для решения задачи аппроксимируем производные конечными разностями, для чего отрезок  $[t_0; t_{end}]$  разобьём  $n$  узловыми точками  $t_i$  с шагом  $h$ :  $t_{i+1} = t_i + h$ ; так, величина шага равна  $h =$

$(t_{end} - t_0)/n$ . Выбираем шаг так, чтобы  $h \neq K_p a_y^{-1}$ . В обозначениях  $x_i = x(t_i)$ ,  $\varphi_i = \varphi(t_i)$ ,  $p_i = p(t_i)$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &\approx \frac{x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i}{h^2}, \\ \frac{d\varphi}{dt} &\approx \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h}, \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} \approx \frac{\varphi_{i+2} - 2\varphi_{i+1} + \varphi_i}{h^2}, \\ \frac{dp}{dt} &\approx \frac{p_{i+1} - p_i}{h}. \end{aligned}$$

Тогда систему можно переписать, выделив  $x_{i+2}$  в первом уравнении и  $\varphi_{i+2}$  во втором и умножив на  $h^2$ :

$$\begin{aligned} (M_{ш} + M_{гр})x_{i+2} &= \\ 2(M_{ш} + M_{гр})x_{i+1} - (M_{ш} + M_{гр})x_i &+ \\ + h^2 P_x - h^2(G_{ш} + G_{гр} + P_z)f + \\ h^2 F_c \sqrt{1 + f^2} \cos(\varphi_i + \text{arctg}f), \\ I_{нп} \varphi_{i+2} &= 2I_{нп} \varphi_{i+1} - I_{нп} \varphi_i \\ + h^2 \frac{q_M}{2\pi} p_i - h^2 F_c \left(\frac{R+r}{2}\right) &+ \end{aligned} \tag{3}$$

$$h^2 Rf(G_{ш} + G_{гп} + P_z - F_c \cos \varphi_i),$$

$$0 = \frac{q_M}{\pi} \varphi_{i+1} - \frac{q_M}{\pi} \varphi_i + K_p p_{i+1} + (h a_y - K_p) p_i - h q_n n_n.$$

Рассмотрим отдельно второе и третье соотношения системы. Их можно записать в векторном виде

$$A y_{i+2} = B y_{i+1} + F_i, \quad (4)$$

с операторами  $A, B: R^2 \rightarrow R^2$

$$A = \begin{pmatrix} I_{пп} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2I_{пп} & 0 \\ \frac{q_M}{\pi} & K_p \end{pmatrix}, \quad (5)$$

и вектор-последовательностями

$$y_i = \begin{pmatrix} \varphi_i \\ p_i \end{pmatrix}, F_i = \begin{pmatrix} F_i^{(1)} \\ F_i^{(2)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

в обозначениях:

$$F_i^{(1)} = -I_{пп} \varphi_i + h^2 \frac{q_M}{2\pi} p_i - h^2 F_c \left( \frac{R+r}{2} \right) + h^2 Rf(G_{ш} + G_{гп} + P_z - F_c \cos \varphi_i),$$

$$F_i^{(2)} = \frac{-q_M}{\pi} \varphi_i + (h a_y - K_p) p_i - h q_n n_n.$$

#### Необходимые сведения

Далее, рассматривается векторное линейное рекуррентное соотношение (далее, ЛРС) второго порядка

$$A y_{i+2} = B y_{i+1} + F_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.1)$$

с заданными начальными значениями  $y_0, y_1$ , где  $A, B$  – операторы, задаваемые квадратными числовыми матрицами, причем  $\det A = 0$ .

При разрешении ЛРС (2.1) используется факт, что линейный оператор, задаваемый вырожденной квадратной матрицей, фредгольмов [8].

Пусть оператор  $A$  обладает одномерным ядром. Для него вводится проектор  $Q$  в подпространство  $\text{Coker } A$ , полуобратный оператор  $A^- = \tilde{A}^{-1}(I - Q)$ , где  $\tilde{A} = A|_{\text{Coim } A \text{ and } \text{dom } A}$ ; фиксируются элементы  $e \in \text{Ker } A, e \neq 0, \varphi \in \text{Coker } A$ .

Вводится в  $\text{Coker } A$  скалярное произведение  $\langle, \rangle$  так, что  $\langle \varphi, \varphi \rangle = 1$ .

Используется следующий результат [9].

**Лемма 1** *Линейное уравнение*

$$A v = w, \quad v \in E_1 \cap \text{dom } A, \quad w \in E_2,$$

равносильно системе

$$v = A^- w + c \cdot e \quad \text{для любых } c \in \mathbb{C},$$

$$\langle Q w, \varphi \rangle = 0.$$

Пусть выполнено следующее условие.

**Теорема 1** *Пусть выполнены условия*

1. Выражение  $\langle Q F_i, \varphi \rangle$  определено при всех  $i = 0, 1, \dots$

2.  $d \stackrel{\text{des}}{=} \langle Q B e, \varphi \rangle \neq 0$ .

Тогда ЛРС (3.2.1) равносильно системе

$$y_{i+2} = K y_{i+1} + \Phi_i, \quad (2.2)$$

$$\langle Q B y_{i+1}, \varphi \rangle + \langle Q B F_i, \varphi \rangle \quad (2.3)$$

в обозначениях

$$K(\cdot) = A^- B(\cdot) - d^{-1} \langle Q B A^- B(\cdot), \varphi \rangle e,$$

$$\Phi_i = A^- F_i - d^{-1} (\langle Q B A^- F_i, \varphi \rangle + \langle Q F_{i+1}, \varphi \rangle) e.$$

*Доказательство.* В силу леммы 3.2.1 соотношение (3.2.1) равносильно системе

$$y_{i+2} = A^- B y_{i+1} + A^- F_i + c_i e, \quad (2.4)$$

и равенству (3.2.3), где  $c_i$  – искомая последовательность. В равенстве (3.2.3) заменим  $i$  на  $i + 1$ :

$$\langle Q B y_{i+2}, \varphi \rangle + \langle Q F_{i+1}, \varphi \rangle = 0$$

и вместо  $y_{i+2}$  подставим выражение

(3.2.4):

$$\langle Q B A^- B y_{i+1}, \varphi \rangle + \langle Q B A^- F_i, \varphi \rangle + c_i$$

$$\langle Q B e, \varphi \rangle +$$

$$+ \langle Q F_{i+1}, \varphi \rangle = 0. \quad (2.5)$$

Из (3.2.5) выразив  $c_i$  и подставив в (3.2.4), получим соотношение (2.2).

Теорема доказана.

Отметим, что равенство (3.2.3) при  $i = 0$  – это условие разрешимости начальной задачи для соотношения (3.2.1):

$$\langle Q B y_1, \varphi \rangle + \langle Q B F_0, \varphi \rangle = 0. \quad (2.6)$$

Далее рассматривается скалярное ЛРС второго порядка

$$u_{i+2} + a u_{i+1} + b u_i = f_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.7)$$

с постоянными коэффициентами  $a, b$  и заданной последовательностью  $f_i$ . Пусть для характеристического уравнения

$$\lambda^2 + a \lambda + b = 0 \quad (2.8)$$

$D = a^2 - 4b$  – дискриминант,  $\lambda_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{D}}{2}$  – корни.

**Лемма 2** *Пусть  $D > 0$ . Тогда общее решение  $u_i$  соотношения (3.2.7) равно*

$$u_i = c_1(\lambda_1)^i + c_2(\lambda_2)^i + \frac{1}{\sqrt{D}} \sum_{l=0}^{i-2} ((\lambda_2)^{i-1-l} - (\lambda_1)^{i-1-l}) f_l, \quad i = 2, 3, \dots,$$

где  $c_1, c_2$  - произвольные постоянные.

**Лемма 3** Пусть  $D = 0$ ,  $\lambda$  - корень уравнения (3.2.8). Тогда общее решение  $u_i$  соотношения (3.2.7) равно

$$u_i = c_1 \lambda^i + c_2 i \lambda^{i-1} + \sum_{l=0}^{i-2} (i-l-1) \lambda^{i-2-l} f_l, \quad i = 2, 3, \dots$$

Обе леммы доказываются непосредственной подстановкой решения в (3.2.7).

**Об операторе**

$$A = \begin{pmatrix} I_{np} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Результаты и обсуждение**

**Решение начальной задачи для выражений (4), (5), (6)**

Для вычисления  $x_i$  получено соотношение (3), откуда

$$x_{i+2} = 2x_{i+1} - x_i + h^2 \cdot (M_{ш} + M_{гп})^{-1} P_x - h^2 (M_{ш} + M_{гп})^{-1} \cdot (G_{ш} + G_{гп} + P_z) f \quad (7)$$

$$+ h^2 (M_{ш} + M_{гп})^{-1} F_c \sqrt{1 + f^2} \cdot \cos(\varphi_i + \text{arctg} f).$$

Имеем:

$$d = (QBe, \varphi) = K_p \neq 0.$$

Вычисления приводит к системе:

$$\varphi_{i+2} = 2\varphi_{i+1} - \varphi_i + h^2 I_{np}^{-1} \frac{q_M}{2\pi} p_i - h^2 I_{np}^{-1} F_c \frac{R+r}{2} + h^2 I_{np}^{-1} R f \quad (8)$$

$$p_{i+2} = (1 - hK_p^{-1} a_y) p_{i+1} - K_p^{-1} \frac{q_M}{\pi} \varphi_{i+1} + hK_p^{-1} q_n n_n. \quad (9)$$

Из разложения функций  $x, \varphi$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $t = t_0$  при  $h \rightarrow 0$

$$x(t_0 + h) = x(t_0) + x'(t_0)h + O(h^2), \\ \varphi(t_0 + h) = \varphi(t_0) + \varphi'(t_0)h + O(h^2),$$

и начальных значений (2) вытекают формулы для нахождения значений  $x_1, \varphi_1$ :

$$x_1 = x^0 + x^1 h, \quad (10)$$

$$\varphi_1 = \varphi^0 + \varphi^1 h. \quad (11)$$

Далее, из соотношения (10) вытекает формула для вычисления  $p_1$ :

$$p_1 = (1 - hK_p^{-1} a_y) p_0 - K_p^{-1} \frac{q_M}{\pi} (\varphi_1 - \varphi_0) + hK_p^{-1} q_n n_n. \quad (12)$$

**Теорема 2.**

1. Решение  $x_i$  с начальными значениями  $x_0 = x^0$  и  $x_1$ , определяемым формулой (10), равно

$$x_i = x^0 + x^1 i h + \frac{h^2}{M_{ш} + M_{гп}} \sum_{l=0}^{i-2} (i-l-1) [P_x - (G_{ш} + G_{гп} + P_z) f + \sqrt{1 + f^2} F_c \cos(\varphi_l + \text{arctg} f)], \quad (13)$$

$i = 2, 3, \dots$

2. Значения угла поворота шнека  $\varphi_i$  определяются из итерационного процесса (8), где  $\varphi_0 = \varphi^0$ , а  $\varphi_1$  из (11).

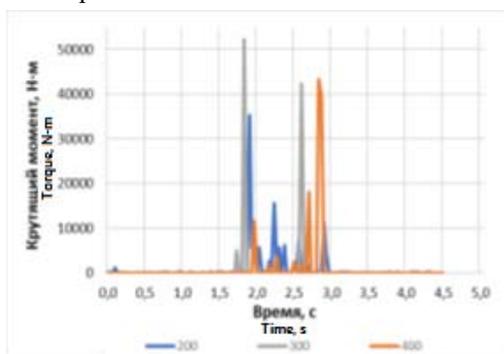
3. Решение для определения давления рабочей жидкости в гидромоторе  $p_i$  с начальными значениями  $p_0 = p^0$  и  $p_1$ , определяемым формулой (12), равно

$$-(1 - hK_p^{-1} a_y)^{-1} \left( -K_p^{-1} \frac{q_M}{\pi} \varphi_i + hK_p^{-1} q_n n_n \right) + (1 - hK_p^{-1} a_y)^{-1} \sum_{l=0}^{i-1} (1 - hK_p^{-1} a_y)^{i-1-l} \left( -K_p^{-1} \frac{q_M}{\pi} \varphi_{l+1} + hK_p^{-1} q_n n_n \right). \quad (14)$$

Тем самым решение  $x(t), \varphi(t), p(t)$  задачи (1), (2) определяется приближенно в виде значений  $x_i, \varphi_i, p_i$  в узловых точках  $t_i$

При участии доц. Лысыча М.Н. проведено имитационное моделирование рабочего процесса

шнековых рабочих органов. На рис. 2 представлены зависимости изменения средних значений крутящего момента от скорости вращения шнекового рабочего органа.

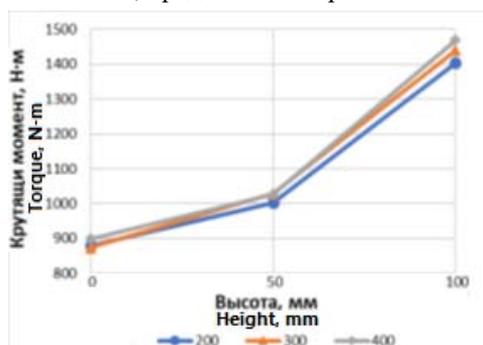


**Рисунок 2.** Зависимости изменения средних значений крутящего момента от скорости вращения шнекового рабочего органа [11]

**Figure 2.** Dependences of changes in the average values on the rotational speed of the auger working body [11]

Анализ полученных зависимостей показал, что крутящий момент гидромотора незначительно возрастает с увеличением скорости вращения шнекового рабочего органа практически по линейному закону. При возрастании частоты вращения от 200 об/мин до 400 об/мин крутящий момент гидромотора увеличивается от 1400 Нм до 1490 Нм.

Характер изменения средних значений крутящего момента от высоты препятствия, преодолеваемого шнеком, представлен на рис. 3.



**Рисунок 3.** Зависимости изменения средних значений крутящего момента от высоты препятствия [9]

**Figure 3.** Dependences of the change in the average values on the height of the obstacle [9]

С увеличением высоты препятствия крутящий момент заметно возрастает. При этом интенсивность роста увеличивается с увеличением высоты препятствия. Так среднее минимальное значение крутящего момента для высоты препятствия 0 мм и скорости вращения рабочего органа 200 об/мин составляет 880,20 Н·м. Максимальное среднее значение крутящего момента наблюдается для высоты препятствия 100 мм и скорости вращения рабочего органа 400 об/мин, это 1468,49 Н·м.

Математическое и имитационное моделирование рабочих процессов удаления напочвенного покрова шнековыми рабочими органами позволяет дать оценку кинематическим и динамическим характеристикам и определить оптимальные параметры и режимы работы лесопожарного грунтомета-полосопрокладывателя при прокладке противопожарных полос и тушения низовых лесных пожаров. Получены теоретические зависимости изменения средних значений крутящего момента от скорости вращения шнекового рабочего органа и высоты преодолеваемых препятствий.

## Заключение

Таким образом, разработано и получено аналитическое решение математической модели удаления напочвенного покрова шнековыми рабочими органами лесопожарного грунтомета-полосопрокладывателя при прокладке противопожарных полос и тушении низовых лесных пожаров. По конечным формулам можно определить кинематические и динамические параметры шнековых рабочих органов. Проведено имитационное моделирование рабочего процесса шнека. Получены зависимости динамических характеристик шнековых рабочих органов при преодолении препятствий.

## Список литературы

1. Лобанов Г. Л., Погоров Т. А. Математическая модель траектории движения ножей шнекового режущего аппарата в зоне резания стеблей растений. Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации.

2017; 1(25). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-model-traektorii-dvizheniya-nozhey-shnekovo-go-rezhuschego-apparata-v-zone-rezaniya-stebley-rasteniy> (дата обращения: 14.05.2021).

2. Закиров М. Ф. Исследование влияния шага шнека на мощность привода питателя малогабаритного шнекороторного снегоочистителя. Интеллектуальные системы в производстве. 2015;2: 56-57. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=40999966/> (дата обращения: 27.04.2021).

3. Хайбуллин Р.Р. Теоретические основы разрушения грунта при фрезеровании и бурении рабочими органами строительных машин: автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.05.04. Москва, 2008. URL: [http://www.scholar.ru/speciality.php?spec\\_id=276](http://www.scholar.ru/speciality.php?spec_id=276) (дата обращения: 15.05.2021).

4. Bartenev I. M., Popikov P. I., Malyukov S. V. Research and development of the method of soil formation and delivery in the form of a concentrated flow to the edge of moving ground forest fire. IOP Conference Series: Earth and Environmental. 2019;226(1): 012052. DOI: 10.1088/1755-1315/226/1/012052.

5. Согин А. В. Средства гидромеханизации для очистки водных объектов от донных отложений: дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2011. 360 с. URL: <https://www.dissercat.com/content/sredstva-gidromekhanizatsii-dlya-ochistki-vodnykh-obektov-ot-donnykh-otlozhenii> (дата обращения: 16.05.2021).

6. Бартнев И. М., Поздняков А. К. Анализ рабочих органов технических средств для тушения лесных пожаров. Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. Воронеж, 2020. № 1 (48). С. 119–122. DOI: 10.34220/2308-8877-2020-8-1-119-122.

7. Whitehouse N. J. Forest fires and insects: palaeontological research from a subfossil burnt forest. Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology. 2000;164(1-4): 231-246. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031018200001887> (дата обращения: 15.05.2021).

8. Nunez-Regueira L. [et al.] Calculation of forest biomass indices as a tool to fight forest fires. Thermochemica Acta. 2001;378(1-2): 9-25. DOI: 10.15372/SJFS20150609.

9. Бартнев И. М. (и др.) Комбинированный лесопожарный грунтосмет и рекомендации по его применению. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2012;84. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kombinirovannyy-lesopozharnyy-gruntomet-i-rekomendatsii-po-ego-primeneniyu> (дата обращения: 16.05.2021).

10. Патент № 2684940 Российская Федерация, МПК E02 F 3/18. Пожарный грунтосмет-полосопрокладыватель : № 2016104672; заявл. 09.07.2018; опубл. 16.04.2019 / И. М. Бартнев, П. И. Попиков, С. В. Малюков, С. В. Зимарин, Н. А. Шерстюков; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО «ВГЛТУ им. Г.Ф. Морозова». URL: <https://patents.google.com/patent/RU2541987C1/ru> (дата обращения: 01.02.2021).

11. Драпалюк, М. В. (и др.) Математическая модель процесса подачи и выброса грунта рабочими органами комбинированной машины для тушения лесных пожаров. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2012;84. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-model-protsessa-podachi-i-vybrosa-grunta-rabochimi-organami-kombinirovannoy-mashiny-dlya-tusheniya-lesnykh-pozharov> (дата обращения: 12.03.2021).

12. Гнусов М. А., Попиков П. И., Малюков С. В., Шерстюков Н. А., Поздняков А. К. Повышение эффективности предупреждения и тушения лесных пожаров с помощью лесопожарной машины. IOP: Материаловедение и инженерия. 2020;919(3): 032025. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-rezhimov-raboty-lesopozharnoy-gruntometatelnoy-mashiny-s-gidroprivodom-na-pokazateli-effektivnosti> (дата обращения: 22.04.2021).

13. Kruggel-Emden H., Wirtz S., Scherer V. (2008) A study on tangential force laws applicable to the discrete element method (DEM) for materials with viscoelastic or plastic behavior. Chemical Engineering Science, 63(6), 1523-1541. URL: <https://www.edemsimulation.com/papers/a-study-on-tangential-force-laws-applicable-to-the-discrete-element-method-dem-for-materials-with-viscoelastic-or-plastic-behavior/> (дата обращения: 27.05.2021).

14. Tsunazawa Y., Shigeto Y., Tokoro C., Sakai, M. (2015) Numerical simulation of industrial die filling using the discrete element method. Chemical engineering science, 138, 791-809. DOI: 10.14419/ijet.v7i2.23.11876.

15. Guo Y., Curtis J. S. (2015) Discrete element method simulations for complex granular flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 47, 21-46. URL: <https://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev-fluid-010814-014644>.

16. Орловский С. Н. Определение энергетических и динамических параметров тракторов, режимов резания активных рабочих органов машинно-тракторных агрегатов: моногр. Красноярск: КрасГАУ, 2011. 376 с. URL: [http://lesnoizhurnal.ru/issuesarchive/ELEMENT\\_ID=294450](http://lesnoizhurnal.ru/issuesarchive/ELEMENT_ID=294450) (дата обращения: 21.05.2021).

### References

1. Lobanov G. L., Pogorov T. A. Mathematical model of the trajectory of the movement of knives of the screw cutting device in the cutting zone of plant stems. *Scientific Journal of the Russian Research Institute of Problems of Melioration*. 2017;1(25). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-model-traektorii-dvizheniya-nozheyshneko-vo-go-rezhushchego-apparata-v-zone-rezaniya-stebley-rasteniy> (date of access: 14.05.2021) (in Russian).

2. Zakirov M. F. Investigation of the effect of the auger pitch on the power of the feeder drive of a small-sized auger-rotor snowplow. *Intelligent systems in production*. 2015;2: 56-57. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=40999966/> (date of access: 27.04.2021) (in Russian).

3. Khaibullin R. R. Theoretical foundations of soil destruction during milling and drilling by working bodies of construction machines: abstract. ... doct. tekhn. science: 05.05.04 [D.Sci. thesis abstr.]. Moscow, 2008. URL: [http://www.scholar.ru/speciality.php?spec\\_id=276](http://www.scholar.ru/speciality.php?spec_id=276) (date of access: 11.05.2021) (in Russian).

4. Bartenev I. M., Popikov P. I., Malyukov S. V. Research and development of the method of soil formation and delivery in the form of a concentrated flow to the edge of moving ground forest fire. *IOP Conference Series: Earth and Environmental*. 2019;226(1): 012052. DOI: 10.1088/1755-1315/226/1/012052.

5. Sogin A. V. Means of hydro-mechanization for cleaning water bodies from bottom sediments: diss. ... Doctor of technical Sciences. Moscow, 2011. 360 p. URL: <https://www.disserscat.com/content/sredstva-gidromekhanizatsii-dlya-ochistki-vodnykh-obektov-ot-donnykh-otlozhenii> (date of access: 16.05.2021) (in Russian).

6. Bartenev I. M., Pozdnyakov A. K. Analysis of working bodies of technical means for extinguishing forest fires / I. M. Bartenev. Actual directions of scientific research of the XXI century: theory and practice. Voronezh, 2020. №1 (48), pp. 119-122. DOI: 10.34220/2308-8877-2020-8-1-119-122 (in Russian).

7. Whitehouse N. J. Forest fires and insects: palaeoentomological research from a subfossil burnt forest. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*. 2000;164(1-4): 231-246. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031018200001887> (дата обращения: 15.05.2021).

8. Nunez-Regueira L. [et al.] Calculation of forest biomass indices as a tool to fight forest fires. *Thermochimica Acta*. 2001;378(1-2): 9-25. DOI: 10.15372/SJFS20150609.

9. Bartenev I. M. (et al.) Kombinirovanny lesopozharnyj gruntomet i rekomendatsii po ego primenenii [Combined forest fire gruntomet and recommendations for its use]. Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University. 2012;84. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kombinirovanny-lesopozharnyy-gruntomet-i-rekomendatsii-po-ego-primeneniyu> (date of access: 16.05.2021) (in Russian).

10. Patent No. 2684940 Russian Federation, IPC E02 F 3/18. Fire grundomat-protopalatial : No. 2016104672; Appl. 09.07.2018; publ. 16.04.2019 / I. M. Bartenev, P. I. Popikov, S. V. Malyukov, S. V. Zimarin, N. A. Sherstyukov; applicant and patentee of the "VGLTU named after. G.F. Morozov". URL: <https://patents.google.com/patent/RU2541987C1/ru> (date of the application: 01.02.2021).

11. Drapalyuk M. V. (et al.) Mathematical model of the process of feeding and ejecting soil by working bodies of a combined machine for extinguishing forest fires. Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University. 2012; 84. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-model-protssesa-podachi-i-vybrosa-grunta-rabochimi-organami-kombinirovannoy-mashiny-dlya-tusheniya-lesnyh-pozharov> (date of access: 12.03.2021) (in Russian).

12. Gnusov M. A., Popikov P. I., Malyukov S. V., Sherstyukov N. A., Pozdnyakov A. K. Improving the effectiveness of prevention and extinguishing of forest fires with the help of a forest fire engine. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020;919(3): 032025. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-rezhimov-raboty-lesopozharnoy-gruntometatelnoy-mashiny-s-gidroprivodom-na-pokazateli-effektivnosti> (date of access: 22.04.2021).

13. Kruggel-Emden H., Wirtz S., Scherer V. (2008) A study on tangential force laws applicable to the discrete element method (DEM) for materials with viscoelastic or plastic behavior. Chemical Engineering Science, 63(6), 1523-1541. URL: <https://www.edemsimulation.com/papers/a-study-on-tangential-force-laws-applicable-to-the-discrete-element-method-dem-for-materials-with-viscoelastic-or-plastic-behavior/> (date of access: 27.05.2021).

14. Tsunazawa Y., Shigeto Y., Tokoro C., Sakai, M. (2015) Numerical simulation of industrial die filling using the discrete element method. Chemical engineering science, 138, 791-809. DOI: 10.14419/ijet.v7i2.23.11876.

15. Guo Y., Curtis J. S. (2015) Discrete element method simulations for complex granular flows. Annual Review of Fluid Mechanics, 47, 21-46. URL: <https://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev-fluid-010814-014644>.

16. Orlovsky S. N. Determination of energy and dynamic parameters of tractors, cutting modes of active working bodies of machine-tractor units: monogr. Krasnoyarsk, KrasGAU, 2011. 376 p. URL: [http://lesnoizhurnal.ru/issuesarchive/?ELEMENT\\_ID=294450](http://lesnoizhurnal.ru/issuesarchive/?ELEMENT_ID=294450) (date of access 21.05.2021) (in Russian).

### Сведения об авторах

*Попиков Петр Иванович* – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры механизации лесного хозяйства и проектирования машин ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», ул. Тимирязева, д. 8, г. Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6348-8934>, e-mail: [popikovpetr@yandex.ru](mailto:popikovpetr@yandex.ru)

✉ *Поздняков Антон Константинович* – аспирант кафедры механизации лесного хозяйства и проектирования машин ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», ул. Тимирязева, д. 8, г. Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4590-695X>, e-mail: [mcak74@gmail.com](mailto:mcak74@gmail.com)

*Усков Владимир Игоревич* – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», ул. Тимирязева, д. 8, г. Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3542-9662>, e-mail: [vum1@yandex.ru](mailto:vum1@yandex.ru)

*Лысыч Михаил Николаевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры механизации лесного хозяйства и проектирования машин ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», ул. Тимирязева, д. 8, г. Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3764-3873>, e-mail: [miklynea@yandex.ru](mailto:miklynea@yandex.ru)

*Гнусов Максим Александрович* – кандидат технических наук кафедры механизации лесного хозяйства и проектирования машин, заведующий лабораторией ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», ул. Тимирязева, д. 8, г. Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1653-4595>, e-mail: [ko407@yandex.ru](mailto:ko407@yandex.ru)

### Information about the authors

*Popikov Petr Ivanovich* – DSc (Engineering), Professor, Professor of the Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G. F. Morozov, Timiryazev str., 8 Voronezh, Russian Federation, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6348-8934>, e-mail: [popikovpetr@yandex.ru](mailto:popikovpetr@yandex.ru)

✉ *Pozdnyakov Anton Konstantinovich* – post-graduate student of the Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G. F. Morozov, Timiryazev

str., 8 Voronezh, Russian Federation, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4590-695X>, e-mail: [mcak74@gmail.com](mailto:mcak74@gmail.com).

*Uskov Vladimir Igorevich* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, senior lecturer, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G. F. Morozov, Timiryazev str., 8, Voronezh, Russian Federation, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3542-9662>, e-mail: [vum1@yandex.ru](mailto:vum1@yandex.ru).

*Lysych Mikhail Nikolaevich* – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Timiryazev str., 8, Voronezh, Russian Federation, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3764-3873>, e-mail: [miklynea@yandex.ru](mailto:miklynea@yandex.ru).

*Gnusov Maksim Aleksandrovich* – Candidate of Technical Sciences, Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Head of the Laboratory, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Timiryazev str., 8, Voronezh, Russian Federation, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1653-4595>, e-mail: [ko407@yandex.ru](mailto:ko407@yandex.ru).

✉- Для контактов/Corresponding author