

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 62-133

doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-53-59

## ДВИЖЕНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ МЕХАНИЗМОВ ПО ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ И КРУГОВЫМ ТРАЕКТОРИЯМ

Игорь Павлович Попов<sup>1</sup>✉

<sup>1</sup> Курганский государственный университет, ул. Томина, 40, Курган, Курганская обл., 640000, Россия

<sup>1</sup> ip.popow@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-8683-0387

### Аннотация

Цель исследования состоит в обобщении принципа комбинации движений на круговые движения.

Задача, решению которой посвящена статья, состоит в аналитическом описании траекторий комбинированных движений.

Методы исследования. Используются методы аналитической геометрии. Рассматривается координатная система  $x'O'y'$ , которая вращается в координатной системе  $xOy$  без углового ускорения со скоростью  $\omega$ . Радиус вращения равен  $\rho_1$ . При этом  $Ox \parallel O'x'$ ,  $Oy \parallel O'y'$ . Объект  $a$  вращается в координатной системе  $x'O'y'$  без углового ускорения со скоростью  $\pm\omega$ . Радиус вращения равен  $\rho_2$ .

Новизна работы состоит в формулах эллипса, выраженных через радиусы противоположных вращений.

Результаты исследования: установлено, что при вращениях в противоположные стороны, траектория суммарного движения представляет собой эллипс; определены все стандартные характеристики эллипса применительно к рассматриваемому

случаю; установлен наклон эллиптической траектории; показано, что если траектория суммарного движения является эллиптической и полуоси равны  $(\rho_1 + \rho_2)$  и  $|\rho_1 - \rho_2|$ , то объект  $a$  совершает круговое движение в координатной системе  $x'O'y'$  без углового ускорения со скоростью  $-\omega$ ; подобно тому, как результатом суперпозиции двух неускоренных движений является также неускоренное, т.е. равномерное и прямолинейное движение, при вращениях в одну сторону траектория суммарного движения представляет собой окружность; при круговых движениях с кратными скоростями траектории суммарного движения представляет собой улитки.

Выводы: практический аспект исследования определяется тем, что полученные формулы могут непосредственно использоваться в САПР при выполнении конструкторских работ.

**Ключевые слова:** комбинация движений, круговые движения, эллиптическая траектория, круговая траектория, кратные скорости.

Original article

Open Access Article

## MOVEMENT OF OPERATING MEMBERS OF MECHANISMS ALONG ELLIPTIC AND CIRCULAR TRAJECTORIES

Igor Pavlovich Popov<sup>1</sup>✉

<sup>1</sup> Kurgan State University, 40 Tomina Str., Kurgan, Kurgan region, 640000, Russia

<sup>1</sup> ip.popow@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-8683-0387

### Abstract

The work objective is to generalize the principle of combining movements into circular movements.

The problem to which the article is devoted is the analytical description of the trajectories of combined movements.

Research methods. Analytical geometry methods are used. The coordinate system  $x'O'y'$  is considered, which rotates in the coordinate system  $xOy$  without angular acceleration with  $\omega$  velocity. The

rotation radius is equal to  $\rho_1$ . At the same time  $Ox \parallel O'x'$ ,  $Oy \parallel O'y'$ . Object  $a$  rotates in the coordinate system  $x'O'y'$  without angular acceleration at the velocity  $\pm\omega$ . The rotation radius is equal to  $\rho_2$ .

The novelty of the work realises in ellipse formulas expressed in terms of radii of opposite directions.

The results of the study: it is established that during rotations in opposite directions, the trajectory of

the total motion is an ellipse; all the standard characteristics of the ellipse are determined in relation to the case under consideration; the inclination of the elliptical trajectory is established; it is shown that if the trajectory of the total motion is elliptical and the semi-axes are equal to  $(\rho_1 + \rho_2)$  and  $|\rho_1 - \rho_2|$ , then object  $a$  moves along a circle in the coordinate system  $x'O'y'$  without angular acceleration with velocity  $-\omega$ ; just as the result of the superposition of two non-accelerated movements is also non-accelerated, i.e. uniform and

rectilinear motion, with rotations in one direction, the trajectory of the total motion is a circle; with circular movements with multiple velocities, the trajectory of the total motion is snail.

Conclusions: the practical aspect of the study is determined by the fact that the formulas obtained can be directly used in CAD when performing design work.

**Keywords:** combination of movements, circular movements, elliptical trajectory, circular trajectory, multiple velocities.

## Введение

Результатом суперпозиции двух неускоренных движений является также

неускоренное, т.е. равномерное и прямолинейное движение (рис. 1).

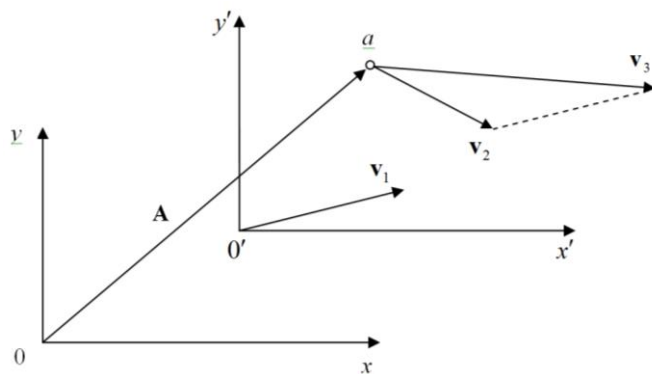


Рис. 1. Сложение неускоренных движений  
Fig. 1. Addition of non-accelerated movements

Здесь  $v_1$  – скорость координатной системы  $x'O'y'$  в координатной системе  $xOy$ ,  $v_2$  – скорость объекта  $a$  в координатной системе  $x'O'y'$ ,  $v_3$  – скорость объекта  $a$  в координатной системе  $xOy$ . Очевидно, что конец вектора  $A$  описывает отрезок прямой линии.

Цель исследования состоит в обобщении принципа комбинации движений на круговые движения.

Задача, решению которой посвящена статья, состоит в аналитическом описании траекторий комбинированных движений.

Актуальность работы обусловлена тем, что в механических системах широко распространены комбинированные вращательные движения, и при конструировании важно представлять характер суммарного движения [1–10].

## Материалы, модели, эксперименты и методы

Используются методы аналитической геометрии. Рассматривается координатная система  $x'O'y'$ , которая вращается в координатной системе  $xOy$  без углового ускорения со скоростью  $\omega$ . Радиус вращения равен  $\rho_1$ .

При этом  $Ox \parallel O'x'$ ,  $Oy \parallel O'y'$ . Объект  $a$  вращается в координатной системе  $x'O'y'$  без углового ускорения со скоростью  $\pm\omega$ . Радиус вращения равен  $\rho_2$ .

## Результаты

**Вращения в противоположные стороны. Теорема 1.** При вращениях в противоположные стороны траектория суммарного движения представляет собой эллипс.

*Доказательство.*

В координатной системе  $xOy$  начало  $O'$  координатной системы  $x'O'y'$  определяется следующим образом.

$$x_1 = \rho_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad y_1 = \rho_1 \sin(\omega t + \varphi_1). \quad (1)$$

В координатной системе  $x'O'y'$  объект  $a$  определяется, соответственно,

$$x_2 = \rho_2 \cos(-\omega t + \varphi_2), \quad y_2 = \rho_2 \sin(-\omega t + \varphi_2),$$

где  $\varphi_1, \varphi_2$  – начальные фазы.

В координатной системе  $xOy$  объект  $a$  определяется следующим образом.

$$x = x_1 + x_2 = \rho_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \rho_2 \cos(-\omega t + \varphi_2),$$

$$y = y_1 + y_2 = \rho_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \rho_2 \sin(-\omega t + \varphi_2).$$

$$x = \cos \omega t (\rho_1 \cos \varphi_1 + \rho_2 \cos \varphi_2) - \sin \omega t (\rho_1 \sin \varphi_1 - \rho_2 \sin \varphi_2),$$

$$y = \sin \omega t (\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_2 \cos \varphi_2) + \cos \omega t (\rho_1 \sin \varphi_1 + \rho_2 \sin \varphi_2).$$

Из этих выражений определяются

$$\sin \omega t = \frac{y(\rho_1 \cos \varphi_1 + \rho_2 \cos \varphi_2) - x(\rho_1 \sin \varphi_1 + \rho_2 \sin \varphi_2)}{\rho_1^2 - \rho_2^2},$$

$$\cos \omega t = \frac{x(\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_2 \cos \varphi_2) + y(\rho_1 \sin \varphi_1 - \rho_2 \sin \varphi_2)}{\rho_1^2 - \rho_2^2}.$$

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1,$$

$$\begin{aligned} & \frac{y^2(\rho_1 \cos \varphi_1 + \rho_2 \cos \varphi_2)^2 + x^2(\rho_1 \sin \varphi_1 + \rho_2 \sin \varphi_2)^2 - 2xy(\rho_1 \cos \varphi_1 + \rho_2 \cos \varphi_2)(\rho_1 \sin \varphi_1 + \rho_2 \sin \varphi_2)}{(\rho_1^2 - \rho_2^2)^2} + \\ & + \frac{x^2(\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_2 \cos \varphi_2)^2 + y^2(\rho_1 \sin \varphi_1 - \rho_2 \sin \varphi_2)^2 + 2xy(\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_2 \cos \varphi_2)(\rho_1 \sin \varphi_1 - \rho_2 \sin \varphi_2)}{(\rho_1^2 - \rho_2^2)^2} = 1, \\ & \frac{x^2[\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)]}{(\rho_1^2 - \rho_2^2)^2} + \frac{y^2[\rho_1^2 + \rho_2^2 + 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)]}{(\rho_1^2 - \rho_2^2)^2} - \frac{4xy\rho_1\rho_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{(\rho_1^2 - \rho_2^2)^2} = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Последнее выражение представляет собой формулу эллипса.

Теорема доказана.

**Теорема 2.** Полуоси фигуры (2) определяются как  $(\rho_1 + \rho_2)$  и  $|\rho_1 - \rho_2|$ .

*Доказательство.*

При условии  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  выражение (2) приводится к канонической форме

$$\begin{aligned} & \frac{x^2(\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2)}{(\rho_1^2 - \rho_2^2)^2} + \frac{y^2(\rho_1^2 + \rho_2^2 + 2\rho_1\rho_2)}{(\rho_1^2 - \rho_2^2)^2} = 1, \\ & \frac{x^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} + \frac{y^2}{(\rho_1 - \rho_2)^2} = 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Теорема доказана.

**Следствие 2-1.** Если  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ , то траектория суммарного движения является прямолинейной. Ее длина равна  $4\rho$ .

Далее в следствиях 2-2 – 2-4 представлены стандартные характеристики эллипса применительно к рассматриваемому случаю.

**Следствие 2-2.**

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\rho_1\rho_2}}{(\rho_1 + \rho_2)/2}.$$

**Следствие 2-3.** Для формы (3) спра-

ведливо

$$f_{1,2} = (\pm 2\sqrt{\rho_1\rho_2}, 0).$$

**Следствие 2-4.**

$$\lambda_1 = (\rho_1 + \rho_2)^2, \quad \lambda_2 = (\rho_1 - \rho_2)^2.$$

**Теорема 3.** В координатной системе  $xOy$  эллиптическая траектория имеет наклон  $(\varphi_1 + \varphi_2)/2$ .

*Доказательство.*

Если форму (3) повернуть на  $(\varphi_1 + \varphi_2)/2$ , она преобразуется следующим образом.

$$\frac{\left(x \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + y \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} + \frac{\left(-x \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + y \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)^2}{(\rho_1 - \rho_2)^2} = 1,$$

$$\frac{x^2 \left[\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)\right]}{(\rho_1 - \rho_2)^2} + \frac{y^2 \left[\rho_1^2 + \rho_2^2 + 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)\right]}{(\rho_1 - \rho_2)^2} - \frac{4xy\rho_1\rho_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{(\rho_1 - \rho_2)^2} = 1.$$

Это выражение идентично формуле (2).

Теорема доказана.

**Пример.** Если  $\varphi_1 = 120^\circ$ ,  $\varphi_2 = -30^\circ$ , то эллиптическая траектория имеет наклон  $(\varphi_1 + \varphi_2)/2 = (120 - 30)/2 = 45^\circ$  (рис. 2).

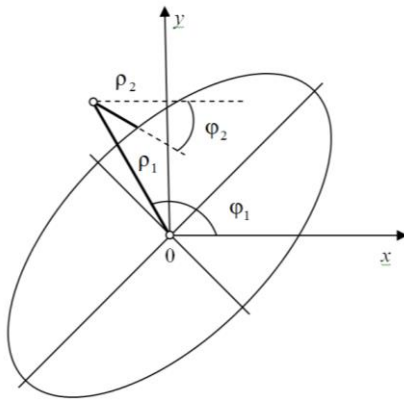


Рис. 2. Эллиптическая траектория  
Fig. 2. Elliptical trajectory

Нетрудно доказать теорему, обратную первой.

**Теорема 4.** Если траектория суммарного движения является эллиптической и полуоси равны  $(\rho_1 + \rho_2)$  и  $|\rho_1 - \rho_2|$ , то объект  $a$  совершает круговое движение в координатной системе  $x'O'y'$  без углового ускорения со скоростью  $-\omega$ .

**Вращения в одну сторону. Теорема 5.** При вращениях в одну сторону траектория суммарного движения представляет собой окружность.

*Доказательство.*

В координатной системе  $xOy$  начало  $O'$  координатной системы  $x'O'y'$  описывается формулой (1).

В координатной системе  $x'O'y'$  объект  $a$  определяется следующим образом.

$$x_2 = \rho_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \quad y_2 = \rho_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

В координатной системе  $xOy$  объект  $a$  определяется, соответственно,

$$x_a = x_1 + x_2 = \rho_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \rho_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

$$y_a = y_1 + y_2 = \rho_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \rho_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Для радиус-вектора  $\mathbf{A}$  справедливо преобразование

$$\mathbf{A}^2 = x_a^2 + y_a^2 = \rho_1^2 \cos^2(\omega t + \varphi_1) + \rho_2^2 \cos^2(\omega t + \varphi_2) + 2\rho_1\rho_2 \cos(\omega t + \varphi_1)\cos(\omega t + \varphi_2) + \rho_1^2 \sin^2(\omega t + \varphi_1) + \rho_2^2 \sin^2(\omega t + \varphi_2) + 2\rho_1\rho_2 \sin(\omega t + \varphi_1)\sin(\omega t + \varphi_2) =$$

$$\dots = \rho_1^2 + \rho_2^2 + 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Величина радиус-вектора  $\mathbf{A}$  не меняется. Это возможно лишь в том случае, если траектория суммарного движения является круговой.

Теорема доказана.

**Следствие 5-1.** Объект  $a$  вращается в координатной системе  $xOy$  без углового ускорения со скоростью  $\omega$ .

**Следствие 5-2.** Радиус вращения равен

$$\rho = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 + 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

Нетрудно доказать теорему, обрат-

ную пятой.

**Теорема 6.** Если траектория суммарного движения является круговой, то объект  $a$  совершает круговое движение в координатной системе  $x'O'y'$  без углового ускорения со скоростью  $+\omega$ .

**Теорема 7.** Если скорость вращения объекта  $a$  в координатной системе  $x'O'y'$  равна нулю, то траектория суммарного движения является круговой с центром в точке с координатами  $x_{p1} = \rho_2 \cos \varphi_2$ ,

$y_{\rho_1} = \rho_2 \sin \varphi_2$  и с радиусом  $\rho_1$ .

*Доказательство.*

В координатной системе  $xOy$  начало  $O'$  координатной системы  $x'O'y'$  описывается формулой (1).

В координатной системе  $x'O'y'$  объект  $a$  определяется следующим образом.

$$x_2 = \rho_2 \cos \varphi_2, \quad y_2 = \rho_2 \sin \varphi_2.$$

В координатной системе  $xOy$  объект  $a$  определяется, соответственно,.

$$x_a = x_1 + x_2 = \rho_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \rho_2 \cos \varphi_2,$$

$$y_a = y_1 + y_2 = \rho_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \rho_2 \sin \varphi_2,$$

$$x_a - \rho_2 \cos \varphi_2 = \rho_1 \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$y_a - \rho_2 \sin \varphi_2 = \rho_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$

$$(x_a - \rho_2 \cos \varphi_2)^2 + (y_a - \rho_2 \sin \varphi_2)^2 = \rho_1^2.$$

Теорема доказана.

**Круговые движения с кратными скоростями.** Объект  $a$  вращается в координатной системе  $x'O'y'$  без углового ускорения со скоростью  $+2\omega$ ,  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ .

В координатной системе  $xOy$  начало  $O'$  координатной системы  $x'O'y'$  определяется следующим образом.

$$x_1 = \rho_1 \cos \omega t, \quad y_1 = \rho_1 \sin \omega t.$$

В координатной системе  $x'O'y'$  объект  $a$  определяется, соответственно,

$$x_2 = \rho_2 \cos 2\omega t, \quad y_2 = \rho_2 \sin 2\omega t.$$

В координатной системе  $xOy$  объект  $a$  определяется следующим образом.

$$x_a = \rho_1 \cos \omega t + \rho_2 \cos 2\omega t,$$

$$y_a = \rho_1 \sin \omega t + \rho_2 \sin 2\omega t.$$

На рис. 3 показана траектория объекта  $a$  ( $\rho_1 = \rho_2$ ).

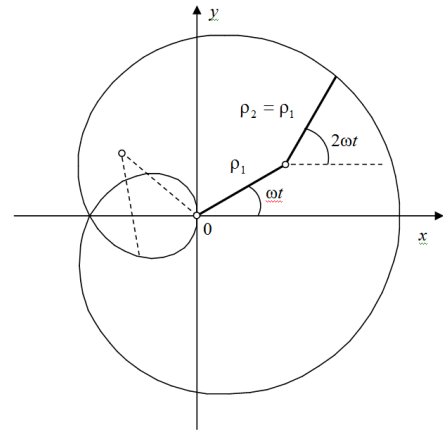


Рис. 3. Траектория типа улитки  
Fig. 3. Snail type trajectory

В полярных координатах эта траектория представима в виде

$$\rho = \rho_1 \sqrt{2 + 2 \cos \frac{2}{3} \varphi}.$$

Петля в траектории появляется при выполнении соотношений

$$\rho_1 \sin \omega t < \rho_2 \sin 2\omega t,$$

$$\rho_1 \sin \omega t < \rho_2 2 \sin \omega t \cos \omega t,$$

$$\rho_1 < 2\rho_2 \cos \omega t.$$

Если  $\rho_1 \geq 2\rho_2$  петля не образуется. Такая траектория показана на рис. 4.

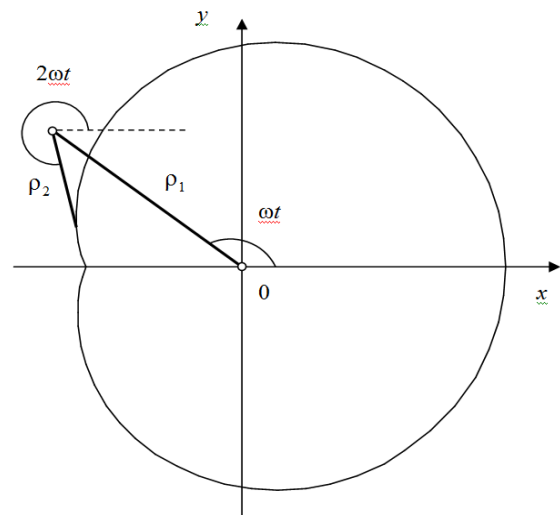


Рис. 4. Улитка без петли  
Fig. 4. Snail without a loop

### Обсуждение/Заключение

Установлено, что при вращениях в противоположные стороны траектория суммарного движения представляет со-

бой эллипс.

При вращениях в одну сторону траектория суммарного движения представ-

ляет собой окружность.

При круговых движениях с кратными скоростями траектории суммарного движения представляет собой улитки.

Практический аспект исследования

определяется тем, что полученные формулы могут непосредственно использоваться в САПР при выполнении конструкторских работ.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Aliste-Prieto J., Rand B., Sadun L. Rotation numbers and rotation classes on one-dimensional tiling spaces // *Annales Henri Poincare*. 2021. doi: 10.1007/s00023-021-01019-2.
2. Zhang Z., Cen L., Zhang J., Hu J., Zhao Y., Wang F. Rotation velocity detection with orbital angular momentum light spot completely deviated out of the rotation center // *Optics Express*. 2020. V. 28. No. 5. P. 6859-6867. doi: 10.1364/OE.380324.
3. Kholmetskii A., Missevitch O., Yarman T., Arik M. Thomas precession and Thomas-wigner rotation: correct solutions and their implications // *EPL*. 2020. V. 129. No. 3. P. 30006. DOI: 10.1209/0295-5075/129/30006.
4. Avanzini G., Berardo L., Giulietti F., Minisci E.A. Optimal rotation sequences in presence of constraints on admissible rotation axes // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2011. V. 34. No. 2. P. 554-563. doi: 10.2514/1.49805.
5. Dong L., Rinoshika A. Comparison between rotation swirler and non-rotation swirler in a horizontal swirling flow pneumatic conveying // *Powder Technology*. 2019. V. 346. P. 396-402. doi: 10.1016/j.powtec.2019.02.017.
6. Chen X., Hu Q., Xu Z., Zhu C. Numerical modeling and dynamic characteristics study of coupling vibration of multistage face gearsplanetary transmission // *Mechanical Sciences*. 2019. No. 10. P. 475–495.
7. Малинкович М.Д. Синтез некоторых передаточных механизмов // *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2005. № 2 (6). С. 69–73.
8. Popov I.P. Theory of a Multi-Inert Oscillator // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2020. Vol. 49, No. 8, P. 667–671. DOI: 10.3103/S1052618820080105.
9. Попов И.П. Колебательные системы, состоящие только из инертных или только упругих элементов, и возникновение в них свободных гармонических колебаний // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2013. № 1(21). С. 95–103.
10. Popov I.P. Free harmonic oscillations in systems with homogeneous elements // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2012. Vol. 76. Iss. 4. P. 393–395. doi: 10.1016/j.jappmathmech.2012.09.005.

## REFERENCES

1. Aliste-Prieto J., Rand B., Sadun L. Rotation numbers and rotation classes on one-dimensional tiling spaces // *Annales Henri Poincare*. 2021. doi: 10.1007/s00023-021-01019-2.
2. Zhang Z., Cen L., Zhang J., Hu J., Zhao Y., Wang F. Rotation velocity detection with orbital angular momentum light spot completely deviated out of the rotation center // *Optics Express*. 2020. V. 28. No. 5. P. 6859-6867. DOI: 10.1364/OE.380324.
3. Kholmetskii A., Missevitch O., Yarman T., Arik M. Thomas precession and Thomas-wigner rotation: correct solutions and their implications // *EPL*. 2020. V. 129. No. 3. P. 30006. doi: 10.1209/0295-5075/129/30006.
4. Avanzini G., Berardo L., Giulietti F., Minisci E.A. Optimal rotation sequences in presence of constraints on admissible rotation axes // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2011. V. 34. No. 2. P. 554-563. DOI: 10.2514/1.49805.
5. Dong L., Rinoshika A. Comparison between rotation swirler and non-rotation swirler in a horizontal swirling flow pneumatic conveying // *Powder Technology*. 2019. V. 346. pp. 396-402. doi: 10.1016/j.powtec.2019.02.017.
6. Chen X., Hu Q., Xu Z., Zhu C. Numerical modeling and dynamic characteristics study of coupling vibration of multistage face gearsplanetary transmission // *Mechanical Sciences*. 2019. No. 10. P. 475–495.
7. Malinkovich M.D. Synthesis of some transfer mechanisms // *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2005. No. 2 (6). pp. 69-73.
8. Popov I.P. **Theory of a Multi-Inert Oscillator** // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2020. Vol. 49, No. 8, P. 667–671. doi: 10.3103/S1052618820080105.
9. Popov I.P. Oscillatory systems consisting only of inert or only elastic elements, and the occurrence of free harmonic oscillations in them // *Tomsk State University Journal. Mathematics and Mechanics*. 2013. No. 1(21). pp. 95-103.
10. Popov I.P. Free harmonic oscillations in systems with homogeneous elements // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2012. Vol. 76. Iss. 4. P. 393–395. doi: 10.1016/j.jappmathmech.2012.09.005.

Ссылка для цитирования:

Попов, И.П. Движение исполнительных органов механизмов по эллиптическим и круговым траекториям / И.П. Попов // *Транспортное машиностроение*. – 2022. - № 1-2. – С. 53 -59. doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-53-59.

#### Информация об авторах:

**Попов Игорь Павлович**, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения, металлорежущие станки и

инструменты» Курганского государственного университета, тел.: 8-905-852-81-21, e-mail: ip.popow@yandex.ru, AuthorID-РИНЦ: 655616.

**Popov Igor Pavlovich**, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Mechanical Engineering Technology, Metal-cutting Machines and

Tools at Kurgan State University, phone: 8-905-852-81-21, e-mail: ip.popow@yandex.ru, AuthorID-РИНЦ: 655616.

**Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.**  
**Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.**

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**  
**The authors declare no conflicts of interests.**

Статья поступила в редакцию 19.10.2021; одобрена после рецензирования 12.11.2021; принята к публикации 15.01.2022. Рецензент – Анцев В.Ю., доктор технических наук, профессор Тульского государственного университета, член редсовета журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 19.10.2021; approved after review on 12.11.2021; accepted for publication on 15.01.2022. The reviewer is Antsev V.Yu., Doctor of Technical Sciences, Professor of Tula State University, member of the Editorial Board of the journal *Transport Engineering*.