Оптимизация параметрических рядов продукции предприятия с учетом случайности рыночного спроса и упущенной выгоды

Optimization of parametric series of enterprise products, taking into account the randomness of market demand and lost profits

УДК 338
Получено: 14.02.2022 Одобрено: 02.03.2022 Опубликовано: 25.04.2022

Сауренко Т.Н.
Д-р экон. наук, заведующий кафедрой таможенного дела Российского университета дружбы народов
e-mail: tanya@saurenko.ru

Saurenko T.N.
Doctor of Economic Sciences, Head of Customs Department, Peoples' Friendship University of Russia
e-mail: tanya@saurenko.ru

Анисимов В.Г.
Д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, профессор Санкт-Петербургского Политехнического университета им. Петра Великого
e-mail: an-33@yandex.ru

Anisimov V.G.
Doctor of Engineering, Professor, Honored Scientist of the Russian Federation, Professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
e-mail: an-33@yandex.ru

Анисимов Е.Г.
Д-р техн. наук, д-р военных наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, профессор, Российского университета дружбы народов
e-mail: anis.an-33@rambler.ru

Anisimov E.G.
Doctor of Engineering, Doctor of Military Sciences, Professor, Honored Scientist of the Russian Federation, Professor, Peoples' Friendship University of Russia,
e-mail: anis.an-33@rambler.ru

Пак А.Ю.
Канд. экон. наук, доцент кафедры таможенного дела Российского университета дружбы народов,
e-mail: ay.pak@yandex.ru

Pak A.Yu.
Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the Department of Customs, Peoples' Friendship University of Russia,
e-mail: ay.pak@yandex.ru

Аннотация
Статья посвящена разработке методического подхода к построению моделей формирования оптимальных параметрических рядов производимой предприятиями продукции в условиях случайного характера рыночного спроса и упущенной выгоды при ее дефиците. Предлагаемый подход может быть использован при разработке конкретных моделей и методов для систем поддержки принятия решений по формированию производственных программ и товарных стратегий предприятий, ориентированных на мелкосерийное производство.
Ключевые слова: предприятие, производственная программа, товарная стратегия, рыночный спрос, параметрический ряд продукции, оптимизация, дефицит, упущенная выгода, методический подход.

Abstract
The article is devoted to the development of a methodological approach to building models for the formation of optimal parametric series of products manufactured by enterprises in the conditions of a random nature of market demand and lost profits in case of its deficit. The proposed approach can be used in the development of specific models and methods for decision support systems for the formation of production programs and commodity strategies of enterprises focused on small-scale production.
Keywords: enterprise, production program, product strategy, market demand, parametric range of products, optimization, deficit, lost profit, methodical approach.

1. Введение.

Определение целесообразных вариантов ассортимента и объемов производимой продукции является одной из важнейших задач управления предприятиями [1−4]. При этом в условиях рыночной экономики возникает задача учета случайного характера рыночного спроса на производимую продукцию и упущенной выгоды при ее возможном дефиците. Особенно острый характер эта задача приобретает при управлении предприятиями, ориентированными на мелкосерийное производство [5−10]. Эффективным инструментом ее решения в современных условиях цифровизации процессов управления является использование соответствующих математических моделей. Вместе с тем в известных в настоящее время системах поддержки принятия решений по формированию производственных программ и товарных стратегий предприятий, как правило, используются различные варианты детерминированных моделей оптимизации параметрических рядов их продукции, что не позволяет адекватно учитывать ни случайный характер рыночного спроса на производимую продукцию, ни упущенную выгоду при ее возможном дефиците. Этот пробел в части учета случайного характера рыночного спроса был устранен в работе [11]. Комплексный же учет этих факторов в моделях поддержки принятия решений по формированию производственных программ и товарных стратегий предприятий составляет цель настоящей статьи, которая является дальнейшим развитием методического подхода, предложенного авторами в [11].

2. Формализация задачи

В общем случае рассматриваемую задачу формирования оптимальных параметрических рядов производимой предприятиями продукции можно представить следующим образом. Задан ряд изделий (типов продукции предприятия) с некоторыми параметрами $U_1<U_2<\ldots<U_n$. Эти изделия являются частично взаимозаменяемыми: изделие с меньшим значением соответствующего параметра может быть заменено изделием с

большим значением этого параметра. Будем полагать, что объемы потребностей ξ_j ($j=\overline{1,n}$) в изделиях с параметром U_j ($j=\overline{1,n}$) могут быть представлены в виде случайных величин, распределённых по закону Пуассона и характеризуются математическими ожиданиями спроса b_j ($j=\overline{1,n}$). Величины ξ_j *и* ξ_i ($i,j=\overline{1,n}$, $i\neq j$) предполагаются независимыми.

Стоимость изделий j–го типа, которые обеспечивают потребности в изделиях i+1, i+2,…,j-1, j–го типа, определяется выражением

$$c_{ij}(x_{ij}) = \begin{cases} c_j^0 + c_j x_j & x_{ij} > 0; \\ 0 & x_{ij} = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где c_j^0 – стоимость разработки изделия j–го типа;

c_j – стоимость производства и эксплуатации единицы изделия j–го типа;

x_{ij} – количество изделий j–го типа, которые обеспечивают потребности в изделиях (i+1, i+2,…,j-1, j) – го типа.

При этом предполагается, что $c_j<c_{j+1}$, j=1,2,…,n-1 (n – количество типов изделий) и заявка на изделие k–го типа $(k \in \{i+1, i+2, \ldots, j\})$ удовлетворяется сразу же по мере ее появления за счет изделий j–го типа.

Средняя упущенная выгода при нехватке одного изделия j–го типа находится по формуле

$$\hat{c}_{ij} = \sum_{k=i+1}^{j} \hat{c}_k(i,j) P_k(i,j), \qquad (2)$$

где $\hat{c}_k(i,j)$ – упущенная выгода при нехватке одного изделия k–того типа;

$P_k(i,j) = \dfrac{b_k}{\sum\limits_{m=i+1}^{j} b_m}$ – вероятность того, что дефицит изделий j–го типа, которые обеспечивают потребности в изделиях i+1, i+2,…,j-1, j –го типа, произойдет из-за спроса в изделиях k–го типа $(k \in \{i+1, i+2, \ldots, j\})$.

С учетом случайного характера величины спроса суммарные затраты определяются выражением $c_{ij}^*(x_{ij}) = \begin{cases} \hat{c}_{ij} Q_{ij}(x_{ij}) + c_j^0 + c_j x_j & \text{при} \quad x_{ij} \geq 0; \\ \hat{c}_{ij} a_{ij} \quad \text{при} \quad x_{ij} = 0, \end{cases}$ (3)

где $a_{ij} = \sum\limits_{k=i+1}^{j} b_k$ – математическое ожидание величины спроса в изделиях j–го типа, обеспечивающих потребности в изделиях i+1, i+2,…,j-1, j–го типа;

$Q_{ij}(x_{ij}) = \sum\limits_{k=x_{ij}+1}^{\infty} (k - x_{ij}) \dfrac{a_{ij}^k}{k!} e^{-a_{ij}}$ – математическое ожидание дефицита в изделиях j–го типа;

b_k – математическое ожидание спроса в изделиях k–го типа.

При увеличении количества изделий x_{ij} уменьшается составляющая, связанная с упущенной выгодой вследствие дефицита изделий j–го типа (которая представляется как условный штраф за дефицит), и увеличивается составляющая затрат, связанная с производством и эксплуатацией изделий.

Оптимальное количество изделий x_{ij}^0 может быть определено из следующих неравенств, полученных на основе маргинального анализа:

$$\hat{c}_{ij}(x_{ij}^0 - 1) - \hat{c}_{ij}(x_{ij}^0) > c_j; \qquad (4)$$

$$\hat{c}_{ij}(x_{ij}^0) - \hat{c}_{ij}(x_{ij}^0 + 1) \le c_j, \qquad (5)$$

где $\hat{c}_{ij}(x_{ij}^0) = \hat{c}_{ij} Q_{ij}(x_{ij}^0)$ – математическое ожидание упущенной выгоды вследствие дефицита при обеспечении изделиями *j*–го типа потребностей в изделиях *i*+1, *i*+2,…, *j*-1,*j*–го типа.

Физический смысл неравенства (4) заключается в том, что оно показывает, что увеличение количества изделий $(x_{ij}^0 - 1)$ на единицу является целесообразным, так как при этом величина уменьшения упущенной выгоды при дефиците изделия *j*–го типа превышает стоимость этого изделия.

Из неравенства (5) следует, что дальнейшее увеличение количества изделий *j*–го типа сверх величины x_{ij}^0 не приводит к уменьшению суммарных затрат.

При использовании неравенств (4), (5) предполагается, что выполняется условие $c_{ij}^*(x_{ij} = 0) > c_{ij}^*(x_{ij}^0)$, т.е. упущенная выгода при дефиците изделий *j*–го типа превышает суммарные затраты при оптимальном количестве изделий x_{ij}^0.

Определив с помощью неравенств (4), (5) оптимальное количество изделий x_{ij}^0 (*i*=0,1,…,*j*-1,*j*=1,2,…,*n*) и рассчитав по формуле (3) суммарные затраты $c_{ij}(x_{ij}^0)$, задачу выбора оптимального параметрического ряда можно свести к простейшей задаче динамического программирования.

Сущность этой задачи заключается в определении кратчайшего пути в линейном графе из исходной нулевой вершины в конечную *n*–ю вершину. Особенность графа заключается в том, что каждая последующая вершина соединена дугами со всеми предыдущими. Для решения данной задачи используется рекуррентное выражение

$$f_j = \min\left[f_i + c_{ij}^*(x_{ij}^0)\right], 0 \le i \le j-1, (ij) \in V_j, \; j = 1,2,...,n, \; f_0 = 0, \qquad (6)$$

где f_j – минимальные суммарные затраты, связанные с обеспечением потребностей в изделиях первого, второго, *j*-го типов $j = \overline{1,n}$.

Перед решением уравнения (6) с помощью неравенств (4), (5) определяется оптимальное количество изделий каждого типа x_{ij}^0 (*i*=0,1,…,*j*-1,*j*, *j*=1,2,…,*n*). Для определения значений x_{ij}^0 неравенства (4), (5) могут быть преобразованы к более удобному для практических расчетов виду

$$\sum_{k=x_{ij}^0}^{\infty} \frac{a_{ij}^k}{k!} e^{-a_{ij}} > \frac{c_j}{\hat{c}_{ij}}; \qquad (7)$$

$$\sum_{k=x_{ij}^0+1}^{\infty} \frac{a_{ij}^k}{k!} e^{-a_{ij}} \le \frac{c_j}{\hat{c}_{ij}}. \qquad (8)$$

Зависимости в левой части неравенств (7) и (8) являются табличными функциями, что значительно упрощает процесс определения значений x_{ij}^0.

3. Пример.

Проиллюстрируем процесс решения уравнения (5) на численном примере, исходные данные для которого приведены в табл. 1.

Таблица 1

j	1	2	3	4	5

c_j^0	12	15	15	20	20
c_j	2	3	5	8	10
$\hat{c}_j$	20	30	40	100	200
b_j	2	4	3	2	1

Последовательно рассчитываем при всех значениях i=1,2,…,j-1, j=1,2,…,5 величины средней упущенной выгоды при дефиците одного изделия c'_{ij}, оптимальное количество изделий x_{ij}^0, стоимость $c_{ij}(x_{ij}^0)$, упущенную выгоду $\hat{c}_{ij}(x_{ij}^0)$ и суммарные затраты $c_{ij}^*(x_{ij}^0)$.

Например, при i=2, i=4 $P_3(2,4) = \dfrac{b_3}{b_3+b_4} = \dfrac{3}{5}$, $P_4(2,4) = \dfrac{b_4}{b_3+b_4} = \dfrac{2}{5}$, находим среднюю упущенную выгоду при дефиците $\hat{c}_{24} = \hat{c}_3 P_3(2,4) + \hat{c}_4 P_4(2,4) = 40\dfrac{3}{5} + 100\dfrac{2}{5} = 64\cdot$

Определив $\dfrac{c_4}{\hat{c}_{24}} = \dfrac{8}{64} = 0{,}125$, с помощью неравенств (7), (8) находим оптимальное количество изделий $x'_{24} = 8$, так как $\sum_{k=8}^{\infty} \dfrac{c_{24}^k}{k!} e^{-a_{24}} = 0{,}133 > 0{,}125;$ $\sum_{k=9}^{\infty} \dfrac{c_{24}^k}{k!} e^{-a_{24}} = 0{,}068 < 0{,}125;$ $a_{24}=b_3+b_4=5$.

По формулам (1), (2) рассчитываем $c_{24}(x_{24}^0) = c_4^0 + c_4 x_{24}^0 = 20 + 64 = 84;$

$\hat{c}_{24}(x_{24}^0) = \hat{c}_{24} Q_{24}(x_{24}^0) = 64 \cdot 0{,}12 = 8;$

$c_{24}^*(x_{24}^0) = c_{24}(x_{24}^0) + \hat{c}_{24}(x_{24}^0) = 85 + 8 = 92.$

Аналогичным образом выполняются расчеты при всех возможных значениях i=1,2,…,j-1; j=1,2,…,5.

Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2

i	**j**	$\hat{c}_{ij}$	x_{ij}^0	$c_{ij}(x_{ij}^0)$	$\hat{c}_{ij}(x_{ij}^0)$	$c_{ij}^*(x_{ij}^0)$
0	1	20	4	20	2	22
0	2	27	9	42	4	46
0	3	31	12	75	9	84
0	4	44	14	132	16	148
0	5	57	15	180	23	203
1	2	30	7	36	2	38
1	3	35	10	65	7	172
1	4	49	12	116	14	130
1	5	64	13	160	21	181
2	3	40	5	40	5	45
2	4	64	8	84	8	92
2	5	87	9	120	14	134
3	4	100	4	52	8	60
3	5	133	6	90	7	97
4	5	200	3	60	6	66

$$f_1 = f_0 + c^*_{01}(x^0_{01}) = 0 + 22 = 22;$$
$$f_2 = \min\left[f_0 + c^*_{02}(x^0_{02});\ f_1 + c^*_{12}(x^0_{12})\right] = \min[0+46;\ 22+38] = 46;$$
$$f_3 = \min\left[f_0 + c^*_{03}(x^0_{03});\ f_1 + c^*_{13}(x^0_{13});\ f_2 + c^*_{23}(x^0_{23})\right] = \min[0+84;\ 22+72;\ 46+45] = 84;$$
$$f_4 = \min\left[f_0 + c^*_{04}(x^0_{04});\ f_1 + c^*_{14}(x^0_{14});\ f_2 + c^*_{24}(x^0_{24});\ f_3 + c^*_{34}(x^0_{34})\right] =$$
$$= \min[0+148;\ 22+130;\ 46+92;\ 84+60] = 138;$$
$$f_5 = \min\left[f_0 + c^*_{05}(x^0_{05});\ f_1 + c^*_{15}(x^0_{15});\ f_2 + c^*_{25}(x^0_{25});\ f_3 + c^*_{35}(x^0_{35});\ f_4 + c^*_{45}(x^0_{45})\right] =$$
$$= \min[0+203;\ 22+181;\ 46+134;\ 84+97;\ 138+66] = 180.$$

Следовательно, кратчайший путь в графе – тот, которому соответствуют вершины 0-2-5. Длина кратчайшего пути f_5=180 определяет минимальные суммарные затраты. Следовательно, в оптимальный параметрический ряд продукции входят второе и пятое изделия $(\mathrm{x}^0_{02} = 9), (\mathrm{x}^0_{25} = 9)$.

Таким образом, задача выбора оптимального одномерного параметрического ряда производимой предприятием продукции при случайном характере спроса и заданной величине упущенной выгоды при дефиците изделий может быть сведена к задаче определения кратчайшего пути в графе и может быть решена на основе метода динамического программирования [12−14].

В целом же рассмотренный подход к построению моделей задач формирования оптимальных параметрических рядов продукции предприятия с учетом случайного характера рыночного спроса и заданных значениях упущенной выгоды при дефиците изделий может служить основой для разработки соответствующих подсистем поддержки принятия решений по формированию производственных программ и товарных стратегий в системах управления конкретных предприятий.

Литература

1. *Анисимов В.Г.* Стратегическое управление инновационной деятельностью: анализ, планирование, моделирование, принятия решений, организация, оценка. − Санкт-Петербург, 2017. − 312 с.

2. *Anisimov V.G., Anisimov E.G., Saurenko T.N., Sonkin M.A.* The model and the planning method of volume and variety assessment of innovative products in an industrial enterprise // Journal of Physics: Conference Series, 2017, 803(1), 012006. DOI: 10.1088/1742-6596/803/1/012006.

3. *Тебекин А.В.* Методический подход к моделированию процессов формирования планов инновационного развития предприятий / *А. В. Тебекин* [*и др.*] // Журнал исследований по управлению. − 2019. − Т. 5. − № 1. − С. 65-72.

4. *Гапов М.Р., Сауренко Т.Н.* Модель поддержки принятия решений при формировании товарной стратегии и производственной программы предприятия // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Экономика. − 2016. − № 2. − С. 62-73.

5. *Ботвин Г.А., Черныш А.Я., Чечеватов А.В.* Анализ и оценивание эффективности инвестиционных проектов в условиях неопределенности. − Москва: Военная академия Генерального штаба Вооруженных сил Российской Федерации; 2006. 288 с.

6. *Чварков С.В.* Учет неопределенности при формировании планов инновационного развития военно-промышленного комплекса // Актуальные вопросы государственного управления Российской Федерации: Сборник материалов круглого стола.- Военная академия генерального штаба вооруженных сил Российской Федерации, Военный институт (Управления национальной обороной). 2018. С. 17-25.

7. *Смоленский А.М.* Модель определения рационального объема запасов продукции в цепях поставок со случайным спросом // Вестник Академии права и управления. − 2017. − № 1 (46). − С. 124-128.

8. *Saurenko T.N., Gapov M.R.* Formalization of planning procedureproduction process of the complex industrial patterns of vertical integration // Экономические стратегии ЕАЭС: проблемы и инновации: Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции.- Москва: Российский университет дружбы народов. − 2018. − С. 154-161.

9. *Тебекин А.В.* Модель обоснования программы инновационного развития компании // Журнал исследований по управлению. − 2020. − Т. 6. − № 2. − С. 32-41.

10. *Тебекин А.В., Песчанникова Е.Н.* Методический подход к формированию портфеля заказов предприятия // Журнал исследований по управлению. − 2021. − Т. 7. − № 2. − С. 41-50.

11. *Сауренко Т.Н., Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г., Веселко А.А.* Оптимизация параметрических рядов продукции предприятия с учетом случайности рыночного спроса // Журнал. − 2022. − Т. 8. − № 1. − С. 10-16.

12. *Липатова Н.Г., Черныш А.Я.* Применение математических методов при проведении диссертационных исследований. − Москва: Российская таможенная академия, 2011. − 514 с.

13. *Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г., Осипенков М.Н., Селиванов А.А., Чварков С.В.* Математические методы и модели в военно-научных исследованиях (в 2-х частях) / часть 2. − Москва: Военная Ордена Кутузова, Ордена Ленина, Краснознаменного Ордена Суворова Академия Генерального штаба Вооруженных Сил Российской Федерации. - 2017. 466 с.

14. *Алексеев О.Г.* Комплексное применение методов дискретной оптимизации. – Москва: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1987. – 248 с.