

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ УНЧ-ПУЛЬСАЦИЙ ДИАПАЗОНА Pc1 В ПЛАЗМЕ МАГНИТОСФЕРЫ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ: ОБЗОР

THE CURRENT STATE OF THE THEORY OF Pc1 RANGE ULF PULSATIONS IN MAGNETOSPHERIC PLASMA WITH HEAVY IONS: A REVIEW

О.С. Михайлова 

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, o_mikhailova@iszf.irk.ru*

Д.Ю. Климушкин 

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, klimush@iszf.irk.ru*

П.Н. Магер 

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, p.mager@iszf.irk.ru*

O.S. Mikhailova

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, o_mikhailova@iszf.irk.ru*

D.Yu. Klimushkin

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, klimush@iszf.irk.ru*

P.N. Mager

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, p.mager@iszf.irk.ru*

Аннотация. В обзоре излагается современное состояние теории короткопериодных УНЧ-волн, учитывающей наличие в плазме магнитосферы примеси тяжелых ионов (ионов, масса которых существенно превышает массу протонов). Наличие тяжелых ионов влияет на спектр и характеристики распространения волн диапазона Pc1. Рассмотрены элементы теории квазипродольных и квазипоперечных короткопериодных УНЧ-волн. Квазипродольные ионно-циклотронные волны, как правило, имеют левую круговую поляризацию. Квазипоперечные ионно-ионные гибридные волны имеют линейную поляризацию и могут быть полоидальными и тороидальными. Рассмотрена теория экваториального резонатора для волн Pc1, размер которого определяется концентрацией тяжелых ионов. В радиальном направлении волны могут быть заперты в окрестности плазмопаузы или в области локального минимума плотности тяжелых ионов. Рассмотрены размеры экваториального резонатора при произвольных значениях компонент волнового вектора. Отмечено, что ионно-ионные гибридные волны в отличие от альфвеновских волн имеют большую продольную компоненту магнитного поля.

Ключевые слова: геомагнитные пульсации Pc1, УНЧ-волны, ионно-ионные гибридные волны, многокомпонентная плазма, тяжелые ионы.

Abstract. The review considers the current state of the theory of short-period ULF waves in plasma with admixture of heavy ions (ions whose mass significantly exceeds the mass of protons). The presence of heavy ions influences the spectrum and propagation characteristics of waves in Pc1 range. We examine elements of the theory of quasi-parallel and quasi-perpendicular short-period ULF waves. It is usually suggested that quasi-parallel ion-cyclotron waves have a left circular polarization. Quasi-perpendicular ion-ion hybrid waves have linear polarization and can be poloidal and toroidal. We discuss the theory of an equatorial resonator for Pc1 waves and determine its size from the density of heavy ions. In the radial direction, the waves can be locked in the vicinity of the plasmapause or in the region of a local minimum in the density of heavy ions. The equatorial resonator for arbitrary values of the wave vector components is considered. We note that ion-ion hybrid waves, in contrast to Alfvén waves, have a large parallel component of the magnetic field.

Keywords: Pc1 geomagnetic pulsations, ULF waves, ion-ion hybrid waves, multicomponent plasma, heavy ions.

ВВЕДЕНИЕ

В магнитосфере Земли непрерывно наблюдаются волны ультранизкой частоты (УНЧ). Обычно они подразделяются на короткопериодные (Pc1-2 и Pi1) и длиннопериодные (Pc3-5 и Pi2) волны. Наиболее высокочастотными из них являются геомагнитные пульсации Pc1 (0.2–5 Гц). Они играют важную роль в различных магнитосферных процессах, в том числе в магнитосферно-ионосферном взаимодействии [Demekhov, 2012; Fedorov et al., 2016; Mishin et al., 2020], в процессах обогащения магнитосферы тяже-

лыми ионами во время суббурь [Horne, Thorne, 1997], в усилении высыпания протонов [Lessard et al., 2011; Mishin et al., 2018] и ускорении заряженных частиц [Engebretson et al., 2007; Usanova et al., 2014]. Среди пульсаций Pc1 выделяется особая разновидность колебаний, сонограмма которых напоминает нитку с жемчугом — такие пульсации получили название жемчужин. [Гульельми, Троицкая, 1973; Fraser et al., 2006; Гульельми, Потапов, 2019; 2021]. По-видимому, впервые этот термин встретился в работе [Sucksdorff, 1936].

Большинство наблюдаемых в космосе УНЧ-волн диапазонов Pc1-2 отождествляют с ЕМІС-волнами (electromagnetic ion cyclotron waves). Предполагается, что они генерируются ионно-циклотронной неустойчивостью в приэкваториальной области магнитосферы из-за анизотропии тензора давления [Cornwall, 1965; Kennel, Petschek, 1966; Гульельми, 1968]. Теоретические [Horne, Thorne, 1993; Кролл, Трайвелпис, 1975] и экспериментальные исследования [Young et al., 1981; Anderson et al., 1992b, 1996; Fraser, Nguyen, 2001] показали, что ионно-циклотронные волны имеют левую круговую поляризацию. Для развития ионно-циклотронной неустойчивости волна должна быть квазипродольной, т. е. продольная длина волны должна быть значительно меньше, чем поперечная.

Долгое время основной моделью, объясняющей формирование волнового пакета Pc1, была модель бегущего волнового пакета. Согласно этой модели, пульсации Pc1 представляют собой волновые пакеты, перемещающиеся вдоль силовой линии и испытывающие периодические отражения от высокопроводящей ионосферы [Jacobs, Watanabe, 1964; Obayashi, 1965].

Структура ионно-циклотронных волн поперек силовых линий исследовалась в работе [Dmitrienko, Mazur, 1992], где было установлено, что из-за наличия локального минимума радиального профиля альфвеновской скорости вблизи плазмопаузы эти волны могут быть замкнуты в резонатор поперек магнитных оболочек в этой области магнитосферы.

В дальнейшем оказалось, что модель бегущего волнового пакета не может объяснить все наблюдаемые пульсации Pc1. С одной стороны, спутниковые данные показывают, что наблюдаемый период повторения жемчужин является слишком коротким, чтобы его можно было отождествить с периодом отражения пакета от ионосферы [Mursula et al., 2001; Mursula, 2007]. С другой стороны, во многих случаях пакет вообще не может пробегать вдоль всей силовой линии. Связано это с наличием в магнитосферной плазме тяжелых ионов, т. е. ионов, масса которых значительно превышает массу протонов. Спутниковые данные указывают на большое содержание ионов кислорода в магнитосферной плазме на восстановительной фазе магнитной бури [Takahashi et al., 2006; Yang et al., 2010]. На важность учета тяжелых ионов для изучения пульсаций Pc1 впервые было обращено внимание в работах [Гинцбург, 1963; Smith, Brice, 1964; Gurnett et al., 1965; Гульельми, 1967]. Важное значение имеет исследование траекторий пакетов ионно-циклотронных волн в магнитосфере, проведенное в работе [Rauch, Roux, 1982].

Структура ионно-циклотронных волн Pc1 вдоль силовой линии в плазме с тяжелыми ионами исследовалась в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001]. Авторы показали, что такие волны могут быть замкнуты вдоль силовой линии в резонатор в экваториальной области силовой линии. Таким образом, пакет может осциллировать только между границами резонатора (точками отражения волны). Дальнейшие исследования этих эффектов проводились в статьях

[Lundin, Guglielmi, 2006; Guglielmi, Kangas, 2007; Гульельми, Потапов, 2012].

Кроме того, было установлено, что во многих случаях пульсации Pc1 имеют линейную поляризацию [Young et al., 1981; Anderson et al., 1992b, 1996; Fraser, Nguyen, 2001]. Такие волны не могут быть отождествлены с ионно-циклотронными модами, которые обязаны быть левополяризованными. В статье [Lee et al., 2008] было высказано предположение, что линейно-поляризованные пульсации Pc1 можно отождествить с ионно-ионными гибридными (ИИГ) волнами, которые могут существовать в плазме с наличием двух или более видов ионов — более легких и более тяжелых [Buchsbaum, 1960]. В земной магнитосфере легкие ионы естественно отождествить с протонами, тяжелые — с ионами кислорода и иногда гелия.

В работах [Mithaiwala et al., 2007; Klimushkin et al., 2010; Farmer, Morales, 2013; Kim et al., 2015a] было установлено, что ИИГ-моды должны быть замкнуты вдоль силовой линии в резонатор в приэкваториальной области магнитосферы. Действительно, линейно-поляризованные пульсации Pc1 обычно наблюдаются вблизи геомагнитного экватора [Anderson et al., 1992a; Horne, Thorne, 1993; Lotoaniu, 2005; Chen et al., 2009]. Важно отметить, что в теории ИИГ-моды возникают в противоположном пределе по сравнению с ионно-циклотронными модами: они должны быть квазипоперечными, т. е. их поперечная длина волны должна быть значительно меньше, чем продольная. Теория ИИГ-волн в магнитосфере Земли рассматривалась в работах [Klimushkin et al., 2006, 2010; Михайлова, 2011; Kazakov, Fulop, 2013; Kim et al., 2015b, 2019; Mikhailova et al., 2020a, b]. Некоторые наблюдаемые события свидетельствуют о сильной широтной локализации волн Pc1 [Mursula et al., 1994; Engebretson et al., 2002, 2008; Yahnin et al., 2007], что также позволяет ассоциировать их с квазипоперечными ИИГ-модами. ИИГ-волны также могут существовать в магнитосфере Меркурия, где роль тяжелых ионов играет натрия [Glassmeier et al., 2003, 2004; Kim et al., 2008, 2013].

Едва ли есть возможность уместить в один обзор все имеющиеся теоретические модели, объясняющие механизмы формирования и структуру пульсаций Pc1. В данной статье представлены разные подходы к исследованию короткопериодных УНЧ-волн в многокомпонентной плазме: квазипродольное и квазипоперечное приближения. В геофизике под квазипродольным приближением обычно подразумевается случай распространения волны под углом не выше 45° к окружающему магнитному полю, под квазипоперечным — распространение волны под углом от 60° до 90° [Брунелли, Намгаладзе, 1988]. В дальнейшем под термином «квазипродольный» мы будем иметь в виду большое значение продольной компоненты волнового вектора $k_{\parallel} \rightarrow \infty$, и для квазипоперечного приближения — большую величину поперечной компоненты волнового вектора $k_{\perp} \rightarrow \infty$ соответственно.

Обзор имеет следующую структуру. Раздел 1 содержит основные уравнения, используемые для аналитических выкладок. Раздел 2 посвящен использо-

ванию квазипродольного приближения для исследования структуры волны вдоль силовых линий (подраздел 2.1) и пространственной структуры ионноциклотронных волн в плазме с тяжелыми ионами (подраздел 2.2). В разделе 3 рассмотрены квазипоперечное приближение, продольная структура волн в окрестности геомагнитного экватора (подраздел 3.2), возможность существования тороидальной и полоидальной мод (подраздел 3.3), резонатор для ИИГ-волн поперек магнитных оболочек (подраздел 3.4). В разделе 4 обсуждается локализация волн при произвольном значении волнового вектора. Раздел 5 содержит обсуждение нерешенных вопросов и заключение.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для исследования УНЧ-волн в дипольно-подобной магнитосфере используется аксиально-симметричная система координат $\{x^1, x^2, x^3\}$, выбранная таким образом, чтобы радиальная координата x^1 определяла номер магнитной оболочки, азимутальная координата x^2 отмечала силовую линию, а продольная координата x^3 — точку на силовой линии (рис. 1). В качестве радиальной координаты можно использовать параметр Мак-Илвейна L , а азимутальный угол φ — в качестве азимутальной координаты. Физическая длина вектора в такой системе координат определяется выражением $dl_i = \sqrt{g_i} dx^i$. Здесь g_i — компонента метрического тензора, а $\sqrt{g_i}$ — коэффициент Ламэ. Детерминант метрического тензора: $g = g_1 g_2 g_3$.

В дипольной модели магнитосферы компоненты метрического тензора [Брюнелли, Намгаладзе, 1988; Леонович, Мазур, 2016] выражаются через магнитную широту θ : $g_1 = \frac{\cos^6 \theta}{1 + 3 \sin^2 \theta}$, $g_2 = L^2 \cos^6 \theta$. Элемент длины силовой линии можно найти в виде

$$dl = \sqrt{g_3} dx^3 = L \cos \theta \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} d\theta.$$

В аксисимметричном магнитном поле все возмущенные величины могут быть представлены в виде $e^{-i\omega t + ik_2 x^2}$, где k_2 — азимутальная компонента волнового вектора. Поскольку координата x^2 направлена по азимуту, в качестве этой координаты может быть использован азимутальный угол φ . Тогда $k_2 = m$, где m — азимутальное волновое число.

Рассмотрим УНЧ-волну с частотой ω , распространяющуюся в холодной плазме, состоящей из электро-

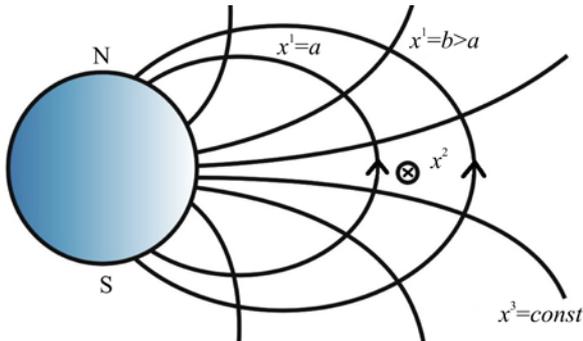


Рис. 1. Система координат, связанная с магнитным полем Земли [Mager, Klimushkin, 2013]

нов, протонов и тяжелых ионов. Возмущения электрического поля волны \vec{E} можно найти из уравнений Максвелла:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon} \vec{E}, \quad (1)$$

где c — скорость света; $\hat{\epsilon}$ — тензор диэлектрической проницаемости. Его компоненты задаются следующим образом [Glassmeier et al., 2003]:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\parallel} &\rightarrow -\infty, \\ \epsilon_{\perp} &= \frac{\Omega_{pp}^2}{\Omega_{cp}^2 - \omega^2} + \frac{\Omega_{ph}^2}{\Omega_{ch}^2 - \omega^2}, \\ \eta &= \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega \Omega_{ce}} - \frac{\Omega_{cp}}{\omega} \frac{\Omega_{pp}^2}{\Omega_{cp}^2 - \omega^2} - \frac{\Omega_{ch}}{\omega} \frac{\Omega_{ph}^2}{\Omega_{ch}^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь Ω_p и Ω_c — плазменная и циклотронная частоты. Второй индекс обозначает соответствующую частицу: протон (p); тяжелый ион (h); и электрон (e).

В идеальной МГД электрическое поле волны представляет собой двумерный вектор $(E_1, E_2, 0)$; продольная компонента поля равна нулю из-за условия $\epsilon_{\parallel} \rightarrow -\infty$. Будем считать, что поперек магнитных оболочек волновое поле спадает при удалении от исследуемой области, что дает граничное условие по координате x^1

$$\vec{E}(x^1 \rightarrow \infty) = \vec{E}(x^1 \rightarrow -\infty) = 0, \quad (3)$$

при этом волна отражается от ионосферы из-за ее высокой проводимости, что соответствует граничному условию по координате x^3

$$\vec{E}(x_{-}^3) = E(x_{+}^3) = 0, \quad (4)$$

где x_{\pm}^3 — координаты точек пересечения силовых линий магнитного поля с верхней границей ионосферы.

В приближении мелкомасштабности для исследования колебаний можно применить приближение Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна (ВКБ), когда все возмущенные величины пропорциональны $\exp(i \int \vec{k} \cdot d\vec{r})$. Тогда система (1, 2) сводится к известному дисперсионному уравнению для УНЧ-волн [Swanson, 2003]:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2 \right) = \frac{\omega^4}{c^4} \eta^2, \quad (5)$$

где k_{\parallel}^2 и k_{\perp}^2 — компоненты волнового вектора вдоль и поперек магнитной силовой линии.

2. КВАЗИПРОДОЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ $k_{\perp}^2 / k_{\parallel}^2 \rightarrow 0$

2.1. Продольный резонатор

Квазипродольное приближение для ионноциклотронных волн в плазме с примесью тяжелых ионов рассматривалось в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001; Гульельми, Потапов, 2012, 2019]. В этих работах было показано наличие резонатора для ионно-

циклотронных волн в экваториальной части силовой линии. Оказалось, что в отличие от модели бегущего волнового пакета точки отражения для перемещающегося волнового пакета находятся не на ионосфере, а в окрестности геомагнитного экватора. Показано, что период осцилляции волнового пакета внутри резонатора примерно равен периоду повторения элементов серии пульсаций Pc1.

Рассмотрим волну, мелкомасштабную вдоль магнитной силовой линии. В квазипродольном приближении $k_{\perp}^2 / k_{\parallel}^2 \rightarrow 0$ дисперсионное соотношение (5) принимает вид

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right)^2 = \frac{\omega^4}{c^4} \eta^4. \quad (6)$$

Это уравнение имеет два решения:

$$k_{\parallel\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{\perp} \pm \eta).$$

Они относятся к левополяризованным (LH, знак «+») и правополяризованным (RH, знак «-») модам. Для левополяризованной волны функцию $k_{\parallel}^2(x^3)$ в близкой окрестности экватора можно представить в параболическом приближении. Мы можем использовать это представление, если в плазме присутствуют протоны и тяжелые ионы. Зависимость k_{\parallel}^2 от продольной координаты вдоль силовой линии показана на рис. 2. Видно, что величина k_{\parallel}^2 становится равной нулю в точках отражения $\pm l_0$, затем следуют две области непрозрачности ($k_{\parallel}^2 < 0$). Концентрация ионов кислорода на экваторе много меньше, чем в приионосферных областях. Точки поворота возникают там, где появляется большое количество ионов кислорода. Волна заперта вблизи экватора по продольной координате.

В окрестности экватора магнитное поле B меняется слабо и может быть представлено в виде

$$B = B_{\text{eq}} \left[1 + \frac{9}{2} \left(\frac{l}{R_E L} \right)^2 \right], \quad (7)$$

где B_{eq} — геомагнитное поле на экваторе; $l = \sqrt{g_3} x^3$ — физическая длина вдоль силовой линии; $R_E L$ — расстояние от центра Земли до вершины силовой линии, выраженное в радиусах Земли. Структуру волны в окрестности экватора можно найти из уравнения (1). В квазипродольном приближении система уравнений (1) совместно с граничными условиями (4) является задачей на собственные значения параметра k_{\parallel} и определяет структуру волны вдоль силовой линии. Продольная структура поля волны описывается функциями параболического цилиндра $D_N(\xi)$:

$$D_N(\sqrt{2}\xi) = He_N(\xi) \exp[-\xi^2/2], \quad (8)$$

Здесь $He_N(\xi)$ — полиномы Эрмита; N — продольное волновое число. Аргумент ξ связан с продольной координатой выражением

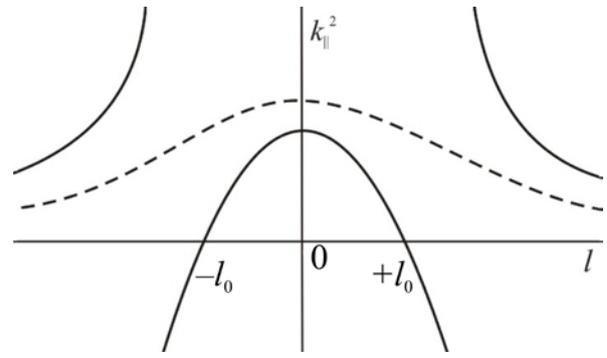


Рис. 2. Зависимость k_{\parallel}^2 от продольной координаты l .

Сплошной линией показано поведение функции k_{\parallel}^2 для левополяризованной волны, штриховой — для правополяризованной [Guglielmi et al., 2001]

$$\xi^2 = \frac{3l^2}{\sqrt{2} A_p R_E L} \frac{\Omega_{\text{ch}} \Omega_{\text{cp}}}{\Omega_{\text{cp}} - \Omega_{\text{ch}}} \frac{(1 + \rho_h / \rho_p)^{3/2}}{\rho_h / \rho_p}, \quad (9)$$

где $A_{p,h} = B / \sqrt{4\pi\rho_{p,h}}$ — альфвеновская скорость; $\rho_{p,h}$ — плотность протонов или тяжелых ионов, в зависимости от индекса.

Спектр частот гармоник, возбуждаемых в ионно-циклотронном резонаторе, является эквидистантным и квантованным

$$\omega_N = \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right) \Omega_{\text{ch}} + 3 \sqrt{2 \frac{\rho_h}{\rho_p} \frac{A_h}{LR_E}} \left(N + \frac{1}{2} \right), \quad (10)$$

Предполагается, что спектр частот достаточно плотный, т. е. $\Delta\omega = \omega_{N+1} - \omega_N \ll \omega_{N=0}$. Авторы работы [Guglielmi et al., 2001] предположили, что наблюдаемые пульсации Pc1 представляют собой волновые пакеты, составленные из высоких N -гармоник ($N \gg 1$) и бегущие между точками отражения резонатора.

Ширина продольного экваториального резонатора определяется выражением

$$\Delta l = 2 \left(\frac{\rho_h}{\rho_p} \right)^{1/4} \left[\frac{A_h R_E L}{\Omega_{\text{ch}}} \left(N + \frac{1}{2} \right) \right]^{1/2}, \quad (11)$$

здесь $\Delta l = 2x_0^3$. Для фундаментальной гармоники размер резонатора будет наименьшим. При типичных параметрах магнитосферы в области плазмопаузы ($\rho_h/\rho_p=1.6$, $A_h=500$ км/с, $L=5$ [Dmitrienko, Mazur, 1992; Yang et al., 2010]) ширина резонатора составляет порядка $1R_E$, частота основной гармоники в резонаторе, соответствующая частоте пульсаций Pc1 — ~ 2.35 Гц.

2.2. Поперечный резонатор

Плазма магнитосферы неоднородна как вдоль силовых линий, так и в радиальном направлении [Leonovich, Mazur, 1993]. Существование в магнитосфере такой области, как плазмопауза, где происходит скачок практически всех магнитосферных параметров, дает основания предполагать о существовании в этой области поперечного резонатора для УНЧ-волн,

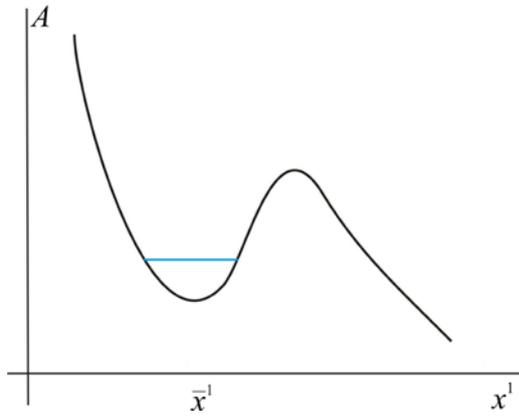


Рис. 3. Схематичное представление зависимости от радиальной координаты альфвеновской скорости, которая имеет минимум в районе плазмопаузы (отмечена голубой линией) [Mikhailova, 2014]

тем более, что вблизи плазмопаузы радиальный профиль альфвеновской скорости имеет локальный минимум (рис. 3). Структура колебаний диапазона Pc1 в резонаторе, образованном локальным минимумом альфвеновской скорости, рассматривалась прежде в работах [Dmitrienko, Mazur, 1985, 1992], а в присутствии в магнитосферной плазме тяжелых ионов — в работах [Михайлова, 2013; Mikhailova, 2014].

Рассмотрим аксиально-симметричную УНЧ-волну ($k_2=0$). В холодной плазме систему уравнений (1) можно записать в виде

$$\hat{L}_{ij}E_j = 0. \quad (12)$$

Здесь компоненты оператора \hat{L} имеют вид

$$L_{11} = \frac{\partial}{\partial x^3} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} + \frac{\sqrt{g}}{g_1} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}, \quad (13)$$

$$\hat{L}_{12} = -i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3}, \quad \hat{L}_{21} = \hat{L}_{12}^*, \quad (14)$$

$$\hat{L}_{22} = \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} + \frac{\partial}{\partial x^3} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} + \frac{\sqrt{g}}{g_2} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}, \quad (15)$$

здесь звездочка обозначает комплексное сопряжение. Оператор \hat{L} эрмитов.

Решение системы (12) будем искать в ВКБ-приближении в виде

$$E_{\alpha} = H_{\alpha}(x^1, x^3) e^{i \int k_3(x^3) dx^3},$$

где α — координата; H_{α} — некоторая функция. Уравнение (12) вместе с граничными условиями (3) по координате x^1 представляет собой задачу на собственные значения $k_3 = k_3(x^3)$. Эта система содержит производную только по координате x^1 , таким образом, функция H_{α} определяет поперечную структуру моды.

Рассматривается диапазон частот порядка гирочастоты тяжелых ионов (много меньше гирочастоты протонов). В этом случае диагональный элемент тензора диэлектрической проницаемости ε_{\perp} можно представить в виде

$$\varepsilon_{\perp} \approx \frac{c^2}{A_p^2} \left[1 + \frac{A_p^2}{A_h^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right]. \quad (16)$$

Следуя работе [Dmitrienko, Mazur, 1992], рассмотрим область, прилегающую к внутренней кромке плазмопаузы, где радиальный профиль альфвеновской скорости имеет локальный минимум (см. рис. 3). В этом случае функция ε_{\perp} имеет максимум на плазмопаузе ($x^1 = \bar{x}^1$) при фиксированном значении x^3 . При удалении от плазмопаузы величина ε_{\perp} будет уменьшаться. В малой окрестности плазмопаузы мы вправе использовать представление

$$\varepsilon_{\perp}(x^1, x^3) = \varepsilon_{\perp}(\bar{x}^1, x^3) \left[1 - \frac{(x^1 - \bar{x}^1)^2 \sqrt{g_1}}{l^2(x^3)} \right], \quad (17)$$

где $l^1(x^3)$ — масштаб неоднородности по координате x^1 . Заметим, что $l^1(x^3) = l_{\perp}(x^3) / \sqrt{g_1}$, где $l_{\perp}(x^3)$ — масштаб неоднородности поперек магнитных оболочек. Вариациями коэффициентов метрического тензора можно пренебречь, поскольку область локализации рассматриваемой волны меньше масштаба неоднородностей магнитосферы.

Перейдем к физическим компонентам векторов. Волновое уравнение на поперечную структуру волны принимает вид

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_2^{(0)}}{\partial \xi^2} - \left[\xi^2 + k_{\parallel}^{\prime 2} \lambda^2 - \frac{\tilde{\eta}^2 \lambda^2}{\lambda^{-2} \xi^2 + k_{\parallel}^{\prime 2}} \right] \hat{H}_2^{(0)} = 0, \quad (18)$$

здесь

$$\lambda^4 = \frac{g_1 l_{\perp}^2 c^2}{\varepsilon_{\perp} \omega^2}, \quad (19)$$

$$k_{\parallel}^{\prime 2} = k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}, \quad (20)$$

$$\lambda \xi = \hat{x}^1 - \hat{x}^1, \quad (21)$$

$$\tilde{\eta} = (\omega^2 / c^2) \eta. \quad (22)$$

Точки поворота (отражения) можно найти из условия $k_1^2 = 0$. Область прозрачности ($k_1^2 > 0$) находится между точками поворота, радиальные координаты которых определяются из уравнения

$$\hat{x}_0^1 = \hat{x}^1 \pm \left[\frac{g_1 l_{\perp}^2 c^2}{\varepsilon_{\perp} \omega^2} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right) \left(1 \pm \sqrt{1 + \tilde{\eta}^2} \right) \right]^{1/2}. \quad (23)$$

Резонатор ограничен магнитными оболочками, расположенными на равном расстоянии от плазмопаузы [Dmitrienko, Mazur, 1992]. Этот факт позволяет рассмотреть такой резонатор аналогично тому, как исследуют потенциальные ямы в квантовой механике. Есть два вида потенциальных ям: глубокая и мелкая. Первая имеет набор дискретных энергетических уровней, вторая имеет один энергетический уро-

вень, но не имеет явных потенциальных барьеров [Ландау, Лифшиц, 2004].

Рассмотрим два предельных случая. При условии $|\xi| \ll \lambda k'_\parallel$ и с введением новой переменной $\chi = \sqrt{2}\xi$, уравнение (18) сводится к уравнению на функции параболического цилиндра:

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_2^{(0)}}{\partial \chi^2} - \left[\frac{\chi^2}{4} + \frac{\lambda^2 (k'_\parallel{}^4 - \tilde{\eta}^2)}{2k'_\parallel{}^2} \right] \hat{H}_2^{(0)} = 0, \quad (24)$$

Это уравнение описывает глубокую потенциальную яму. Решением этого уравнения является набор собственных функций

$$\hat{H}_2^{(0)} = \hat{H}_n^{(0)} = e^{-\xi^2/2} He_n(\sqrt{2}\xi), \quad (25)$$

с дискретным набором собственных значений

$$k'^2_{\parallel(n)} = \tilde{\eta} + \frac{1}{\lambda^2} \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (26)$$

Здесь функции He_n — полиномы Эрмита [Abramowitz, Stegun, 1964], n — поперечное волновое число. Осцилляции в таком поперечном резонаторе имеют левую круговую поляризацию.

В противоположном случае, когда $\tilde{\eta} \ll 1$ и $\lambda^2 k'^2_{\parallel(n)} \ll 1$, уравнение (18) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_2^{(0)}}{\partial \xi^2} - \xi^2 \hat{H}_2^{(0)} = 0. \quad (27)$$

Это еще одно уравнение на функции параболического цилиндра — уравнение для мелкой ямы, имеющее единственную собственную функцию

$$\hat{H}_2^{(0)} = CD_{-1/2}(\sqrt{2}\xi), \quad (28)$$

где C — константа; $D_n(\xi)$ — функция Уиттекера [Abramowitz, Stegun, 1964]. Единственное собственное значение задачи на мелкую яму имеет вид [Ландау, Лифшиц, 2004]

$$k'^2_{\parallel} = \frac{\pi^2}{8} \frac{\Gamma^2(1/4)}{\Gamma^2(3/4)} \tilde{\eta}^4 \lambda^6. \quad (29)$$

В мелкой яме существует единственная гармоника, представляющая собой поверхностную волну, хвосты которой вытягиваются за пределы резонатора.

Получить частотный спектр колебаний в резонаторе типа глубокой потенциальной ямы можно, используя правило квантования Бора—Зоммерфельда

$$\int_{-l_0}^{l_0} k_{\parallel}^{(n)}(l') dl' = \pi \left(N + \frac{1}{2} \right), \quad (30)$$

где n и N — поперечное и продольное квантовые числа соответственно. Мы вправе использовать правило квантования Бора—Зоммерфельда при больших значениях N , однако, как показывает практика, правило дает правильный результат и при значениях продольного волнового числа порядка единицы. Поскольку $k_{\parallel}(l, \omega_{nN})$ зависит от частоты $\omega = \omega_{nN}$ как параметра, можно получить частоту волны. Из уравнения (26) выражаем продольную компоненту волнового вектора

$$k_{\parallel}^{(n)2} = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} + \frac{\omega^2}{c^2} \eta + \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_{\perp}}}{cl_{\perp} \sqrt{g_1}} \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (31)$$

Используя правило квантования (30), можно получить выражение для частоты

$$\omega_{nN} = \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right) \Omega_{ch} + 3 \sqrt{2 \frac{\rho_h}{\rho_p} \frac{A}{R_E L}} \left(N + \frac{1}{2} \right) + 3 \sqrt{\frac{\rho_h}{2\rho_p}} \left(2 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right)^{-3/4} \frac{A^2}{\Omega_{ch} l_{\perp} R_E L} \left(N + \frac{1}{2} \right) \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (32)$$

где $A = B / \sqrt{4\pi(\rho_p + \rho_h)}$ — альфвеновская скорость. Здесь учитывается неоднородность магнитного поля вдоль силовой линии (7).

Сделаем численные оценки для главной гармоники ($N=0, n=0$). Для этого, как и выше, были использованы значения параметров, типичные для магнитосферы в области плазмопаузы: $\rho_h/\rho_p=1.6$, $A=500$ км/с, $L=5$, $\Omega_{ch} \approx 1$ с⁻¹, $l_{\perp} \sim 10^4$ км [Dmitrienko, Mazur, 1992; Yang et al., 2010]. Частота главной гармоники составляет $\omega_0 = 2.64$ с⁻¹, точки поворота вдоль силовой линии и поперек находятся на расстоянии $\sim 1R_E$ от экватора и центра плазмопаузы. Области непрозрачности предполагаются достаточно широкими, поэтому можно пренебречь утечками волновой энергии к ионосфере.

Спектр (32) частично совпадает со спектром (10), полученным в работе [Guglielmi et al., 2000]. Принципиальное отличие состоит в последнем слагаемом выражения (32). Это слагаемое учитывает поперечную структуру волн, частота волны зависит от продольного N и поперечного n волновых чисел, в то время как выражение (10) включает зависимость только от продольной структуры.

3. КВАЗИПОПЕРЕЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ $k_{\parallel} / k_{\perp} \rightarrow 0$

3.1. Две моды ионно-ионных гибридных волн

Рассмотрим структуру УНЧ-волны в квазипоперечном приближении. Для исследования волн в плазме удобно использовать метод, предложенный в работах [Тамао, 1984; Климушкин, 1994]. Поскольку продольное электрическое поле волны считается пренебрежимо малым, вектор электрического поля можно выразить в виде суммы потенциальной и вихревой компонент, каждая из которых выражается через некоторую скалярную функцию — потенциал (отметим, что этот термин используется здесь в несколько ином смысле, чем в стандартных учебниках по электродинамике)

$$\vec{E} = -\nabla_{\perp} \Phi + \nabla_{\perp} \times \vec{e}_{\parallel} \Psi. \quad (33)$$

Здесь $\vec{e}_{\parallel} = \vec{B} / B$, ∇_{\perp} — двумерный оператор набла в плоскости (x^1, x^2) . В однородной плазме в пределе $\omega/\Omega_c \rightarrow 0$ потенциалы Φ и Ψ относятся к альфвеновской волне и быстрому магнитному звуку соответственно [Тамао, 1984; Климушкин, 1994]. В об-

щем случае волну, определяемую потенциалом Φ , называют направляемой модой, т. е. распространяющейся вдоль равновесного магнитного поля (направляемой им), а вторую Ψ — изотропной модой. Линейно-поляризованные квазипоперечные волны можно интерпретировать как ионно-ионные гибридные (ИИГ) волны. В терминах потенциала Φ они представляют собой направляемые моды в мультиионной плазме.

Система уравнений (1) после некоторых алгебраических преобразований превращается в систему уравнений на функции Φ и Ψ

$$\begin{aligned} & [\partial_1 \hat{L}_T \partial_1 + \partial_2 \hat{L}_P \partial_2] \Phi - \\ & - i \frac{\omega^2}{c^2} [\partial_1 \sqrt{g_3} \eta \partial_2 - \partial_2 \sqrt{g_3} \eta \partial_1] \Phi = \\ & = i \frac{\omega^2}{c^2} \left[\partial_1 \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \partial_1 + \partial_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \eta \partial_2 \right] \Psi + \\ & + \left[\partial_1 \hat{L}_T \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_2 - \partial_2 \hat{L}_P \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_1 \right] \Psi, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & \Delta_{\perp} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \Delta_{\perp} \Psi + \\ & + \left[\partial_1 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \hat{L}_T \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_1 + \partial_2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \hat{L}_P \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_2 \right] \Psi - \\ & - i \frac{\omega^2}{c^2} \left[\partial_1 \frac{\eta}{\sqrt{g_3}} \partial_2 - \partial_2 \frac{\eta}{\sqrt{g_3}} \partial_1 \right] \Psi = \\ & = -i \frac{\omega^2}{c^2} \left[\partial_1 \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \partial_1 + \partial_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \eta \partial_2 \right] \Phi + \\ & + \left[\partial_2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \hat{L}_T \partial_1 - \partial_1 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \hat{L}_P \partial_2 \right] \Phi. \end{aligned} \quad (35)$$

Введенные здесь операторы

$$\hat{L}_T(\omega) = \partial_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 + \frac{\sqrt{g}}{g_1} \varepsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (36)$$

$$\hat{L}_P(\omega) = \partial_3 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_3 + \frac{\sqrt{g}}{g_2} \varepsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2} \quad (37)$$

называются тороидальным и полоидальным операторами, а $\Delta_{\perp} \equiv \partial_1 (g_2 / \sqrt{g}) \partial_1 + \partial_2 (g_1 / \sqrt{g}) \partial_2$ — поперечный оператор Лапласа. Если вместо координаты x^3 ввести продольную координату ($dl = \sqrt{g_3} dx^3$), операторы примут форму

$$\hat{L}_T(\omega) = \sqrt{g_3} \left(\frac{\partial}{\partial l} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\partial}{\partial l} + \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \right), \quad (38)$$

$$\hat{L}_P(\omega) = \sqrt{g_3} \left(\frac{\partial}{\partial l} \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\partial}{\partial l} + \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \right). \quad (39)$$

Выражая $\Delta_{\perp} \Psi$ из уравнения (35) и подставляя его в уравнение (34), систему можно свести к одному уравнению

$$\begin{aligned} & \partial_1 \hat{L}_T(\omega) \partial_1 \Phi + \partial_2 \hat{L}_P(\omega) \partial_2 \Phi - \\ & - \sqrt{g} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \eta \right)^2 \Phi = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Мы рассматриваем мелкомасштабно-неоднородные колебания поперек силовых линий и в азимутальном направлении, поэтому в квазипоперечном приближении третье слагаемое в левой части уравнения (40) существенно меньше остальных. Тогда волновое уравнение для ИИГ-мод примет вид [Klimushkin et al., 2010]

$$\partial_1 \hat{L}_T(\omega) \partial_1 \Phi + \partial_2 \hat{L}_P(\omega) \partial_2 \Phi = 0. \quad (41)$$

Рассмотрим два предельных случая. В первом радиальная длина волны λ_r много меньше, чем азимутальная λ_a . Это означает, что радиальная компонента электрического поля много больше, чем азимутальная $E_r \gg E_a$ в одном случае, и $E_a \gg E_r$ в другом.

В первом случае, когда первое слагаемое уравнения (41) преобладает над вторым, волновая функция Φ пропорциональна собственной функции тороидального оператора T_N

$$\hat{L}_T(\omega) T_N(x^3) = 0, \quad (42)$$

граничные условия задачи задаются в виде $T_N(x_{\pm}^3) = 0$, что следует из граничного условия (4),

точки x_{\pm}^3 — координаты пересечения силовой линии с ионосферой. Число N обозначает продольное волновое число. Собственное значение Ω_{TN} назовем тороидальной собственной частотой. Таким образом, если частота волны ω совпадает с тороидальной собственной частотой Ω_{TN} , ее структура вдоль силовой линии описывается тороидальной собственной функцией $T_N(x^3)$; такая волна имеет тороидальную поляризацию: $E_r \gg E_a$ или $B_a \gg B_r$, ИИГ-волна с такой поляризацией называется тороидальной ИИГ-модой.

В другом предельном случае, когда $\lambda_r \gg \lambda_a$, волна имеет полоидальную поляризацию: $E_a \gg E_r$. В этом случае в уравнении (41) преобладающим является второе слагаемое и функция Φ должна быть пропорциональна полоидальной собственной функции P_N :

$$\hat{L}_P(\omega) P_N(x^3) = 0, \quad (43)$$

граничные функции выбираются аналогично предыдущему случаю $P_N(x_{\pm}^3) = 0$. Если частота волны ω совпадает с собственным значением задачи (полоидальной частотой Ω_{PN}), продольная структура волны описывается полоидальной собственной функцией $P_N(x^3)$, а такая ИИГ-волна называется полоидальной ИИГ-модой, или ИИГ-волной с полоидальной поляризацией ($B_r \gg B_a$).

Магнитное поле волны можно найти из закона Фарадея $\nabla \times \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \vec{B}$. В терминах потенциалов Φ и Ψ -компоненты магнитного поля записываются следующим образом:

$$B_{1,2} = \pm \frac{ic}{\omega} \frac{g_{1,2}}{\sqrt{g}} \left(\partial_{2,1} \partial_3 \Phi \pm \partial_3 \frac{g_{2,1}}{\sqrt{g}} \partial_{1,2} \Psi \right), \quad (44)$$

$$B_3 = \frac{ic}{\omega} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \Delta_{\perp} \Psi. \quad (45)$$

3.2. Продольный резонатор

Несмотря на то, что операторы \hat{L}_T и \hat{L}_P различны и уравнения (42), (43) имеют различные собственные функции, квадрат продольной компоненты волнового вектора $k_{\parallel}^2 = k_3^2 / g_3$ в продольном ВКБ-приближении одинаков для обеих мод:

$$k_{\parallel}^2 = \frac{\omega^2}{A_p^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{cp}^2} \right)} + \frac{\omega^2}{A_h^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)}. \quad (46)$$

Здесь $A_{p,h}$ — альфвеновские скорости, определенные для протонов и тяжелых ионов $A_{p,h} = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi n_{p,h} m_{p,h}}}$,

где $n_{p,h}$ и $m_{p,h}$ — концентрации и массы протонов и тяжелых ионов.

Рассматриваются моды с частотой ниже гирочастоты протонов Ω_{cp} . Величина магнитного поля мала на экваторе и значительно выше вблизи ионосферы. На силовой линии можно найти такую точку, где частота волны совпадает с гирочастотой тяжелых ионов $\omega = \Omega_{ch}$ (рис. 4). Назовем эту точку точкой сингулярности l_s . В этой точке $|k_{\parallel}|^2 \rightarrow \infty$, а на экваториальной стороне от этой точки $k_{\parallel}^2 < 0$. На экваторе же величина Ω_{ch} мала и здесь возможно, что $k_{\parallel}^2 > 0$. Следовательно, где-то между экватором и точкой сингулярности должна быть точка, где $k_{\parallel}^2 = 0$, — будем ее называть точкой поворота l_0 . Положение точки поворота можно найти из уравнения $\omega = \Omega_0(l)$, где Ω_0 — частота отражения,

$$\Omega_0^2 = \Omega_{ch}^2 \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right), \quad (47)$$

напомним, что $\rho_{h,p} = n_{h,p} m_{h,p}$ — плотности тяжелых ионов и протонов [Klimushkin et al., 2006].

В квазиперпендикулярном приближении, как и в квазипродольном, в окрестности экватора находится резонатор, где генерируются колебания. Он ограничен с двух сторон точками поворота $\pm l_0$ (симметрия север—юг). За пределами экваториального резонатора находятся две области непрозрачности, оканчивающиеся точками сингулярности. Далее расположены области прозрачности, граничащие с ионосферой Северного и Южного полушарий.

Экваториальный резонатор работает, как резервуар энергии для волн. Собственные частоты резонатора определяют частоты возбуждаемых в нем гармоник.

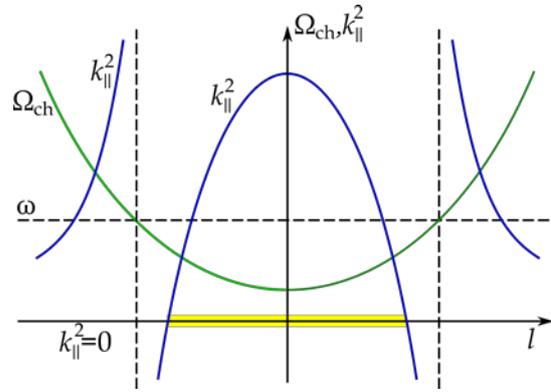


Рис.4. Поведение функций $\Omega_{ch}(l)$ (зеленая линия) и $k_{\parallel}^2(l)$ (синяя линия) вдоль силовой линии. Экваториальный резонатор выделен желтым [Mikhailova et al., 2020a]

Вблизи экватора $k_{\parallel}^2(l)$ имеет максимум и может быть представлен в виде разложения

$$k_{\parallel}^2(\omega, l) = k_{\parallel eq}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (k_{\parallel}^2)}{\partial l^2} \Big|_{eq} l^2, \quad (48)$$

значение берется на экваторе. Точка поворота определяется из выражения $l_0(\omega_N) = \sqrt{-2k_{\parallel eq}^2 / (k_{\parallel eq}^2)''}$. Собственную частоту ω_N , где N — продольное волновое число, можно получить из правила квантования Бора—Зоммерфельда

$$\omega_N^2 = \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right) \Omega_{ch}^2 + (2N+1) \frac{\rho_h}{\rho_p} \frac{A_h \Omega_{ch}}{r_{eq}}, \quad (49)$$

где r_{eq} — экваториальный радиус кривизны силовой линии. Все переменные, зависящие от l , берутся в их экваториальных значениях $(\Omega_{ch}, A_{h,p}, \rho_{h,p})$. Штрих означает дифференцирование по продольной координате $(\dots)' = \partial(\dots)/\partial l$. Здесь предполагается, что резонатор хорошо отделен от областей прозрачности, которые находятся вблизи ионосферы. В этом случае приионосферные области прозрачности вносят экспоненциально малые поправки в значения собственных частот резонатора [Klimushkin et al., 2010].

Отношение первого слагаемого из выражения (49) ко второму $\sim a\Omega_{ch} / A_h \gg 1$, поэтому частота моды определяется главным образом первым слагаемым (здесь a — длина силовой линии) и совпадает с экваториальным значением частоты продольного отражения, полученным в (47). Спектр частот очень плотный: $|\omega_{N+1} - \omega_N| \ll \omega_N$. Одновременно возбуждаются все собственные гармоники резонатора, что приводит к формированию биений, характерных для жемчужин Pc1.

Полуширина резонатора записывается в виде

$$l_0 \approx r_{eq} \sqrt{\frac{(2N+1) A_h}{(1 + \rho_p / \rho_h) \Omega_{ch} r_{eq}}}, \quad (50)$$

а точка сингулярности

$$l_s \approx r_{\text{eq}} \sqrt{2 \left[\left(1 + \rho_h / \rho_p \right)^{1/2} - 1 \right]^{1/2}}. \quad (51)$$

Сделаем несколько количественных оценок. Принимая, что основная примесь тяжелых ионов в плазме магнитосферы — это кислород O^+ , и взяв $A_h = A_p = 10^3$ км/с, $L = 6.6$, для основной гармоники ($n=0$) получим: $\omega_0 \approx 0.875$ рад/с, $l_0 \approx 0.23 r_{\text{eq}} = 0.5 R_E$ и $L_s = 0.9 r_{\text{eq}}$. Полученная частота входит в диапазон частот Pc1 и по порядку величины совпадает с результатами работ [Guglielmi et al., 2000, 2001; Guglielmi, Kangas, 2007].

3.3. Экваториальные моды

Так как мода заперта в экваториальном резонаторе, можно рассматривать все величины в малой окрестности экватора. Угол θ (геомагнитную широту) можно разложить вблизи экватора

$$\theta(l) = \theta(0) + \theta'(0)l. \quad (52)$$

На экваторе $\theta(0) = 0$. Продольную компоненту волнового вектора k_{\parallel} для удобства обозначим буквой κ , и в окрестности экватора она принимает вид

$$\kappa^2 = \frac{\omega^2}{A_{\text{h eq}}^2} \left[\frac{\rho_{\text{p eq}}}{\rho_{\text{h eq}}} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{\text{ch eq}}^2} \right)^{-1} - \frac{9\omega^2}{\Omega_{\text{ch eq}}^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{\text{ch eq}}^2} \right)^{-2} \frac{l^2}{L^2} \right], \quad (53)$$

уравнение (41) преобразуется следующим образом:

$$L^2 \frac{\partial}{\partial L} \hat{L}_T(\omega) \frac{\partial}{\partial L} \Phi(L, l) - m^2 \hat{L}_P(\omega) \Phi(L, l) = 0, \quad (54)$$

где \hat{L}_T и \hat{L}_P — тороидальный и полоидальный операторы, которые в экваториальном приближении принимают вид

$$\hat{L}_T(\omega) = \frac{\partial^2}{\partial l^2} + \frac{3l}{L^2} \frac{\partial}{\partial l} + \frac{\omega^2}{A_h^2} \left[\frac{\rho_p}{\rho_h} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{\text{ch}}^2} \right)^{-1} - \frac{9\omega^2}{\Omega_{\text{ch}}^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{\text{ch}}^2} \right)^{-2} \frac{l^2}{L^2} \right], \quad (55)$$

$$\hat{L}_P(\omega) = \frac{\partial^2}{\partial l^2} - \frac{3l}{L^2} \frac{\partial}{\partial l} + \frac{\omega^2}{A_h^2} \left[\frac{\rho_p}{\rho_h} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{\text{ch}}^2} \right)^{-1} - \frac{9\omega^2}{\Omega_{\text{ch}}^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{\text{ch}}^2} \right)^{-2} \frac{l^2}{L^2} \right], \quad (56)$$

Различие между операторами состоит в знаке слагаемого с первой производной.

Уравнение на собственные тороидальные функции (42) в экваториальном приближении преобразуется следующим образом:

$$\frac{\partial^2}{\partial l^2} T + \frac{3l}{L^2} \frac{\partial}{\partial l} T + \kappa^2 T + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \kappa^2}{\partial l^2} l^2 T = 0. \quad (57)$$

Это уравнение сводится к уравнению Эрмита, решением которого является тороидальная собственная функция

$$T_N = C \pi^{-1/4} 2^{-N/2} (N!)^{-1/2} e^{-\frac{1}{2}(\alpha + \lambda^{-2})l^2} He_N \left(\frac{l}{\lambda} \right), \quad (58)$$

где C — произвольная константа, $\lambda = (\alpha^2 + \gamma)^{-1/4}$,

$\alpha = \frac{3}{2L^2}$, $\gamma = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \kappa^2}{\partial l^2} > 0$, λ — характерная длина волны в резонаторе. Фундаментальная гармоника имеет волновое число $N=0$.

Спектр тороидальных собственных частот записывается уравнением

$$\Omega_{TN}^2 = 2\Omega_{\text{ch}}^2 \frac{\rho_h}{\rho_p} (3N+2) + \frac{3A_p^2}{L^2} (N+1). \quad (59)$$

Аналогичным способом ищем продольную структуру полоидальной моды. Запишем уравнение на полоидальную собственную функцию (43) с полоидальным оператором (56) в явном виде

$$\frac{\partial^2}{\partial l^2} P - \frac{3l}{L^2} \frac{\partial}{\partial l} P + \kappa^2 P + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \kappa^2}{\partial l^2} l^2 P = 0. \quad (60)$$

Решение уравнения (60) выглядит следующим образом:

$$P_N = C \pi^{-1/4} 2^{-N/2} (N!)^{-1/2} e^{\frac{1}{2}(\alpha - \lambda^{-2})l^2} He_N \left(\frac{l}{\lambda} \right). \quad (61)$$

Структура тороидальной и полоидальной собственных функций (фундаментальная гармоника) показана на рис. 5. Видно, что профиль полоидальной моды шире, чем тороидальной.

Спектр собственных полоидальных частот записывается в виде

$$\Omega_{PN}^2 = 2\Omega_{\text{ch}}^2 \frac{\rho_h}{\rho_p} (3N+2) + \frac{3NA_p^2}{L^2}. \quad (62)$$

Полученное значение выше гирочастоты тяжелых ионов, но ниже тороидальной собственной частоты (59). Таким образом, спектр ИИГ-волн в магнитосфере характеризуется поляризационным расщеплением, аналогично спектру альфвеновских волн. Однако в отличие от альфвеновских волн силовая линия осциллирует только в экваториальной части (рис. 6). Продольная структура первых трех гармоник ИИГ-волны схематично представлена на рис. 7. Собственные частоты связаны соотношением

$$\Delta \Omega_N^2 = \Omega_{TN}^2 - \Omega_{PN}^2 = \frac{3}{L^2} A_p^2. \quad (63)$$

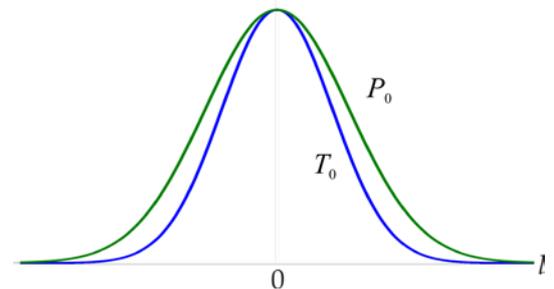


Рис. 5. Фундаментальные гармоники тороидальной и полоидальных собственных функций ($N=0$) [Mikhailova et al., 2020a]

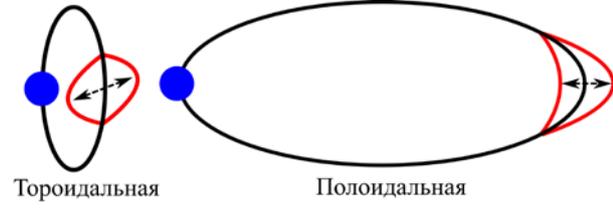


Рис. 6. Тороидальная и полоидальная ИИГ-волны [Mikhailova et al., 2020a]

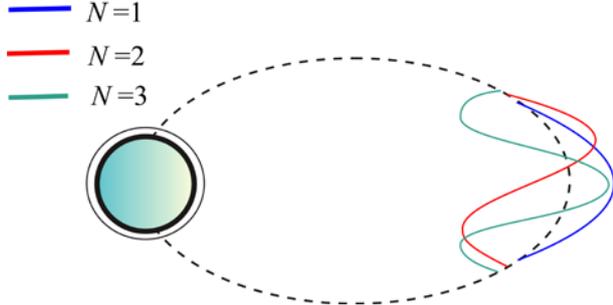


Рис. 7. Продольная структура первых трех гармоник ИИГ-волны в экваториальном резонаторе

Относительная разница

$$\frac{\Delta\Omega^2}{\Omega_{T0}^2} = \frac{\Delta\Omega^2}{\Omega_{P0}^2} = \frac{3A_p^2\rho_p}{4\Omega_{ch}^2 L^2 \rho_h} \quad (64)$$

При значениях параметров магнитосферы $\rho_p \sim \rho_h$ и $A_p \sim 10^3$ км/с, на геостационарной орбите ($L=6.6R_E$) получаем значение величины $\Delta\Omega^2 / \Omega_{T0}^2 \sim 10^{-3}$.

3.4. Поперечный резонатор

Полоидальная собственная частота ИИГ-волны $\Omega_{PN}(L)$ медленно меняется вдоль радиальной координаты L , если отношение плотностей ρ_h/ρ_p постоянно. Из выражения (62) видно, что $\Omega_{PN}^2(L)$ может иметь локальный минимум в двух случаях. Во-первых, если ρ_h меняется медленнее, чем ρ_p , поведение функции $\Omega_{PN}(L)$ повторяет поведение функции альфвеновской скорости, которая имеет минимум на плазмопаузе. Во-вторых, полоидальная частота имеет минимум, когда ρ_h имеет локальный минимум. В обоих случаях вблизи локального минимума функции $\Omega_{PN}^2(L)$ может сформироваться поперечный резонатор, ограниченный двумя точками отражения (рис. 8) [Mikhailova et al., 2020b].

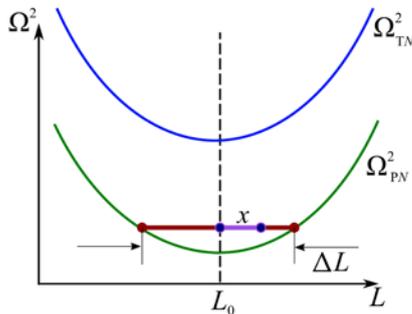


Рис. 8. Зависимость функций Ω_{TN}^2 и Ω_{PN}^2 от радиальной координаты L [Mikhailova et al., 2020b]

Поскольку поперечный резонатор ограничен пологоидальными поверхностями отражения, первое слагаемое уравнения (54) меньше второго, а это значит, что частота волны в резонаторе ближе к полоидальной частоте Ω_{PN} и ее продольная структура приблизительно описывается пологоидальной собственной функцией PN . В этом случае, решение уравнения (54) можно искать в виде

$$\Phi = f(L)P_N(l, L) + \delta\Phi, \quad (65)$$

где $f(L)$ — еще не определенная функция, а $\delta\Phi$ — корректировка конечной, но малой величины первого слагаемого из уравнения (54), которым мы пренебрегли: $|\delta\Phi| \ll |\Phi|$. Соответственно, частота волны представима в виде

$$\omega^2 = \Omega_{PN}^2 + (\omega^2 - \Omega_{PN}^2), \quad (66)$$

здесь предполагается, что $|\omega^2 - \Omega_{PN}^2| \ll \Omega_{PN}^2$. Ввиду этого, уравнение (54) преобразуется в уравнение

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L^2} + \frac{m^2}{6A_h^2} \left[\frac{\rho_p}{\rho_h} + \frac{1}{\left(1 - \frac{\Omega_{PN}^2}{\Omega_{ch}^2}\right)^2} \right] (\omega^2 - \Omega_{PN}^2) f - \frac{3m^2}{L^2 A_h^2} \frac{\Omega_{PN}^2 (\omega^2 - \Omega_{PN}^2)}{\Omega_{ch}^2 \left(1 - \frac{\Omega_{PN}^2}{\Omega_{ch}^2}\right)^3} \chi^2 J f = 0.$$

Здесь $J = \frac{\partial}{\partial \mu} \ln I$, где $\mu = \alpha\lambda^2$,

$$I = \frac{\mu^N}{(1-\mu)^{N+\frac{1}{2}}} {}_2F_1\left(-N, -N; \frac{1}{2} - N; \frac{1-\mu}{1-2\mu}\right),$$

и ${}_2F_1$ — гипергеометрическая функция.

В окрестности локального минимума функции $\Omega_{PN}^2(L)$ эту функцию можно представить в виде

$$\Omega_{PN}^2(L) = \Omega_{PN}^2(L_0) \left[1 + \left(\frac{x}{l_\perp}\right)^2 \right], \quad (68)$$

где l_\perp — поперечный масштаб неоднородности ($l_\perp \sim 1R_E$), $x = L - L_0$ — расстояние от точки минимума

L_0 . Значения величин A_h , $\frac{\Omega_{PN}^2}{\Omega_{ch}^2}$, $\frac{\rho_p}{\rho_h}$ и $\frac{\mu}{\alpha}$ должны быть взяты в точке L_0 . Тогда уравнение (67) принимает вид

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L^2} + \frac{m^2}{6A_h^2} \varrho \left(\omega^2 - \Omega_{PN}^2 \left[1 + \left(\frac{x}{l_\perp}\right)^2 \right] \right) f = 0, \quad (69)$$

где

$$\varrho = \frac{\rho_p}{\rho_h} + \left(1 - \frac{\Omega_{PN}^2}{\Omega_{ch}^2}\right)^{-2} - \frac{18\lambda^2 J \Omega_{PN}^2}{L_0^2 \Omega_{ch}^2} \left(1 - \frac{\Omega_{PN}^2}{\Omega_{ch}^2}\right)^{-3}.$$

Введем новую переменную $\xi = \zeta x$, где

$$\zeta^2 = \frac{m\Omega_{PN}\sqrt{\varrho}}{\sqrt{6}l_\perp A_h},$$

тогда уравнение (69) можно свести к уравнению Эрмита

$$f''(\xi) - (\sigma - \xi^2)f(\xi) = 0. \quad (70)$$

Здесь

$$\sigma = \frac{ml_{\perp}\sqrt{\varrho}\omega^2 - \Omega_{PN}^2}{\sqrt{6A_h}\Omega_{PN}}.$$

Решение уравнения (70) записывается в виде

$$f_n(\xi) = \pi^{-1/4} 2^{-n/2} (n!)^{-1/2} He_n(\xi) e^{-\xi^2/2}. \quad (71)$$

Спектр колебаний волн в поперечном полоидальном резонаторе

$$\omega_{nN}^2 = \Omega_{PN}^2 + \frac{\sqrt{6A_h}\Omega_{PN}}{ml_{\perp}\sqrt{\varrho}}(2n+1). \quad (72)$$

Координаты поверхностей отражения, ограничивающие резонатор, можно найти из выражения

$$L_{\text{turn}} = L_0 \pm l_{\perp} \frac{\sqrt{\omega^2 - \Omega_{PN}^2}}{\Omega_{PN}}, \quad (73)$$

Ширина поперечного резонатора ΔL зависит от азимутального волнового числа m

$$\Delta L(m) = 2\sqrt{\frac{\sqrt{6A_h}l_{\perp}}{m\Omega_{PN}\sqrt{\varrho}}(2n+1)}. \quad (74)$$

В конечном счете выражение для поля волны выглядит так:

$$\Phi_{Nn} = \text{const} He_N(l/\lambda) \times He_n(\zeta x) e^{\frac{1}{2}[(\alpha-\lambda^{-2})^2 - \zeta^2 x^2]} e^{im\varphi - i\omega t}. \quad (75)$$

Бегущая в азимутальном направлении волна локализована в радиальном направлении и вдоль силовой линии в окрестности геомагнитного экватора. Запишем структуру фундаментальной гармоники ($N=0, n=0$)

$$\Phi_{00} = \text{const} e^{\frac{1}{2}[(\alpha-\lambda^{-2})^2 - \zeta^2 x^2]} e^{im\varphi - i\omega t}. \quad (76)$$

Приведем некоторые оценки собственной частоты и ширины резонатора с фундаментальной гармоникой. Используем значения величин, типичные для магнитосферы: $A_p = 1000$ км/с, $l_{\perp} = 1R_E$, $L_0 = 5R_E$, $\Omega_{ch} = 0.67$ с⁻¹. В качестве тяжелых ионов рассматриваем ионы кислорода, поэтому отношение плотностей $\rho_h/\rho_p = 1.6$ [Yang et al., 2010]. Для азимутального волнового числа $m=10$ частота волны $\omega \approx 1.7$ рад/с (~ 0.3 Гц). Это значение попадает в диапазон частот волн Pc1. Ширина поперечного резонатора $\Delta L \approx 0.3R_E$, его малые размеры согласуются с результатами наблюдений волн Pc1 в космосе [Mursula et al., 1994]. Структура фундаментальной гармоники, вычисленная при данных параметрах, показана на рис. 9. Таким образом, можно предположить, что часть наблюдаемых пульсаций Pc1 можно интерпретировать как ИИГ-волны, запертые в поперечном резонаторе.

Поперечный резонатор для ИИГ-волн может сформироваться в области локального минимума функции $\Omega_{PN}(x^1)$. Это возможно вблизи плазмопаузы и в области, где происходит скачок параметров плазмы и функция ρ_h имеет локальный минимум. Волна в таком резонаторе будет иметь преимуще-

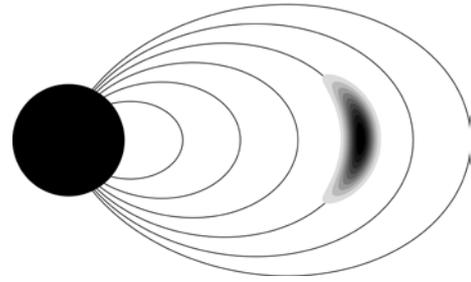


Рис. 9. Амплитудное распределение фундаментальной гармоники в координатах $\{x^1, x^3\}$ [Mikhailova et al., 2020b]

ственно полоидальную поляризацию, такие полоидальные резонаторы, вероятно, уже наблюдаются [Yeoman et al., 2012; Mager et al., 2018; Polyakov, 2019].

Важным отличием ИИГ-волн от альфвеновских является наличие большой компоненты продольного магнитного поля B_{\parallel} . В однородной плазме альфвеновские волны не имеют продольной (компрессионной) компоненты, однако она может быть существенной в горячей плазме с кривым магнитным полем [Southwood, Saunders, 1985; Klimushkin, Mager, 2015]. ИИГ-волны, в свою очередь, имеют большую компрессионную компоненту магнитного поля даже в однородной плазме. Напомним систему уравнений для магнитного поля в терминах потенциалов Φ и Ψ :

$$B_{1,2} = \mp \frac{ic}{\omega} \frac{g_{1,2}}{\sqrt{g}} \left(\partial_{2,1} \partial_3 \Phi \pm \partial_3 \frac{g_{2,1}}{\sqrt{g}} \partial_{1,2} \Psi \right), \quad (77)$$

$$B_3 = \frac{ic}{\omega} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \Delta_{\perp} \Psi. \quad (78)$$

Из уравнения (78) с учетом (35) можно получить выражение для B_{\parallel} для ИИГ-волн:

$$B_{\parallel} = \frac{\omega}{c} \eta \Phi. \quad (79)$$

Выражая Φ из B_{\perp} и используя выражение (77), можно получить отношение продольной компоненты магнитного поля к поперечной. Так, например, для полоидальной моды это отношение имеет вид

$$\frac{B_{\parallel}}{B_r} = \frac{1}{m} \frac{\Omega_{ch}^2 L^2}{A_h^2}. \quad (80)$$

Это отношение зависит от азимутального числа m , однако очевидно, что продольная компонента поля B_{\parallel} может быть значительно больше поперечной.

Такой эффект уже был замечен ранее для ИИГ-волн планеты Меркурий [Glassmeier et al., 2003].

4. ОБЛАСТЬ ЛОКАЛИЗАЦИИ РЕЗОНАТОРА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЗНАЧЕНИИ ПОПЕРЕЧНОГО ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА

Из приведенного выше следует, что и для ионно-циклотронных, и для ИИГ-волн характерно существование продольного резонатора вблизи экватора,

хотя размеры резонатора, т. е. положение точек отражения, различны. С математической точки зрения эти волны отличаются тем, что они имеют разные соотношения между поперечной и продольной компонентами волнового вектора: в первом случае $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$, во втором $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$. Фактически это два частных случая одной и той же волны. Вероятно, в одной области пространства волна проявляет признаки ионно-циклотронной квазипродольной волны, в другой волна квазипоперечна и имеет линейную поляризацию. При возбуждении монохроматическим источником волна может трансформироваться из ионно-циклотронной в ИИГ-моду. Рассмотрим, как при этом изменяется ширина области локализации волны вдоль силовой линии [Михайлова, 2011].

Вернемся к дисперсионному соотношению (5). Если рассматривать его как биквадратное уравнение относительно k_{\perp} , решение запишется в виде

$$k_{\perp 1,2}^2 = \frac{1}{2} \left(2 \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\perp}^2 \pm \sqrt{k_{\perp}^4 + 4 \frac{\omega^4}{c^4} \eta^2} \right). \quad (81)$$

Исходя из условия $k_{\parallel} = 0$, можно найти точки отражения, ограничивающие резонатор. Получаем выражение

$$k_{\perp}^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon_{\perp} - \eta^2}{c^2 \varepsilon_{\perp}}. \quad (82)$$

В квазипродольном приближении при $k_{\perp} = 0$ получаем продольный ионно-циклотронный резонатор, свойства которого описаны в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001; Guglielmi, Kangas, 2007]. В противоположном случае при $k_{\perp} \rightarrow \infty$ получаем резонатор для ИИГ-волн [Klimushkin et al., 2010; Mikhailova et al., 2020a, b].

Поскольку мы рассматриваем диапазон выше, но одного порядка с гирочастотой тяжелых ионов и намного меньше гирочастоты протонов ($\Omega_{ch} \leq \omega \ll \Omega_{cp}$), элементы тензора диэлектрической проницаемости могут быть записаны в виде

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{c^2}{A_p^2} \left[1 + \frac{A_p^2}{A_h^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right], \quad (83)$$

$$\eta = \frac{c^2}{\omega} \left[\frac{\Omega_{ce}}{A_e^2} - \frac{\Omega_{cp}}{A_p^2} - \frac{\Omega_{ch}}{A_h^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right], \quad (84)$$

Тогда функция (82) будет вести себя так, как представлено на рис. 10. Функция (82) сингулярна в точке ω_0 . При частоте волны, близкой к ω_0 , волна квазипоперечна. Частота ω_0 соответствует частоте ИИГ-моды

$$\omega_0^2 = \Omega_{ch}^2 \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right).$$

Это выражение представляет собой частоту волны в точке отражения для квазипоперечных ИИГ-волн

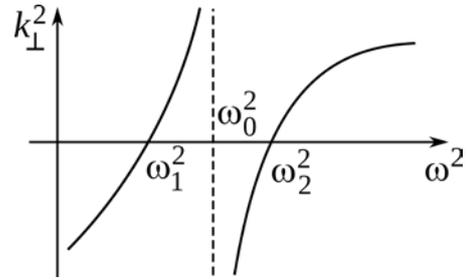


Рис. 10. Зависимость квадрата поперечной компоненты волнового вектора от частоты

(47). Частоты ω_1 и ω_2 могут быть найдены из условия $\varepsilon_{\perp}^2 = \eta^2$. Эти частоты соответствуют частотам квазипродольных волн и определяют точки отражения для ионно-циклотронного резонатора.

Соответственно, размеры резонатора также различны. Координата точки отражения (поворота) меняется в зависимости от значения волнового вектора. На разных магнитных оболочках изменяется как продольная ширина резонатора, так и его размеры поперек магнитных оболочек. Полуширина резонатора вдоль силовой линии показана на рис. 11. Квазипродольные ионно-циклотронные волны локализованы в области резонатора, ограниченной точками l_1 и $-l_1$ (не показана на рисунке), а область экваториального резонатора для квазипоперечных ИИГ-волн ограничена точками l_0 и $-l_0$ (не показана). На протяжении силовой линии волна может быть как квазипродольной, так и квазипоперечной. Волны отличаются по частоте, поэтому правильнее будет говорить о конверсии моды из ионно-циклотронной в ионно-ионную гибридную моду. Поляризация волны при этом также изменится с левой круговой на линейную.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели основные теоретические модели, описывающие структуру магнитосферных волн диапазона Pc1. Каждая последующая модель дополняла и расширяла предыдущие. Несомненно, очень важным шагом в исследовании волн Pc1 стал учет наличия тяжелых ионов в плазме магнитосферы, ведь оказалось, что волновой пакет в таком случае оказывается ограниченным в пространстве. Наличие тяжелых ионов приводит к локализации вблизи экватора и ионно-циклотронных волн, и ИИГ-волн. Ионно-циклотронные волны имеют левую круговую поляризацию, это означает, что волна должна иметь как радиальную E_r , так и азимутальную E_a компоненты электрического поля. Соответственно, магнитное поле также имеет и радиальную, и азимутальную компоненты [Guglielmi et al., 2000, 2001; Гульельми, Потапов, 2012; Mikhailova, 2014]. И это отличает ионно-циклотронные волны от ИИГ-волн. ИИГ-волны линейно-поляризованы, их электрическое поле осциллирует или только в радиальном направлении (тороидальная мода: $E_r \gg E_a$, $B_r \ll B_a$), или только в азимутальном (полоидальная мода: $E_r \ll E_a$, $B_r \gg B_a$) [Klimushkin et al., 2010; Mikhailova et al., 2020a].

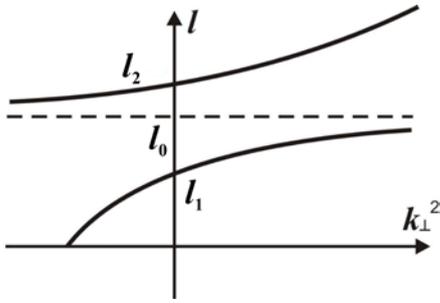


Рис. 11. Зависимость полуширины резонатора от квадрата поперечной компоненты волнового вектора [Михайлова, 2011]

С другой стороны, полоидальная и тороидальная моды ИИГ-волны имеют свойства, схожие с длиннопериодными альфвеновскими волнами, которые также могут быть полоидальными и тороидальными. Однако, если в случае альфвеновских волн осциллирует вся силовая линия, в случае ИИГ-волн осциллирует только экваториальная часть силовой линии (см. рис. 6). Подобно тороидальным и полоидальным альфвеновским волнам, ИИГ-моды имеют различные продольные структуры и частоты (поляризационное расщепление спектра). Собственная частота полоидальной ИИГ-моды меньше, чем тороидальной. Разница между частотами мала по сравнению с их значениями. Благодаря сходству альфвеновских волн с ИИГ-модами, мы вправе ожидать, что теория, разработанная для альфвеновских волн [Leonovich, Mazur, 1993, 1995, 1997; Klimushkin, 1998; Klimushkin et al., 2004; Mager, Klimushkin, 2013] качественно может быть применима к ИИГ-волнам.

На двух разных магнитных оболочках (тороидальная x_{TN}^1 и полоидальная x_{PN}^1) частота волны определяется выражениями

$$\omega = \Omega_{TN}(x^1), \quad (85)$$

$$\omega = \Omega_{PN}(x^1). \quad (86)$$

Обе координаты x_{TN}^1 и x_{PN}^1 зависят от частоты волны ω . Поскольку $\Omega_{PN} < \Omega_{TN}$, полоидальная поверхность ближе к Земле, чем тороидальная: $x_{PN}^1(\omega) < x_{TN}^1(\omega)$.

В основной части магнитосферы тороидальная и полоидальная собственные частоты альфвеновских волн убывают с расстоянием x^1 от Земли и могут иметь локальные минимумы и максимумы. Такие экстремумы существуют в областях плазмопаузы, кольцевого тока, а также, если имеются локальные неоднородности плазмы (неоднородности в плотностях протонов и тяжелых ионов). Тогда волна может быть заперта в области локального минимума собственной полоидальной частоты (ИИГ-волны) и в области локального максимума собственной полоидальной частоты (альфвеновские волны). Кроме того, волна может сменить свою поляризацию с полоидальной на тороидальную при движении с полоидальной поверхности к тороидальной. Уже существуют экспериментальные наблюдения такой смены поляризации для альфвеновских волн [Leonovich et al., 2015].

Ранее ИИГ-волны наблюдались в магнитосфере Земли и других планет [Kim et al., 2009, 2015a, b, 2019]. В этих работах предполагается следующий механизм генерации ИИГ-волн: быстрый магнитный звук распространяется через магнитные оболочки до тех пор, пока не достигнет точки резонанса, обусловленной наличием в плазме ионов двух типов. В точке резонанса благодаря конверсии моды происходит генерация ИИГ-моды. Этот процесс схож с альфвеновским резонансом магнитных силовых линий. Предполагается, что в этом случае генерируется тороидальная ИИГ-волна, однако в работе [Mikhailova et al., 2020a] было показано, что ИИГ-волна может быть также и полоидальной. В связи с этим вопрос генерации полоидальных ИИГ-мод остается открытым. Вероятно, их генерация связана с резонансным взаимодействием волны с высокоэнергичными заряженными частицами кольцевого тока подобно тому, как это происходит для полоидальных альфвеновских волн. Этот вопрос еще предстоит исследовать.

Кроме точек отражения и точек ИИГ-резонансов, появляются еще и так называемые кроссоверы. Кроссовер — это точка, в которой частота левополяризованной и правополяризованной ионноциклотронных волн сравниваются [Rauch, Roux, 1982]. Эта частота определяется из выражения (6) при $\eta=0$:

$$\omega_{cr}^2 = \frac{n_p}{n_e} \Omega_{ch}^2 + \frac{n_h}{n_e} \Omega_{cp}^2. \quad (87)$$

Вопрос о роли кроссовера в генерации линейнополяризованных волн широко обсуждается в литературе. Например, авторы работы [Kazakov, Fülör, 2013], вычислив значение $k_{||}$, при котором конверсия моды становится существенной, утверждают, что она всегда происходит около частоты кроссовера ω_{cr} . Они предположили, что можно оценивать концентрацию тяжелых ионов в плазме, используя значение частоты кроссовера в точке ИИГ-резонанса. Однако ИИГ-резонанс может быть эффективным в широком диапазоне частот относительно частоты кроссовера. Например, для магнитосферы Меркурия характерны частоты $0.5\omega_{cr} \leq \omega \leq 0.9\omega_{cr}$ [Kim et al., 2011]. Ким и Джонсон утверждали, что частоту кроссовера нельзя использовать для определения концентрации тяжелых ионов в магнитосфере [Kim, Johnson, 2014]. В более поздних работах с использованием компьютерного моделирования Ким и соавторы согласились, что для волн с волновым вектором, направленным вдоль магнитного поля, конверсия моды происходит точно в области кроссовера. Однако с отклонением волнового вектора волны от продольного (вплоть до нормального) при пересечении кроссовера никакой смены поляризации волны не происходит [Kim et al., 2015b; Kim, Johnson, 2016]. Поэтому вопрос о роли кроссовера в конверсии моды и, как следствие, о его роли в передаче энергии волны к земной поверхности все еще открыт.

Для резонатора характерен дискретный набор собственных частот. Для волн диапазона Pc1 пока нет наблюдений, явно демонстрирующих подобную картину, так же как нет наблюдений, указывающих

на существование экваториального резонатора. Однако уже известны наблюдения длиннопериодных волн Pc4, запертых в резонаторе и имеющих квазидискретный спектр [Mager et al., 2018]. Волны Pc4 представляют собой полоидальные альфвеновские волны, и мы уже не раз указывали на общность их природы с ИИГ-модами. Поэтому наблюдение резонатора для волн Pc4 внушает надежду на то, что резонатор для ИИГ-волн рано или поздно будет обнаружен.

Наконец, из рис. 4 видно, что, кроме области прозрачности, на экваторе есть еще две области прозрачности, расположенные вблизи ионосферы Южного и Северного полушарий [Михайлова, 2011]. Эти области отделены от экваториального резонатора достаточно широкими областями непрозрачности, где $k_{\parallel}^2 < 0$, и не оказывают существенного влияния на моды в резонаторе. Если области непрозрачности будут узкими, часть волновой энергии может утекать из резонатора в результате туннельного эффекта. В этом случае значения собственных частот в экваториальном резонаторе будут отличаться от рассчитанных в статье и потребуются небольшие их корректировки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Брюнелли Б.Е., Намгаладзе А.А. *Физика ионосферы*. М.: Наука, 1988. 528 с.
- Гинцбург М.А. Низкочастотные волны в многокомпонентной плазме. *Геомагнетизм и аэрономия*. 1963. Т. 3. С. 757–761.
- Гульельми А.В. О природе гидромагнитных свистов. *Доклады АН СССР*. 1967. Т. 174, № 7. С. 1076–1078.
- Гульельми А.В. Циклотронная неустойчивость протонов внешнего радиационного пояса. *Геомагнетизм и аэрономия*. 1968. Т. 8, № 7. С. 412–419.
- Гульельми А.В., Потапов А.С. Влияние тяжелых ионов на спектр колебаний магнитосферы. *Космические исследования*. 2012. Т. 50. С. 283–291.
- Гульельми А.В., Потапов А.С. Проблемы теории магнитосферных волн Pc1. Обзор. *Солнечно-земная физика*. 2019. Т. 5. С. 102–109. DOI: [10.12737/szf-53201910](https://doi.org/10.12737/szf-53201910).
- Гульельми А.В., Потапов А.С. Частотно-модулированные ультранизкочастотные волны в околоземном космическом пространстве. *УФН*. 2021. Т. 191, № 5. С. 475–491. DOI: [10.3367/UFNr.2020.06.038777](https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.06.038777).
- Гульельми А.В., Троицкая В.А. *Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы*. М.: Наука, 1973. 208 с.
- Климушкин Д.Ю. Метод описания альфвеновской и магнитозвуковой ветвей колебаний неоднородной плазмы. *Физика плазмы*. 1994. Т. 20, № 3. С. 309–315.
- Кролл Н., Трайвелпис А. *Основы физики плазмы*. М.: Мир, 1975. 525 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Курс теоретической физики. Квантовая механика (нерелятивистская теория)*. М.: Физматлит, 2004. 800 с.
- Леонovich А.С., Мазур В.А. *Линейная теория МГД-колебаний магнитосферы*. М.: Физматлит, 2016. 480 с.
- Михайлова О.С. О возможности локализации волн Pc1 вблизи ионосферы с учетом наличия тяжелых ионов в плазме. *Солнечно-земная физика*. 2011. Т. 19. С. 83–87.
- Михайлова О.С. Исследование структуры УНЧ-колебаний вблизи плазмопаузы при наличии в магнитосфер-

ной плазме тяжелых ионов. *Солнечно-земная физика*. 2013. Т. 23. С. 84–90.

Abramowitz M., Stegun I.A. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series. Washington, 1964.

Anderson B.J., Erlandson R.E., Zanetti L.J. A statistical study of Pc1-2 magnetic pulsations in the equatorial magnetosphere: 1. Equatorial occurrence distributions. *J. Geophys. Res.* 1992a. P. 3075–3088. DOI: [10.1029/91JA02706](https://doi.org/10.1029/91JA02706).

Anderson B.J., Erlandson R.E., Zanetti L.J. A statistical study of Pc1-2 magnetic pulsations in the equatorial magnetosphere: 2. Wave properties. *J. Geophys. Res.* 1992b. Vol. 97, no. A3. P. 3089–3101. DOI: [10.1029/91JA02697](https://doi.org/10.1029/91JA02697).

Anderson B.J., Denton R.E., Ho G., et al. Observational test of local proton cyclotron instability in the Earth's magnetosphere. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 1996. Vol. 101, no. A10. P. 21527–21543. DOI: [10.1029/96JA01251](https://doi.org/10.1029/96JA01251).

Buchsbaum S.J. Ion resonance in a multicomponent plasma. *Phys. Rev. Lett.* 1960. Vol. 5, no. 11. P. 495–497. DOI: [10.1103/PhysRevLett.5.495](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.5.495).

Chen L., Thorne R.M., Horne R.B. Simulation of EMIC wave excitation in a model magnetosphere including structured high-density plumes. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2009. Vol. 114, no. A7. DOI: [10.1029/2009JA014204](https://doi.org/10.1029/2009JA014204).

Cornwall J.M. Cyclotron instabilities and electromagnetic emission in the ultra low frequency and very low frequency ranges. *J. Geophys. Res.* 1965. Vol. 70, no. 1. P. 61–69. DOI: [10.1029/JZ070i001p00061](https://doi.org/10.1029/JZ070i001p00061).

Demekhov A.G. Coupling at the atmosphere—ionosphere—magnetosphere interface and resonant phenomena in the ULF range. *Space Sci. Rev.* 2012. Vol. 168, no. 1. P. 595–609. DOI: [10.1007/s11214-011-9832-6](https://doi.org/10.1007/s11214-011-9832-6).

Dmitrienko I.S., Mazur V.A. On waveguide propagation of Alfvén waves at the plasmopause. *Planetary Space Sci.* 1985. Vol. 33, no. 5. P. 471–477. DOI: [10.1016/0032-0633\(85\)90092-3](https://doi.org/10.1016/0032-0633(85)90092-3).

Dmitrienko I.S., Mazur V.A. The spatial structure of quasi-circular Alfvén modes of waveguide at the plasmopause — interpretation of Pc1 pulsations. *Planetary Space Sci.* 1992. Vol. 40. P. 139–148. DOI: [10.1016/0032-0633\(92\)90156-I](https://doi.org/10.1016/0032-0633(92)90156-I).

Engebretson M.J., Peterson W.K., Posch J.L., et al. Observations of two types of Pc1-2 pulsations in the outer dayside magnetosphere. *J. Geophys. Res.* 2002. Vol. 107, no. A12. DOI: [10.1029/2001JA000198](https://doi.org/10.1029/2001JA000198).

Engebretson M.J., Keiling A., Fornaçon K.-H., et al. Cluster observations of Pc1-2 waves and associated ion distributions during the October and November 2003 magnetic storms. *Planetary Space Sci.* 2007. Vol. 55, no. 6. P. 829–848. DOI: [10.1016/j.pss.2006.03.015](https://doi.org/10.1016/j.pss.2006.03.015).

Engebretson M.J., Posch J.L., Westerman A.M., et al. Temporal and spatial characteristics of Pc1 waves observed by ST5. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2008. Vol. 113, no. A7. DOI: [10.1029/2008JA013145](https://doi.org/10.1029/2008JA013145).

Farmer W.A., Morales G.J. Propagation of shear Alfvén waves in two-ion species plasmas confined by a nonuniform magnetic field. *Phys. Plasmas*. 2013. Vol. 20, no. 8. P. 082132. DOI: [10.1063/1.4819776](https://doi.org/10.1063/1.4819776).

Fedorov E., Mazur N., Pilipenko V., Engebretson M. Interaction of magnetospheric Alfvén waves with the ionosphere in the Pc1 frequency band. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2016. Vol. 121, no. 1. P. 321–337. DOI: [10.1002/2015JA021020](https://doi.org/10.1002/2015JA021020).

Fraser B.J., Nguyen T.S. Is the plasmopause a preferred source region of electromagnetic ion cyclotron waves in the magnetosphere? *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2001. Vol. 63. P. 1225–1247. DOI: [10.1016/S1364-6826\(00\)00225-X](https://doi.org/10.1016/S1364-6826(00)00225-X).

Fraser B.J., Lotoániu T.M., Singer H.J. Electromagnetic ion cyclotron waves in the magnetosphere. B. Magnetospheric ULF waves: synthesis and new directions. *American Geophysical Union (AGU)*. 2006. P. 195–212. DOI: [10.1029/169GM13](https://doi.org/10.1029/169GM13).

- Glassmeier K.-H., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Concerning ULF pulsations in Mercury's magnetosphere. *Geophys. Res. Lett.* 2003. Vol. 30, no. 18. DOI: [10.1029/2003GL017175](https://doi.org/10.1029/2003GL017175).
- Glassmeier K.-H., Klimushkin D., Othmer C., Mager P. ULF waves at Mercury: Earth, the giants, and their little brother compared. *Adv. Space Res.* 2004. Vol. 33. P. 1875–1883. DOI: [10.1016/j.asr.2003.04.047](https://doi.org/10.1016/j.asr.2003.04.047).
- Guglielmi A., Kangas J. Pc1 waves in the system of solar-terrestrial relations: new reflections. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007. Vol. 69. P. 1635–1643. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.01.015](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.01.015).
- Guglielmi A.V., Potapov A.S., Russell C.T. The ion cyclotron resonator in the magnetosphere. *JETP Lett.* 2000. Vol. 72, no. 6. P. 298–300.
- Guglielmi A., Kangas J., Potapov A. Quasiperiodic modulation of the Pc1 geomagnetic pulsations: an unsettled problem. *J. Geophys. Res.* 2001. Vol. 106, no. A11. P. 25847–25855. DOI: [10.1029/2001JA000136](https://doi.org/10.1029/2001JA000136).
- Gurnett D.A., Shawhan S.D., Brice N.M., et al. Ion cyclotron whistlers. *J. Geophys. Res.* 1965. Vol. 70, no. 7. P. 1665–1688. DOI: [10.1029/JZ070i007p01665](https://doi.org/10.1029/JZ070i007p01665).
- Horne R.B., Thorne R.M. On the preferred source location for the convective amplification of ion cyclotron waves. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 1993. Vol. 98, no. A6. P. 9233–9247. DOI: [10.1029/92JA02972](https://doi.org/10.1029/92JA02972).
- Horne R.B., Thorne R.M. Wave heating of He⁺ by electromagnetic ion cyclotron waves in the magnetosphere: heating near the H⁺ – He⁺ bi-ion resonance frequency. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 1997. Vol. 102, no. A6. P. 11457–11471. DOI: [10.1029/97JA00749](https://doi.org/10.1029/97JA00749).
- Jacobs J.A., Watanabe T. Micropulsation whistlers. *J. Atmos. Terr. Phys.* 1964. Vol. 26, no. 8. P. 825–829. DOI: [10.1016/0021-9169\(64\)90180-1](https://doi.org/10.1016/0021-9169(64)90180-1).
- Kazakov Ye.O., Fülöp T. Mode conversion of waves in the ion-cyclotron frequency range in magnetospheric plasmas. *Phys. Rev. Lett.* 2013. Vol. 111 (12). P. 125002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.125002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.125002).
- Kennel C.F., Petschek H.E. Limit on stably trapped particle fluxes. *J. Geophys. Res.* 1966. Vol. 71, no. 1. P. 1–28. DOI: [10.1029/JZ071i001p00001](https://doi.org/10.1029/JZ071i001p00001).
- Kim E.-H., Johnson J.R. Comment on mode conversion of waves in the ion-cyclotron frequency range in magnetospheric plasmas. *Phys. Rev. Lett.* 2014. No. 113. P. 089501.
- Kim E.-H., Johnson J.R. Full-wave modeling of EMIC waves near the He⁺ gyrofrequency. *Geophys. Res. Lett.* 2016. Vol. 43, no. 1. P. 13–21. DOI: [10.1002/2015GL066978](https://doi.org/10.1002/2015GL066978).
- Kim E.-H., Johnson J.R., Lee D.-H. Resonant absorption of ULF waves at Mercury's magnetosphere. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2008. Vol. 113, no. A11. DOI: [10.1029/2008JA013310](https://doi.org/10.1029/2008JA013310).
- Kim E.-H., Johnson J.R., Cairns I.H., Lee D.-H. Waves in Space Plasmas. *AIP Conference Proc.* 2009. Vol. 1187, no. 1. P. 13–20. DOI: [10.1063/1.3273713](https://doi.org/10.1063/1.3273713).
- Kim E.-H., Johnson J.R., Lee D.-H. ULF wave absorption at Mercury. *Geophys. Res. Lett.* 2011. Vol. 38, no. 16. P. L16111. DOI: [10.1029/2011GL048621](https://doi.org/10.1029/2011GL048621).
- Kim E.-H., Johnson J.R., Lee D.-H., Pyo Y.S. Field-line resonance structures in Mercury's multi-ion magnetosphere. *Earth, Planets and Space.* 2013. Vol. 65, no. 5. P. 6. DOI: [10.5047/eps.2012.08.004](https://doi.org/10.5047/eps.2012.08.004).
- Kim E.-H., Johnson J.R., Lee D.-H. Localization of ultra-low frequency waves in multi-ion plasmas of the planetary magnetosphere. *J. Astron. Space Sci.* 2015a. Vol. 32. P. 289–295. DOI: [10.5140/JASS.2015.32.4.289](https://doi.org/10.5140/JASS.2015.32.4.289).
- Kim E.-H., Johnson J.R., Kim H., Lee D.-H. Inferring magnetospheric heavy ion density using EMIC waves. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2015b. Vol. 120, no. 8. P. 6464–6473. DOI: [10.1002/2015JA021092](https://doi.org/10.1002/2015JA021092).
- Kim E.-H., Johnson J.R., Lee D.-H. Electron inertial effects on linearly polarized electromagnetic ion cyclotron waves at Earth's magnetosphere. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2019. Vol. 124, no. 4. P. 2643–2655. DOI: [10.1029/2019JA026532](https://doi.org/10.1029/2019JA026532).
- Klimushkin D.Yu. Resonators for hydromagnetic waves in the magnetosphere. *J. Geophys. Res.* 1998. Vol. 103. P. 2369–2375. DOI: [10.1029/97JA02193](https://doi.org/10.1029/97JA02193).
- Klimushkin D.Y., Mager P.N. The Alfvén mode gyrokinetic equation in finite-pressure magnetospheric plasma. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2015. Vol. 120. P. 4465–4474. DOI: [10.1002/2015JA021045](https://doi.org/10.1002/2015JA021045).
- Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Glassmeier K.-H. Toroidal and poloidal Alfvén waves with arbitrary azimuthal wave numbers in a finite pressure plasma in the Earth's magnetosphere. *Ann. Geophys.* 2004. Vol. 22. P. 267–288. DOI: [10.5194/angeo-22-267-2004](https://doi.org/10.5194/angeo-22-267-2004).
- Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Glassmeier K.-H. Axisymmetric Alfvén resonances in a multi-component plasma at finite ion gyrofrequency. *Ann. Geophys.* 2006. Vol. 24. P. 1077–1084. DOI: [10.5194/angeo-24-1077-2006](https://doi.org/10.5194/angeo-24-1077-2006).
- Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Marilovtseva O.S. Parallel structure of Pc1 ULF oscillations in multi-ion magnetospheric plasma at finite ion gyrofrequency. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2010. Vol. 72, no. 18. P. 1327–1332. DOI: [10.1016/j.jastp.2010.09.019](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2010.09.019).
- Lee D.-H., Johnson J.R., Kim K., Kim K.-S. Effects of heavy ions on ULF wave resonances near the equatorial region. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2008. Vol. 113, no. A11. DOI: [10.1029/2008JA013088](https://doi.org/10.1029/2008JA013088).
- Leonovich A.S., Mazur V.A. A theory of transverse small-scale standing Alfvén waves in an axially symmetric magnetosphere. *Planetary Space Sci.* 1993. Vol. 41. P. 697–717. DOI: [10.1016/0032-0633\(93\)90055-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(93)90055-7).
- Leonovich A.S., Mazur V.A. Magnetospheric resonator for transverse-small-scale standing Alfvén waves. *Planetary Space Sci.* 1995. Vol. 43. P. 881–883. DOI: [10.1016/0032-0633\(94\)00206-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(94)00206-7).
- Leonovich A.S., Mazur V.A. A model equation for monochromatic standing Alfvén waves in the axially-symmetric magnetosphere. *J. Geophys. Res.* 1997. Vol. 102. P. 11443–11456. DOI: [10.1029/96JA02523](https://doi.org/10.1029/96JA02523).
- Leonovich A.S., Klimushkin D.Yu., Mager P.N. Experimental evidence for the existence of monochromatic transverse small-scale standing Alfvén waves with spatially dependent polarization. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2015. Vol. 120. P. 5443–5454. DOI: [10.1002/2015JA021044](https://doi.org/10.1002/2015JA021044).
- Lessard M.R., Lund E.J., Kim H.M. Pi1B pulsations as a possible driver of Alfvénic aurora at substorm onset. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2011. Vol. 116, no. A6. DOI: [10.1029/2010JA015776](https://doi.org/10.1029/2010JA015776).
- Lotoaniu T.M. Propagation of electromagnetic ion cyclotron wave energy in the magnetosphere. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2005. Vol. 110, iss. A7. CiteID A07214. DOI: [10.1029/2004JA010816](https://doi.org/10.1029/2004JA010816).
- Lundin R., Guglielmi A. Ponderomotive forces in cosmos. *Space Sci. Rev.* 2006. Vol. 127. P. 1–116. DOI: [10.1007/s11214-006-8314-8](https://doi.org/10.1007/s11214-006-8314-8).
- Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Giant pulsations as modes of a transverse Alfvénic resonator on the plasmopause. *Earth, Planets and Space.* 2013. Vol. 65. P. 397–409. DOI: [10.5047/eps.2012.10.002](https://doi.org/10.5047/eps.2012.10.002).
- Mager P.N., Mikhailova O.S., Mager O.V., Klimushkin D.Yu. Eigenmodes of the transverse Alfvénic resonator at the plasmopause: a Van Allen Probes case study. *Geophys. Res. Lett.* 2018. Vol. 45. P. 10,796–10,804. DOI: [10.1029/2018GL079596](https://doi.org/10.1029/2018GL079596).
- Mikhailova O.S. The spatial structure of ULF-waves in the equatorial resonator localized at the plasmopause with the admixture of the heavy ions. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2014. Vol. 108. P. 10–16. DOI: [10.1016/j.jastp.2013.12.007](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2013.12.007).
- Mikhailova O.S., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Two modes of ion-ion hybrid waves in magnetospheric plasma. *Plasma Physics and Controlled Fusion.* 2020a. Vol. 62, no. 2. P. 025026. DOI: [10.1088/1361-6587/ab5b32](https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab5b32).
- Mikhailova O.S., Mager P.N., Klimushkin D. Yu. Transverse resonator for ion-ion hybrid waves in dipole magneto-

spheric plasma. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2020b. Vol. 62, no. 9. P. 095008. DOI: [10.1088/1361-6587/ab9be9](https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab9be9).

Mishin V.V., Lunyushkin S.B., Mikhalev A.V., et al. Extreme geomagnetic and optical disturbances over Irkutsk during the 2003 November 20 superstorm. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2018. Vol. 181. P. 68–78. DOI: [10.1016/j.jastp.2018.10.013](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2018.10.013).

Mishin V.V., Tsegmed B., Klibanova Yu.Yu., Kurikhalova M.A. Burst geomagnetic pulsations as indicators of substorm expansion onsets during storms. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2020. Vol. 125, no. 10. DOI: [10.1029/2020JA028521](https://doi.org/10.1029/2020JA028521).

Mithaiwala M., Rudakov L., Ganguli G. Generation of a ULF wave resonator in the magnetosphere by neutral gas release. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2007. Vol. 112, no. A9. P. A09218. DOI: [10.1029/2007JA012445](https://doi.org/10.1029/2007JA012445).

Mursula K. Satellite observations of Pc1 pearl waves: the changing paradigm. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007. Vol. 69, no. 14. P. 1623–1634. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.02.013](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.02.013).

Mursula K., Blomberg L.G., Lindqvist P.-A., et al. Dispersive Pc1 bursts observed by Freja. *Geophys. Res. Lett.* 1994. Vol. 21, no. 17. P. 1851–1854. DOI: [10.1029/94GL01584](https://doi.org/10.1029/94GL01584).

Mursula K., Bräysy T., Niskala K., et al. Pc1 pearls revisited: Structured electromagnetic ion cyclotron waves on Polar satellite and on ground. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2001. Vol. 106, no. A12. P. 29543–29553. DOI: [10.1029/2000JA003044](https://doi.org/10.1029/2000JA003044).

Obayashi T. Hydromagnetic whistlers. *J. Geophys. Res.* 1965. Vol. 70, no. 5. P. 1069–1078. DOI: [10.1029/JZ070i005p01069](https://doi.org/10.1029/JZ070i005p01069).

Polyakov A.R. The structure of equidistant-frequency groups in the oscillation spectra of the dayside magnetosphere. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2019. Vol. 189. P. 44–51. DOI: [10.1016/j.jastp.2019.04.008](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2019.04.008).

Rauch J.L., Roux A. Ray tracing of ULF waves in a multi-component magnetospheric plasma: Consequences for the generation mechanism of ion cyclotron waves. *J. Geophys. Res.* 1982. Vol. 87, no. A10. P. 8191–8198. DOI: [10.1029/JA087iA10p08191](https://doi.org/10.1029/JA087iA10p08191).

Smith R.L., Brice N. Propagation in multicomponent plasmas. *J. Geophys. Res.* 1964. Vol. 69, no. 23. P. 5029–5040. DOI: [10.1029/JZ069i023p05029](https://doi.org/10.1029/JZ069i023p05029).

Southwood D.J., Saunders M.A. Curvature coupling of slow and Alfvén MHD waves in a magnetotail field configuration. *Planetary Space Sci.* 1985. Vol. 33. P. 127–134. DOI: [10.1016/0032-0633\(85\)90149-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(85)90149-7).

Sucksdorff E. Occurrences of rapid micropulsations at Sodankylä during 1932 to 1935. *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*. 1936. Vol. 41, no. 4. P. 337–344. DOI: [10.1029/TE041i004p00337](https://doi.org/10.1029/TE041i004p00337).

Swanson D.G. *Plasma Waves*. 2nd Edition. Bristol: IOP, 2003. DOI: [10.1201/b15744](https://doi.org/10.1201/b15744).

Takahashi K., Denton R.E., Anderson R.R., et al. Mass density inferred from toroidal wave frequencies and its comparison to electron density. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2006. Vol. 111, iss. A1. CiteID A01201. DOI: [10.1029/2005JA011286](https://doi.org/10.1029/2005JA011286).

Tamao T. Magnetosphere—ionosphere interaction through hydromagnetic waves. *Achievements of the International Magnetospheric Study (IMS)*. 1984. P. 427–435. (ESA Special Publication, vol. 217).

Usanova M.E., Drozdov A., Orlova K., et al. Effect of EMIC waves on relativistic and ultrarelativistic electron populations: ground-based and Van Allen Probes observations. *Geophys. Res. Lett.* 2014. Vol. 41, no. 5. P. 1375–1381. DOI: [10.1002/2013GL059024](https://doi.org/10.1002/2013GL059024).

Yahnin A.G., Yahnina T.A., Frey H.U. Subauroral proton spots visualize the Pc1 source. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2007. Vol. 112, no. A10. DOI: [10.1029/2007JA012501](https://doi.org/10.1029/2007JA012501).

Yang B., Zong Q.-G., Wang Y.F., et al. Cluster observations of simultaneous resonant interactions of ULF waves with energetic electrons and thermal ion species in the inner magnetosphere. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2010. Vol. 115, no. A2. DOI: [10.1029/2009JA014542](https://doi.org/10.1029/2009JA014542).

Yeoman T.K., James M., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. SuperDARN observations of high-*m* ULF waves with curved phase fronts and their interpretation in terms of transverse resonator theory. *J. Geophys. Res.* 2012. Vol. 117. P. A06231. DOI: [10.1029/2012JA017668](https://doi.org/10.1029/2012JA017668).

Young D.T., Perraut S., Roux A., et al. Wave-particle interactions near ω_{He^+} observed on GEOS 1 and 2: 1. Propagation of ion cyclotron waves in He^+ -rich plasma. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 1981. Vol. 86, no. A8. P. 6755–6772. DOI: [10.1029/JA086iA08p06755](https://doi.org/10.1029/JA086iA08p06755).

Как цитировать эту статью:

Михайлова О.С., Климушкин Д.Ю., Мазер П.Н. Современное состояние теории УНЧ-пульсаций диапазона Pc1 в плазме магнитосферы с тяжелыми ионами: обзор. *Солнечно-земная физика*. 2022. Т. 8, № 1. С. 3–18. DOI: [10.12737/szf-81202201](https://doi.org/10.12737/szf-81202201).